На правах рукописи

Лебедева Алла Анатольевна

Вопросы моделирования и реализации многополюсных ARC-схем

Специальность 05.09.05 – Теоретическая электротехника

Автореферат

диссертации на соискание ученой

степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор **Коровкин Николай Владимирович**

Официальные оппоненты: **Дмитриков Владимир Фёдорович** доктор технических наук, профессор «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича», профессор, зав. кафедрой "Теория электрических цепей";

Лыпарь Юрий Иванович доктор технических наук, профессор ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет», профессор;

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»

Зашита состоится «25» мая 2012 года в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 212.229.16 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая 29, Главное здание, ауд. 284.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Автореферат разослан «23» апреля 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.229.16
кандидат технических наук, доцент Журавлева Наталия Михайловна

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы

В настоящее время одной из характерных инновационных особенностей современной электротехники, автоматики, контрольно-измерительной техники, радио-электроники и других сфер науки и техники является широкое внедрение нелинейных, параметрических, дискретных и логических элементов при реализации устройств различных классов. В развитие теории и практики данных систем внесли вклад отечественные ученые (К.С.Демирчян, В.Ф.Дмитриков, А.В.Бондаренко, Н.В.Коровкин, Ю.И.Лыпарь, В.Г.Миронов, П.А.Ионкин и др.) и зарубежные (В.Кауэр, Р.М.Фостер, Е.А.Гиллемин, Л.Чуа и др.). Интерес к подобным системам объясняется, с одной стороны, прежде всего их универсальными и исключительными возможностями. С другой стороны, практика синтеза новых систем показывает, что учет нелинейностей, параметрических характеристик, возможностей дискретизации процессов, логики многофункциональных устройств являются обычными требованиями инженерных решений. Поэтому получение качественно новых характеристик и устройств, повышение точности, учет чувствительности, надежности, устойчивости работы и других параметров функционирования конструируемой аппаратуры определяют важность и необходимость разработки теоретических методов, принципов и средств моделирования систем разнообразной физической природы. Таким образом, вопрос построения электрических и электронных устройств является важным и перспективным с практической стороны. Отсюда следует, что необходимость дальнейших исследований в области реализации и синтеза цепей с названными свойствами – является актуальной и не вызывает сомнений. В этом же направлении ориентировано развитие современных областей схемо- и системотехники, цифровой и цифроаналоговой обработки сигналов, постоянно меняющиеся уровни микроминиатюризации радиоэлектронных схем, необходимость в реализации принципиально новых устройств: многополюсных гираторов, конвертеров, инверторов, скалоров, мутаторов, рефлекторов и т.д. Более того, особенности технологии, инженерные возможности производства, в свою очередь, накладывают определенные требования на формирование структур функциональных подсхем. Повышение точности, технологичности, тенденции микроминиатюризации, снижение производственных и эксплуатационных затрат обуславливают необходимость удовлетворения всем поставленным условиям ТТЭ (техническим, технологическим и эксплуатационным). Комплекс проблем, связанных с учетом подобных факторов, освещён в технической литературе ещё не достаточно полно. К тому же мало внимания уделяется обобщению и развитию подходов к реализации систем с единых теоретических позиций, что совершенно необходимо принять во внимание при использовании автоматизированного проектирования, связанного с максимальным уровнем формализации всех операций.

Процедура проектирования электронных устройств включает в себя этапы: аппроксимации необходимых характеристик, создания математической модели (ММ), схемную реализацию ММ и оптимизацию полученных решений. Кратко данная процедура и есть синтез цепи или системы. В силу многовариантности полученных решений (если таковые вообще существуют) возникает необходимость:

- выбора структуры модели, обладающей высокой степенью универсальности для широкого круга прикладных задач. Существенным является также обеспечение простого согласования математического описания с моделирующей схемой (цепью).
- установления соответствия между параметрами ММ, заданными векторами входных воздействий и реакцией системы (входным и выходным алфавитами).
- разработки процедуры схемной реализации ММ в заданном элементном базисе, как правило, ограниченном наборе нелинейных параметрических, логических и дискретных элементов с учетом технологии и инженерных требований.
- учета и компенсации возможных отклонений характеристик, разброса параметров, "жесткости" описания цепи, использования серийно выпускаемых элементов и т.д.
- оценки функций чувствительности (абсолютной, логарифмической, полюсной и т.д.) при малых (дифференциальный случай) и при произвольных конечных разбросах параметров элементов.
- формализации, универсальности внешнего описания и алгоритмов проектирования схем.

Как следует из выше указанных требований, исследование вопросов синтеза многополюсных многомерных схем с нелинейно-параметрическими, дискретными и логическими элементами имеет высокую практическую и теоретическую значимость.

Целью работы является разработка теории соответствующих методов моделирования и реализации многополюсных многомерных ARC-схем, содержащих нелинейные, параметрические, дискретные и логические элементы и удовлетворяющих основным инженерным требованиям при их реализации.

Основные задачи исследования

Для достижения указанной цели в работе решаются следующие задачи:

1. Построение ММ преобразования сигналов во временной и частотный областях пространства состояния и последующем сведении их к адмиттансной форме выражения, ориентированной на схемную реализацию.
2. Разработка формализированных подходов схемного (системного) синтеза в выбранном элементном базисе.
3. Исследование функций чувствительности реализуемых структур при произвольных (конечных) вариациях их параметров.
4. Обобщение методов эквивалентного генератора (теорем Тевенина и Нортона) на случай многополюсных схем с нелинейными, параметрическими, дискретными и логическими элементами .
5. Обобщение свойств оператора О.Хевисайда на случай многополюсных многомерных линейных структур.
6. Построение конкретных устройств с помощью ARC-многополюсных многомерных схем (ММС); цифровых фильтров с арифметически симметричными амплитудно-частотными характеристиками, хаос-генераторов и т.д.

Методы исследования.

При рассмотрении и доказательствах предлагаемых положений используются разделы математического анализа, матричной алгебры, теории сигнальных графов, теории дифференциальных уравнений, операторных методов анализа систем, современной теории электрических цепей и систем, численных методов и т.п.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. Разработаны новые методы формирования структуры операторов нелинейного, параметрического, дискретного и логического преобразования сигналов во временной и частотной областях пространства состояния.
2. Представлен ряд положений (теорем и их следствий) по адмиттансному описанию структур с названными элементами на базе единого математического подхода, ориентированного на современное представление цепей и систем - метода пространства состояния.
3. Предложена методика аппроксимации и реализации цифровых цепей с арифметически симметричными амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) для полосовых и режекторных фильтров.
4. Рассмотрена теория функций чувствительности при произвольных (конечных) вариациях параметров входящих элементов, показана её связь с традиционным подходом, в основе которого лежит дифференциальная форма.
5. Показано, что известное решение дискретных цепей – схемы на коммутируемых С-элементах – является частным случаем предлагаемой методики представления.

Практическая ценность диссертации заключается в следующем:

1. Разработке методики реализации многомерных безындуктивных цепей (наряду с их многополюсными свойствами) с ARC-элементами с учетом ряда инженерных требований: неуравновешенная структура цепи, “звёзды” из нелинейных и параметрических элементов, исключения “плавающих” реактивностей и др.
2. Решении ряда задач по синтезу ARC-структур, представляющих самостоятельный интерес в радиотехнике, электронике, вычислительной технике.
3. Новой ARC-реализации генератора сигналов со специальными свойствами – хаос-генератора с ориентацией на микроэлектронное исполнение с полным исключением индуктивных элементов известных схем. А также в разработке инженерных методик по реализации и синтезу оригинальных систем, алгоритмов анализа цепей, теорем об эквивалентных источниках, фильтров с симметричными АЧХ, ряда теорем по оператору О.Хевисайда, позволившему значительно расширить классы преобразуемых сигналов, оценке функции чувствительности при произвольных вариациях параметров цепи.

Внедрение результатов проведено в СПбГПУ и СПб институте машиностроения, а также используются в научно-исследовательской работе и учебном процессе в СПбГАСУ.

Апробация работы выполнена на кафедрах ТОЭ СПбГПУ, автоматики и электротехники СПбГАСУ, а также родственных кафедрах: ТОЭ в ГОУ ВПО СПбГЭТУ, кафедре электротехники и электроники БНПУ (Беларусь, Минск) и ежегодных научно-технических профессорско-преподавательских конференциях СПбГПУ, СПбГАСУ.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы 8 работ, 4 в рекомендованных ВАК источниках, трудах конференций, среди работ имеется патент РФ.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературных источников, включающего в себя 96 наименований. Работа изложена на 101 странице машинописного текста и содержит 42 рисунка.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Методика синтеза многополюсных схем, содержащих линейные, нелинейные, активные, дискретные и логические элементы, умножители сигналов с учётом инженерных требований к итоговым реализациям структур.
2. Методика синтеза многополюсных и многомерных структур (ММС) с названными выше элементами в произвольных сочетаниях.
3. Обобщение ряда теорем анализа многополюсных схем – методов эквивалентного генератора, исследование свойств многомерного оператора О.Хэвисайда.
4. Методика учёта функций чувствительности при произвольных конечных изменениях параметров составляющих элементов.
5. Реализация конкретных схем фильтров (ПФ и ЗФ) 8-го и 16-го порядков, обладающих арифметической симметрией АЧХ (амплитудно-частотных характеристик).

Содержание работы

Введение содержит характеристики состояния проблемы синтеза цепей с нелинейными, параметрическими, дискретными умножителями сигналов и логическими элементами. Содержится постановка задачи исследований, исходные предпосылки и общий вид универсального оператора реализации, указана его связь с рядом интегральных операторов, обосновывается актуальность, научная новизна и практическая ценность работы.

Первая глава содержит необходимые обсуждения и примеры перехода к конкретным цепям на основании общей совокупности постулатов теории цепей и систем и введения оператора реализации (система матричных уравнений (1.В)).

Показано, что система матричных уравнений

$$\begin{cases} P(s)=W\{Q(s)\}; \quad p(t)\in P; q(t)\in Q; \\ Q(s)=A(s)P(s)+B(s)X(s); x(t)\in X; \\ Y(s)=C(s)P(s)+D(s)X(s); y(t)\in Y, \end{cases} \tag{1.В}$$

где $[Q(s)]$ вектор переменных состояния (изображения по Лапласу независимых переменных состояния); P,Q,X,Y - некоторые функциональные пространства; $[P(s)]$ - вектор изображений переменных, получающихся после воздействия оператора $W\{\bullet\}$ на вектор переменных $[Q(s)]$ – является исходным приближением к решению задачи. Данный оператор в дальнейшем содержит следующие подклассы: $W_Л\{\bullet\}$ - подкласс линейных операторов, $W_{нл}\{\bullet\}$ - нелинейные операторы, $W_п\{\bullet\}$ - операторы параметризации, $W_d\{\bullet\}$ - операторы дискретизации, $W_{Лг}\{\bullet\}$ - логическая часть наконец, $W_{ум}\{\bullet\}$ - умножение сигналов, так что $W\{\bullet\}\in\{W_А\{\bullet\},W_{НА}\{\bullet\},W_П\{\bullet\},W_d\{\bullet\},W_{АГ}\{\bullet\},W_{ym}\{\bullet\}\}$; s=σ+jω – оператор Лапласа. $[X(s)]$, $[Y(s)]$-екторы входных воздействий и реакций цепи соответственно (входной и выходной алфавиты); $[A(s)]$ $[B(s)]$, $[C(s)]$ $[D(s)]$ - квадруполь некоторых матриц соответствующих размерностей.

После исследования свойств системы (1.В) на ряде примеров рассматриваются основые постулаты теории цепей и систем, при этом обращается внимание на разграничение понятий "линейная" и "нелинейная" цепи - с одной стороны и нелинейными элементами цепей с другой. Аналогично делается акцент на термины "параметрическая", "активная", 'пассивная", "дискретная" - для цепей и их элементов (частей). Следует также обращать внимание на дополнительные термины: "наблюдаемая" цепь (система) полностью, либо не полностью, т.е. частично. Подобную же осторожность следует отнести к термину "управляемая"-полностью, либо частично. И, наконец, цепь может быть как полностью управляемой и наблюдаемой, так и не полностью - в отношении этих качеств.

<u>Вторая глава</u> посвящена обоснованию и разработке реализации конкретных нелинейных, нелинейно-параметрических и дискретных операторов. Исходная система (1.В) записана в операторной форме, однако данные уравнения могут быть представлены и в иных видах. Так, при нулевых начальных условиях (без снижения общности рассмотрения) может применяться дифференциальная форма описания:

$$\begin{cases} p(t)=W\{q(t)\}; \\ q(t)=A(p)p(t)+B(p)x(t); \\ y(t)=C(p)p(t)+D(p)x(t), \end{cases} \tag{2.1}$$

где $p=d(\cdot)/dt$ – оператор дифференцирования. Система (2.1) может использоваться, например, для периодических режимов. В случаях одиночных сигналов применим оператор Фурье:

$$\begin{cases} P(j\omega)=W\{Q(j\omega)\}; \\ Q(j\omega)=A(j\omega)P(j\omega)+B(j\omega)X(j\omega); \\ Y(j\omega)=C(j\omega)P(j\omega)+D(j\omega)X(j\omega). \end{cases} \tag{2.2}$$

Для периодических режимов в случае k-гармоники получим иную форму (1.В) и (2.2):

$$\begin{cases} P(jk\omega)=W\{Q(jk\omega)\}; \\ Q(jk\omega)=A(jk\omega)P(jk\omega)+B(jk\omega)X(jk\omega) \\ Y(jk\omega)=C(jk\omega)P(jk\omega)+D(jk\omega)X(jk\omega) \end{cases}$$

В системе (2.1) второе и третье уравнение можно представить в интегральной форме. Для временной области (2.1) трансформируется в следующую форму (интегралы свёртки):

$$\begin{cases} q(t)=\int\limits_0^t A(t-\tau)p(\tau)d\tau+\int\limits_0^t B(t-\tau)x(\tau)d\tau; \\ y(t)=\int\limits_0^t C(t-\tau)p(\tau)d\tau+\int\limits_0^t D(t-\tau)x(\tau)d\tau. \end{cases}$$

Система (1.В) соответствует общей функциональной схеме, показанной на рисунке 1.

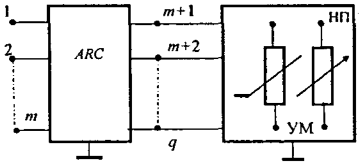

Рис. 1

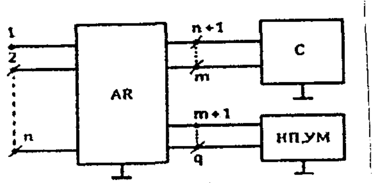

Рис. 2

На рис. 1 выделен первый линейный блок ARC-многополюсник, у которого первые m-зажимов относятся к входам и выходам всей цепи, а зажимы с номерами $(m+1)\div q$ относятся к нелинейно-параметрической части схемы (НП), которая может также содержать идеальные ключи, логические подсхемы и умножители сигналов (УМ). Если выделить отдельно блок емкостных элементов согласно схеме (в соответствии с условиями теоремы 1) рисунка 2, то последние два уравнения системы (1.В) при постоянных матрицах A,B,C,D (принимаем без особенностей) значительно упрощаются, однако в этом случае придется ввести в первое уравнение системы (1.В) линейный и нелинейный операторы $W_л(s)$, $W_{нп}\{\bullet\}$, охватывающий также множества идеальных ключей и логических элементов.

Если в общем случае в рассмотрении участвует m – емкостных (частотных) переменных $s=\{s_1,s_2,s_3...s_m\}$, то блок AR содержит также переменные второй группы индексов. Обратимся еще раз к системе (1.В) и выделим в векторах $P(s)$ и $Q(s)$ составляющие, относящиеся к линейной и нелинейно-параметрическим частям схемы соответственно, тогда

$$\begin{cases} P(s)=\left[P_л^t(s),P_{нп}^t(s)\right]^t \\ Q(s)=\left[Q_л^t(s),Q_{нп}^t(s)\right]^t, \end{cases} \qquad (2.3)$$

где индекс «Л» – соответствует линейной подсхеме, а НП – нелинейно-параметрической, t – символ транспозиции, при этом некоторые матрицы могут быть чисто вещественными

$$A(s)=\left[A_{ij}\right];\ i,j=1,2;\ \left[B(s)\right]=\left[B_л^t(s),B_{нп}^t(s)\right]^t;\ \left[C(s)\right]=\left[C_л^t(s),C_{нп}^t(s)\right]^t.$$

Рассмотрим линейную часть от $P(s)$, т.е. $P_л^t(s)$ из (2.3)

$$P_л(s)=W_л\{Q_л(s)\}=W_л\left([A_{11}]P_л(s)+[A_{12}]P_{нп}(s)\right)+W_л\left[B_л\right]X(s).$$

Если принять в частном случае, что $[A_{12}]=[0]$, то

$$P_л(s)=\left(1-W_л[A_{11}]\right)^{-1}W_л[B_л]X(s),$$

где матрица в круглых скобках – неособенная. В этом случае третье уравнение системы (1.В) сведется к

$$Y(s)=\left[C_л\right]P_л(s)+\left[C_{нп}\right]P_{нп}(s)+[D]X(s)=\left[\left[C_л\right]\left(W_л^{-1}-[A_{11}]\right)^{-1}\left[B_л\right]+[D]\right]X(s)+\left[C_{нп}\right]P_{нп}(s).$$

Первая часть $Y(s)$ относится к линейной подсхеме с матрицей передаточных функций $H(s)$, равной $H(s)=[C_л]\left(W_л^{-1}-[A_{11}]\right)^{-1}[B_л]+[D]$, при этом $Y(s)=H(s)X(s)+[C_{нп}]P_{нп}(s)$.

Из этого соотношения, полагая матрицу $[C_{нп}]$ неособенной, найдем

$$[C_{нп}]^{-1}Y(s)=[C_{нп}]^{-1}H(s)X(s)+P_{нп}(s).$$

Разработанные исходные описания нелинейно-параметрического оператора позволяют рассмотреть ряд сопутствующих вопросов. Среди них: эквивалентные преобразования нелинейно-параметрических цепей и систем, квазиэквивалентные преобразования нелинейных схем, (подробнее показано в работе).

Третья глава посвящена обобщению системы (1.В) на многомерный случай реализации дискретных цепей, а также вопросам функции чувствительности. Рассмотрено многомерное преобразование Лапласа, а также одномерное $H(t,p)$ преобразования О.Хевисайда, где $p=\frac{d}{dt}\{\bullet\}$, $p^{-1}=\int\{\bullet\}dt$ – операторы дифференцирования и интегрирования при выполнении тождеств $pp^{-1}=p^{-1}\cdot p=1$ - тождественный оператор. Показано, что при введении многомерного оператора О.Хевисайда $H(p_1,p_2,...,p_n)\Rightarrow H(p_{(n)})$- значительно расширяется класс используемых функций. Здесь рассмотрены следующие теоремы:

Теорема 1. Для воздействия вида $e^{-\frac{M(t)}{p_\varepsilon}}\delta_1(t)$, где $M(t)$ – некоторый полином или функция от t с постоянными коэффициентами, $\varepsilon\geq 0$, $\delta_1(t)$ – функция О. Хэвисайда (единичная ступенчатая функция) – справедливо соотношение

$$e^{-\frac{M(t)}{p_\varepsilon}}\delta_1(t)=\frac{A\delta_0(t)}{p+M(t)/p^{\varepsilon-1}}, \tag{3.1}$$

где $\delta_0(t)$ – импульс Дирака (единичная импульсная функция), А- некоторая постоянная.

Следствие 1.1 В частном случае при $\varepsilon=1$ и $M(t)=\alpha$ (постоянный коэффициент) получим

$$e^{-\frac{\alpha}{p}}\delta_1(t)=e^{-\alpha t}\delta_1(t)=\frac{A\delta_0(t)}{p+\alpha};A=1. \tag{3.2}$$

Теорема 2. Для воздействия вида $e^{M(t)/p^\varepsilon}i(t)\delta_1(t)$ справедливо соотношение

$$H_0(t,p)\left\{e^{\frac{M(t)}{p^\varepsilon}}i(t)\delta_1(t)\right\}=e^{\frac{M(t)}{p^\varepsilon}}H_0(t,p)+e^{\frac{M(t)}{p^{\varepsilon-1}}}i(t)\delta_1(t). \tag{3.3}$$

$H_0(t,p)$ - оператор О.Хевисайда.

Если снова обратиться к многомерному оператору О.Хевисайда

$$H(p_{(n)})=\frac{N(p_{(n)})}{D(p_{(n)})}, \tag{3.4}$$

причем $N(p_{(n)})=\sum_{\varepsilon_1=0}^{1}\sum_{\varepsilon_2=0}\cdots\sum_{\varepsilon_n=0}^{1}b_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}\ldots\varepsilon_2\varepsilon_1}\prod_{k=1}^{n}p_k^{(1-\varepsilon_k)}$

и соответственно

$$D(p_{(n)})=\sum_{\varepsilon_1=0}^{1}\sum_{\varepsilon_2=0}\cdots\sum_{\varepsilon_n=0}^{1}a_{\varepsilon_n\varepsilon_{n-1}\ldots\varepsilon_2\varepsilon_1}\prod_{k=1}^{n}p_k^{(1-\varepsilon_k)}\ ,$$

где a_ε и $в_\varepsilon$ - вещественны, то, полагая, что $p_1p_2...p_n\{\cdot\}=\prod_{k=1}^{n}p_k\{\cdot\}$, получим

$$p_{(n)}\{f(t_1,t_2,...,t_n)\}=\frac{d^n f(t_1,t_2,...,t_n)}{dt_1,dt_2,...,dt_n}\ \text{и}\ \frac{1}{(p_1,p_2,...,p_n)}\{\cdot\}=(p_1,p_2,...,p_n)^{-1}\{\cdot\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_{(n)}^{-1}\{\cdot\}=\frac{\{\cdot\}}{p_{(n)}}\Rightarrow\int_0^{t_1}\int_0^{t_2}\cdots\int_0^{t_n}f(t_1,t_2,...,t_n)dt_1,dt_2...dt_n\ .$$

Данные многомерные операции дифференцирования и интегрирования несложно обобщаются на n-мерные единичные импульсную и ступенчатую функции:

$$\frac{\delta_{0(n)}(t_{(n)})}{p_{(n)}}=\delta_{1(n)}(t_{(n)})\,,$$

причём удовлетворяются следующие аксиомы аддитивности и коммутативности (a÷c):

a) $k(p_{(n)}+p_{(\lambda)})=kp_{(n)}+kp_{(n)}$;

b) $p_{(n)}p_{(\lambda)}=p_{(\lambda)}p_{(n)}=p_{(\alpha)}p_{(\beta-\alpha)}$;

c) $p_{(\upsilon)}(p_{(cn)}+p_{(\lambda)})=p_{(\upsilon)}p_{(cn)}+p_{(\upsilon)}p_{(\lambda)}$,

где k-некоторый вещественный коэффициент, $\alpha\geq\min(n,\lambda)$; $\beta\leq\max(n,\lambda)$.

Многомерные операторы О.Хевисайда (3.4) в отличие от многомерного преобразования Лапласа

$$F(s_1,s_2...,s_n)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty}f(t_1,t_2,...,t_n)e^{-\sum_{k=1}^{n}p_{k_{t_k}}}dt_1,dt_2...dt_n$$

не нуждаются в предварительном доказательстве сходимости несобственных интегралов, мажорируемости и существования самих преобразований (т.е. изображений и оригиналов) для сложных воздействий нелинейных и параметрических цепей. Более того, ряд многомерных изображений можно получить непосредственно через (3.1÷3.4) без рассмотрения интегралов Лапласа. Так, после введения операции дифференцирования

$$p^nU(t)-p^{n-1}U_0\delta_0(t)-p^{-2}U_0\delta_0(t)-...-U_0^{(n-1)}\delta_{0(t)}$$

и интегрирования

$$\int_0^{t}\int_0^{t}\cdots\int_0^{t}i(t)dt^n=\frac{i(t)}{p^n}\delta_1(t)+\sum_{i=1}^{n}\frac{i_0^{-1}}{p^{n-i+1}}$$

- можно получить ряд других важных теорем, минуя непосредственное применение преобразований Лапласа.

Наряду с традиционными R, L и C элементами (линейными, нелинейными, параметрическими и дискретными) в последние годы нашли распространение и элементы высшего порядка, определяемые операторным соотношением $p^{\beta}u(t)=f(p^{\alpha}i(t))$, где α и β – положительные или отрицательные числа [$u_{\beta\alpha}$].

Данные элементы нашли применение при синтезе и реализации некоторых цепей и описаниях системы, выходящих за рамки принятых моделей. Среди них, например, частотно-зависимый $C(\omega)$-элемент

$$p^{\beta}u(t)=kp^{\alpha}i(t)\Rightarrow u(t)=kp^{(\alpha-\beta)}i(t);$$

$$\alpha-\beta=...-5,-1,3,7,...Z_0(j\omega)=-jk\omega^{(\alpha-\beta)},$$

причем $\alpha-\beta=-1$ – соответствует обычной емкости $C=1/k$. Схема замещения частотно-зависимой ёмкости при ненулевых начальных условиях и $\alpha-\beta=3$ составит:

$$i(t)\delta_1(t)=\frac{1}{kp^3}\left\{u(t)\delta_1(t)+\frac{1}{p}i(0\_)\delta_0(t)+\frac{1}{p^2}i'(0\_)\delta_0(t)+\frac{i''(0\_)}{p^3}\delta_0(t)\right\}\Rightarrow j\omega C(\omega)U_m=I_m,$$

где $C(\omega)=1/k\omega^4$. Схема дана на рисунке 3.

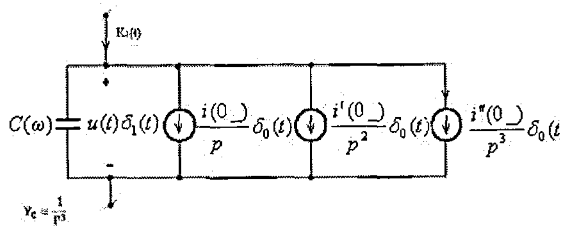

Рис. 3

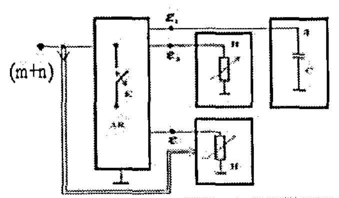

Рис. 4

Обратимся к примеру реализации (синтеза) матричного описания системы в соответствии с $(3.1\div3.4)$ с $p_{(n)}$ переменными согласно блок-схеме отвечающей рис. 4, где AR-активно-резистивный блок с дискретизаторами (ключами); "Н" – нелинейный, "П" – параметрический, "Л" – линейный блоки соответственно. AR-блок содержит m-входных и n-выходных зажимов, из которых ε(ε<ω) управляют нелинейными двухполюсниками. Блок "С" (ε_1-входов) содержит C_1 - емкостных элементов, параметрический блок "П" имеет ε_2-входов. В блоке "Н"- имеются двухполюсные элементы, управляемые напряжением, либо матрица токами по линейному (в простейшем случае), либо произвольным законами - для общего случая. Если потребовать получение системы с минимальным описанием в пространстве состояния (2.1), то на практике это соответствует использованию минимума элементов типа $p_{(i)}$, где $(i)\in\{\omega\}$ при реализации (рис. 4).

Поскольку многомерная системная характеристика допускает разложение вида

$$\left[H(p_{(\omega)})\right]=\left[D(\widetilde{p}_{(\omega)})\right]+\left[C(\widetilde{p}_{(\omega)})\right]\cdot\left\{p\left[1\delta_{p_i}\right]-\left[A(p)\right]\right\}^{-1}\left[B(\widetilde{p}_{(\omega)})\right],$$

где $\widetilde{p}_{\omega p_i}\in\{p_1,p,...p_{i-1},p_{i+1},...,p_{\omega}\},\left[H(p_{\omega p_i})\right]$ - оператор О.Хевисайда, то можно прийти к следующему представлению:

$$\left[H_0(p_{(\omega)})\right]=\begin{bmatrix}\left[D(\widetilde{p}_{(\omega p_i)})\right] & \left[C(\widetilde{p}_{(\omega p_i)})\right]\\ \left[B(\widetilde{p}_{(\omega p_i)})\right] & p\left[1\delta_{p_i}\right]-\left[A(\widetilde{p}_{(\omega p_i)})\right]\end{bmatrix}. \qquad (3.5)$$

Здесь $1\delta_{p_i}$ - размерность соответствующей единичной матрицы.

Путём поэтапного разложения (3.5) по каждой из переменных p_i придем к следующему результату:

$$\left[H_1(p_{(\omega)})\right]=[D]+[C]\left[diag\left\{p_1\left[1\delta_{p_1}\right], p_2\left[1\delta_{p_2}\right], \ldots, p_\omega[1\delta_{p_\omega}]\right\}-[A]\right]^{-1}[B] \qquad (3.6)$$

Описание является полинейным тогда, когда матрицы [C]·[A] взаимно просты справа, а матрицы [A]·[B]- взаимно просты слева, т.е. система должна быть модально управляемой и модально наблюдаемой. Таким образом, полученная система матриц в исходном состоянии допускает снижения порядка описания (1.В) при выделении наибольшего общего правого (левого) делителей названных матриц.

В дальнейшем от (3.6) переходим к иммитансному описанию для последующего непосредственного процесса реализации многополюсной цепи с активными элементами.

Рассмотрим конкретный пример синтеза цепи при $(\omega)=(p_1, p_2)$. Пусть, необходимо реализовать динамический корректор с матрицей характеристик передачи. Имеется матричная системная характеристика вида

$$\left[H(p_1,U_1)\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{p_1U_1}{p_1+U_1} & \dfrac{1}{p_1+U_1}\end{bmatrix}^t_{2\times1},$$

где $U_1\to p_2$; $\left[U_2,U_3\right]^t=\left[H(p_1p_2)\right]U_1$, причём от переменной U_1 осуществлен переход (аналитическое продолжение) в комплексную область p_2. Искомая схема должна содержать один вход и два выхода с одной нелинейностью. Исходное описание в узловом базисе составит:

$$\left[Y(p_1p_2)\right]=\begin{bmatrix}0 & K_2 & K_3\\ \dfrac{p_1p_2}{p_1+p_2} & -1 & 0\\ \dfrac{1}{p_1+p_2} & 0 & -1\end{bmatrix};\quad \begin{cases}U_2(p_1p_2)=\dfrac{p_1p_2}{p_1+p_2}\cdot U_1\\ U_3(p_1p_2)=\dfrac{1}{p_1+p_2}\cdot U_1\end{cases}$$

Используя инверсный оператор усиления-суммирования, можно получить (K_2, K_3 - вспомогательные коэффициенты)

$$\left[Y_1(p_1p_2)\right]_0=\begin{bmatrix}0 & K_2 & K_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1/p_2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & p_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & p_1\end{bmatrix}.$$

В данном случае первые два оператора оказались прямыми (p_1), а третий инверсный $(1/p_2)$, который ценой увеличения размерности $[Y_1(p_1 p_2)]$ может быть преобразован в прямой.

Общая схема реализации представлена на рис. 5. Заметим, что реализация несимметрической части матрицы проводимостей может быть выполнена любым набором активных блоков – усилителями с конечными коэффициентами усилений (в том числе только с инверсией или смешанном варианте), управляемыми источниками, конвертерами и т. д.

К узлу (5) подключена нелинейная проводимость пропорциональная входному напряжению. Схема имеет единичные емкостные элементы на узлах (9) и (7), величины в Омах и Фарадах, 9 - сумматоров с единичными коэффициентами усиления. Пунктиром выделены подсхемы AR, H, C. Данная методика позволяет реализовать и саму управляемую проводимость: $G=kV_1$ или в случае необходимости $R=k_1 V_1$.

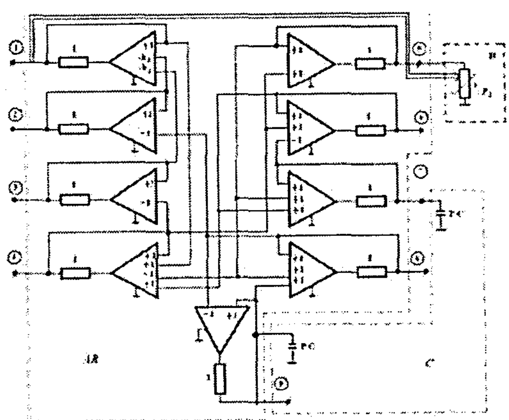

Рис. 5

Четвёртая глава содержит примеры реализации конкретных устройств, а также синтез дискретных цепей с логическими элементами. В работе изложен способ математического описания нелинейно-параметрических цепей, систем с дискретизаторами и логическими подсхемами в частотной области пространства состояний, позволяющий использовать некоторые положения теории линейных систем. Представлены функциональные схемы полосовых и заграждающих фильтров различных порядков, разложение через системные параметры в случае многомерного преобразования.

Далее, пусть необходимо реализовать матрицу системных функций двумерного преобразования Лапласа

$$[H(s_1, s_2)]_{2\times 2} = \frac{1}{s_1 s_2 + 5s_1 + 6}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 2}.$$

Здесь симметрия выражения не имеет существенного значения для освещения способа реализации двухмерной функции. В соответствии с (3.5) после частотного преобразования получим:

$$[H_1(s_1,s_2)]_{2\times 2}=\frac{1}{(s_1+a_1)(s_2+a_2)+5(s_1+a_1)+6}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left[H_2^2(s_1s_2)\right]_{7\times 7}=\left[\begin{array}{ccccc|cc}0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1\\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & s_1+a_1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & s_2+a_2+5\end{array}\right]_{7\times 7}$$

В данном примере от параметров a_1 и a_2 зависит только матрица динамики [A]:

$$[A(a)]=\begin{bmatrix}-a_1 & 0\\ 0 & -(a_2+5)\end{bmatrix}.$$

В рамках штриховых линий $[B]$ и $[C]$ – очевидны.

Проблема свелась к реализации матрицы проводимостей двухмерной семиполюсной цепи с помощью ARC- цепи. При этом синтезируемая цепь должна отвечать ряду дополнительных инженерных требований: быть неуравновешенной структуры, иметь «звезду» из реактивностей, общий узел для усилительных устройств и т.п. (выходящих за рамки рассматриваемого примера №2). При выборе пассивной матрицы проводимостей в виде доминантно – диагонального типа с отрицательными внедиагональными элементами.

$$[G_p]=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 6 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (s_1+a_1) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & s_2+a_2+4+1\end{bmatrix}.$$

Получим «активную» матрицу:

$$[G_a]=[H_2^2(s_1,s_2)]-[G_p]=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0 & -2 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}_{7\times 7}.$$

Реализация исходной матрицы трехполюсника $[H_1(s_1, s_2)]$ представлена на рис. 6 (величины в Омах и Фарадах). Коэффициенты усиления (пропорциональности) сумматоров находятся из системы уравнений:

$$[k] = [1] - [G_d] \cdot [G_a],$$

где $[G_d] = diag\{1,1,0,1,1,0,1\}$.

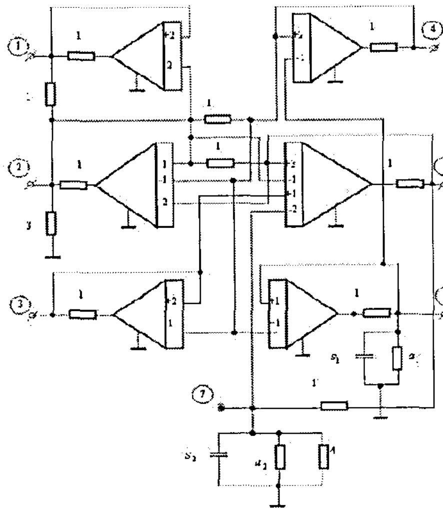

Рис. 6

Основные результаты и выводы по работе:

1. В работе изложена концепция математического описания нелинейно-параметрических цепей, систем с дискретизаторами и логическими подсхемами в частотной области пространства состояний, позволяющая использовать некоторые положения теории линейных систем.

2. В соответствии с результатами п.1 представлены некоторые частные структуры моделей нелинейных, параметрических, дискретных систем, отражающих связи входных и выходных переменных, от которых осуществляется переход к узловому описанию цепи, связанному с дальнейшей реализацией цепей.

3. Сформулированы используемые далее принципы эквивалентности и квазиэквивалентности нелинейно-параметрических и дискретных цепей и систем.

4. Доказан ряд теорем по использованию оператора О.Хэвисайда в русле концепции анализа и реализации систем указанного класса.

5. Представлен ряд иллюстративных примеров синтеза, использующих разработанную методику для нелинейно-параметрических, дискретных многомерных схем.

6. Произведена оценка чувствительности реализованных цепей. Разработаны некоторые новые устройства со специальными свойствами, подтвержденные патентом.

7. Представлен ряд конкретных реализаций ПФ и ЗФ фильтров с арифметической симметрией АЧХ. Показано хорошее соответствие теоретических и расчётных данных.

8. Представлено исследование функций чувствительности структур при произвольных (конечных) изменениях их параметров.

Публикации по теме диссертации:

1. Синтез RLC моделей заземляющих устройств по экспериментальным и расчетным переходным характеристикам / А.А. Лебедева, Н.В. Коровкин, Т.Г. Миневич, К.Н. Нетреба, С.Л. Шишигин // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. - 2009. - Т.1, №89. - С. 202-207.

2. Лебедева, А.А. Синтез заграждающих фильтров с перестраиваемыми параметрами / А.А. Лебедева, А.В. Бондаренко, В.В. Резниченко, В.И. Можар // Журнал "Энергетика". – 2009. - №4. - С. 27-30.

3. Лебедева, А.А. Многополюсный аналог теорем Тевенина и Нортона для ARC-цепей с нелинейными R-элементами / А.А. Лебедева, А.В. Бондаренко // Вестник гражданских инженеров. - 2010. - №2(23). - С.193-197.

4. Лебедева, А.А. Реализация многомерных полосовых фильтров с симметричной амплитудно-частотной характеристикой/ А.А. Лебедева, А.В. Бондаренко, В.В. Резниченко // Вестник гражданских инженеров. – 2011. - №28, март. - С. 117-121.

5. Лебедева, А.А. Аппроксимация нелинейных функций дробно-рациональными выражениями / А.А. Лебедева // Доклады 66-ой научной конференции профессоров, инженеров и аспирантов университета. Ч. 4.: тез. докл. / редкол.: А.В. Бондаренко, В.В. Резниченко [и др.]. - СПб: Изд-во СПбГАСУ, 2008. - С. 5-8.

6. Лебедева, А.А. Теорема об эквивалентном генераторе и многополюсная цепь / А.А. Лебедева // Актуальные проблемы энергетики АПК. - 2011. - С. 161-163.

7. Пат. 2002303 Российская Федерация. Генератор функций / А.А. Бондаренко, А.В. Бондаренко, В.В. Бондаренко, С.В. Зайцева; заявитель и патентообладатель СПб Гос. электротех. унив-т. - №4924262 ; заявл. 2.04.91 ; опубл. 30.10.1993, Бюл. № 39-40 (Пч.). - 4 с.

8. Лебедева, А.А. Аналого-дискретные и цифровые цепи и системы: учеб. пособие / А.А. Лебедева, А.В. Бондаренко, В.В. Бондаренко; изд-во СПбГАСУ – СПб: СПбГАСУ, 2011. - 134 с.

Подписано в печать 17.04.2012. Формат 60x84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 1,0. Тираж 100. Заказ 9109b.

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного автором,
в типографии Издательства Политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 550-40-14
Тел./факс: (812) 297-57-76