САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Григорьев

Григорьев Григорий Константинович

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЕТЕВЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ

01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2012

Работа выполнена на кафедре теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель:	доктор технических наук, профессор **Фрадков Александр Львович**
Официальные оппоненты:	**Граничин Олег Николаевич,** доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет, профессор, **Вахитов Александр Тимурович,** кандидат физико-математических наук, ООО "Лаборатория цифрового зрения", директор по исследованиям.
Ведущая организация:	Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Защита состоится "30" мая 2012 г. в 16^{00} часов на заседании диссертационного совета Д.212.232.29 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9, ауд. 133.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9.

Автореферат разослан "27" апреля 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.212.232.29

В. М. Нежинский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Математические задачи управления в сетях динамических систем активно исследуются в последнее десятилетие. Это связано с наличием широкого класса приложений, в числе которых задачи управления движением групп мобильных роботов, синхронизации в энергосистемах, управления беспилотными летательными аппаратами, управления флотилиями автономных судов, управления многоядерными процессорами и т.п. Такие задачи характеризуются требованиями полной или частичной децентрализованности регуляторов, естественно следующими из описания реальных сетевых объектов, а также ограничениями на возможности измерения и управления при построении регуляторов. Задачи управления сетями исследовались в работах А. А. Воронова, Б. М. Миркина, А. Л. Фрадкова, Д. Д. Сильяка, Р. М. Мюррея, И. А. Джунусова и многих других авторов. Несмотря на большое количество публикаций по этой тематике, пока решен лишь ограниченный класс задач управления в сетях, поскольку они затруднены сложностью и пространственной распределенностью объектов и ограничениями на обмен информацией между ними. В некоторых работах предполагается доступность для измерения всего состояния отдельного объекта сети, а также вхождение управления во все уравнения подсистем, либо предлагается использование наблюдателей. Подобные предположения являются ограничительными при практической реализации систем регулирования, особенно при большой размерности пространства состояний объектов и (или) большом количестве этих объектов в сети. Также в большинстве работ рассматриваются лишь детерминированные системы. В то же время в практических задачах обычно невозможно задать точную математическую модель, и для учета погрешностей в уравнения объектов вводятся возмущения, которые зачастую носят случайный характер и оказывают существенное влияние на динамику системы. Решение некоторых задач адаптивного управления объектами, описываемыми стохастическими дифференциальными уравнениями, на основе пассификации изложено в книге В. Г. Сраговича. Результаты, полученные в ней, интерпретируются как решение задачи адаптивной стабилизации линейных объектов, в которых возмущения в виде белого шума действуют либо на параметры объекта, либо на его координаты. В работах А. Л. Фрадкова и И. В. Разуваевой рассмотрена задача адаптивной стабилизации при наличии координатно-параметрических стохастических возмущений типа белого шума для единичной системы, а в работах О. Н. Граничина рассмотрены задачи идентификации и адаптивного управления для объектов с различными ограниченными возмущениями, но тоже только в случае единичного объекта.

Целью диссертационной работы является синтез регуляторов, обеспечивающих сходимость в некоторую область векторов состояния динамических систем, образующих сети, при неполных измерениях и управлениях и наличии возмущений для различных случаев.

Методы исследования включают методы пассификации и скоростного градиента в задачах децентрализованного управления, предложенные А.Л. Фрадковым, частотную теорему (лемма Якубовича-Калмана), а также теорему о существовании и единственности решений стохастических дифференциальных уравнений.

Научная новизна. Основные результаты работы являются новыми и заключаются в следующем:

1. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы по выходу для сетей, состоящих из идентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье для задачи слежения за лидером при наличии ограниченных возмущений в случаях глобально липшицевых нелинейностей и монотонных нелинейностей. Впервые предложена децентрализованная структура адаптивного регулятора с зоной нечувствительности на основе пассификации и получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

2. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы по выходу для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье со структурой, согласованной со структурой лидирующей подсистемы, для задачи слежения за лидером при наличии ограниченных возмущений в случае монотонных нелинейностей. Впервые получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

3. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из идентичных взаимосвязанных объектов, для задач слежения за лидером при наличии стохастических возмущений типа белого шума в случаях глобально липшицевых нелинейностей и монотонных нелинейностей. Впервые предложена децентрализованная структура адаптивного регулятора с отрицательной параметрической обратной связью на основе пассификации и получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

4. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов со структурой, согласованной со структурой лидирующей подсистемы, для задач слежения за лидером при наличии стохастических возмущений типа белого шума в случае глобально липшицевых нелинейностей. Впервые получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

Теоретическая и практическая ценность. Для сетей идентичных и неидентичных систем Лурье с ограниченными возмущениями и со стохастическими возмущения типа белого шума с помощью методов пассификации и скоростного градиента синтезированы адаптивные регуляторы по выходу при неполных измерениях и управлениях, не использующие информацию о параметрах объектов сети и применимые в условиях неопределенности. Для различных случаев получены условия достижения цели управления в замкнутой системе, отличающиеся от известных использованием леммы Якубовича-Калмана, теоремы о пассификации и различных способов огрубления алгоритма скоростного градиента. Условия достижения цели управления могут быть сформулированы в терминах входящих степеней вершин графа связей сети. На основе метода пассификации найдены достаточные условия достижения цели управления в сетях линейных объектов с возмущениями, отличающиеся от известных использованием статических регуляторов, работоспособных при неполных измерениях и управлениях и не требующих построения наблюдателей состояния. Полученные результаты могут быть использованы на практике: для расчета и построения управления сетями мобильных роботов или для синхронизации работы многоядерных процессоров.

Апробация. Результаты диссертации докладывались на семинарах кафедры теоретической кибернетики математико-механического факультета СПбГУ, на российских и международных конференциях по оптимизации и теории управления: Балтийской Олимпиаде по Автоматическому Управлению (21-23 сентября 2011, Санкт-Петербург), 5th International Conference on Physics and Control (5-8 September, 2011, Leon, Spain), 50th IEEE Conference on Decision and Control, (12-15 December, 2011, Orlando, Florida, USA), The Sixth International Conference on Differential and Functional Differential Equations (14-21 августа, 2011, Москва).

Результаты диссертации были получены в ходе работ по ФЦП "Кадры" (госконтракт 16.740.11.0042) и при поддержке РФФИ (проект 11-08-01218) и использованы в перечисленных проектах.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ, из них 5 в соавторстве, 2 в изданиях из перечня ведущих рецензируемых журналов.

В работах, написанных в соавторстве, в [1] Г. К. Григорьеву принадлежит реализация описываемых методов, формулировка и доказательство теоремы, а А. Л. Фрадкову – общие постановки задач, в [2, 3] Г. К. Григорьеву принадлежат формулировка и доказательство теорем про сети динамических систем с ограниченными возмущениями, остальным авторам – общая постановка задач и формулировка и доказательство теорем про сети динамических систем с задержками, в [4, 5] Г. К. Григорьеву принадлежат условия пассификации стохастических систем, а соавторам принадлежит общая постановка задачи, детализация алгоритмов управления и доказательство теорем.

Объем и структура работы. Диссертация объемом 68 страниц состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (58 наименований).

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы, ставятся задачи исследования и приводится краткое содержание работы по главам.

В первой главе приводятся сведения из теории стохастических дифференциальных уравнений, формулировка теоремы о существовании, единственности и свойствах решений стохастических дифференциальных уравнений, некоторые матричные неравенства, формулировка леммы Якубовича-Калмана, а также краткое изложение методов пассификации и скоростного градиента в задачах децентрализованного управления, предложенных в работах Фрадкова А. Л. (Фрадков А. Л. *Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта* // Сиб. мат. журн.–1976. №2. С. 436-446.; Фрадков А. Л. *Адаптивное управление в сложных системах.* М.: Наука, 1990).

Во второй главе изложены основные результаты работы. Дается математическая постановка задачи децентрализованного адаптивного управления для различных сетей, состоящих из взаимосвязанных объектов в форме Лурье. В разделах 2.1-2.3 главы 2 рассматриваются сети идентичных объектов с ограниченными возмущениями, описываемых уравнениями в форме Лурье.

Рассматривается сеть S, состоящая из N взаимосвязанных подсистем S_i, $i = 1, \ldots, N$, каждая из которых описывается следующим образом:

$$\begin{gathered} \dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + \varphi_0(x_i) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j) + f_i(t), \\ y_i = C^{\mathrm{T}}x_i, \quad i = 1, \ldots, N, \end{gathered} \tag{1}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния подсистемы, $u_i \in \mathbb{R}^1$ – управление, $a_{ij} \in \mathbb{R}^1$ – коэффициенты, описывающие силу взаимосвязей, $y_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор доступных измерений. Функции $\varphi_{ij}(\cdot), i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N$ описывают взаимосвязи между подсистемами, $\varphi_0(\cdot)$ описывает нелинейность в подсистемах, а $f_i(t)$ – ограниченное возмущение в системе S_i, $i = 1, \ldots, N$.

$$\|f_i(t)\| \leq d_{f_i}. \tag{2}$$

Предполагается, что $\alpha_{ii} = 0$, $\varphi_0(0) = 0$, $\varphi_{ij}(\cdot) \equiv 0 \Leftrightarrow \alpha_{ij} = 0$. Считается, что A,B,C и $\varphi_0(\cdot)$ известны, а функции $\varphi_{ij}(\cdot), i = 1, \ldots, N, j = 1, \ldots, N$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Рассматривается лидирующая система, являющаяся изолированной (не связанной с подсистемами S_i):

$$\dot{\overline{x}} = A\overline{x} + B\overline{u} + \varphi_0(\overline{x}), \ \overline{y} = C^{\mathrm{T}}\overline{x}, \tag{3}$$

где $\overline{u}$ – заданное известное управление. Цель управления состоит в притягивании траекторий всех подсистем в некоторую окрестность траектории ведущей подсистемы.

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\|x_i(t) - \overline{x}(t)\| \leq \Delta_i, \tag{4}$$

для всех $i = 1, \ldots, N$.

Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функции децентрализованного управления $u_i = \mathfrak{U}_i(y_i, \overline{u}, t)$, обеспечивающего достижение цели управления (4) для всех значений вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$.

В главе 2 всюду предполагается, что для всех $i, j = 1, \ldots, N$ и $\xi \in \Xi$ функции $\varphi_{ij}(\cdot)$ глобально липшицевы с константами Липшица L_{ij}, а функции $\overline{u}(\cdot)$, $\varphi_0(\cdot)$ таковы, что обеспечены существование и единственность решений всех подсистем сети.

В разделе 2.2 приводится синтезированный с помощью метода пассификации и скоростного градиента децентрализованный адаптивный регулятор вида:

$$u_i = \theta_i^{\mathrm{T}}(t)\tilde{y}_i + \overline{u}, \quad \theta_i(t) \in \mathbb{R}^l, \ i = 1, \ldots, N, \tag{5}$$

$$\dot{\theta}_i(t) = \begin{cases} -g^{\mathrm{T}}\tilde{y}_i(t)\Gamma_i\tilde{y}_i(t), \ Q_i(x_i(t), t) > \Delta_i \\ 0 \ , \ Q_i(x_i(t), t) \le \Delta_i, \end{cases} \tag{6}$$

где $\tilde{y}_i = y_i - \overline{y}$, $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}} > 0$ – положительно определенные матрицы порядка $l \times l$. Под решением обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывной правой частью понимается решение по Филиппову.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g, θ_* порядков $n \times n$, $l \times 1$, $l \times 1$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}}H < -\rho H, \ HB = Cg, \ A_* = (A + LI_n) + B\theta_*^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}. \tag{7}$$

Вводится передаточная функция лидирующей подсистемы: $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A)^{-1}B$.

Устанавливаются достаточные условия сходимости векторов состояния подсистем в окрестность траектории ведущей (лидирующей) подсистемы.

Теорема 1. *Пусть функция $\varphi_0(\cdot)$ глобально липшицева для всех $\xi \in \Xi$ с константой L, и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s - L)$ - гипер-минимально-фазовая. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, θ_*, порядков $n \times n$, $l \times 1$, соответственно, и $\rho > 0$, что выполняются условия* (7). *Введем обозначение $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N}|\alpha_{ij}L_{ij}|$ Если для всех $i = 1, \ldots, N$ выполнено условие*

$$\delta_i > 0, \tag{8}$$

то для всех $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, N$ адаптивное управление (5), (6) *обеспечивает достижение цели* (4) *при*

$$\Delta_i > \frac{d_{f_i}^2 \lambda_{max}(H)}{2\rho\delta_i}, \tag{9}$$

при этом векторы настраиваемых параметров $\theta_i(t)$ остаются ограниченными для всех решений замкнутой системы (1), (3), (5), (6).

Вводится граф связей — ориентированный граф, состоящий из множества вершин и множества дуг; эти множества определяются следующим образом: множество вершин состоит из N элементов, где i-я вершина ассоциирована с i-й подсистемой S_i. Дуге из j-й вершины к i-й вершине присваивается вес $|\alpha_{ij}L_{ij}|$. Замечается, что для каждого $i = 1, \ldots, N$ сумма $\sum_{j=1}^{N}|\alpha_{ij}L_{ij}|$ в неравенстве (8) есть входящая степень i-й вершины графа связей.

В разделе 2.3.2 рассматривается случай, когда нелинейность $\varphi_0(\cdot)$ из (1) имеет следующий вид

$$\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i),$$

$$\psi_0 : \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1.$$

Вводится определение G-монотонно убывающей функции, т.е. такой функции, что

$$(x-y)^{\mathrm{T}} G(f(x)-f(y)) \leq 0,$$

для любых $x, y \in \mathbb{R}^l$. Здесь G - вектор из $\mathbb{R}^l$.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g, θ_* порядков $n \times n$, $l \times 1$, $l \times 1$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}} H < -\rho H, \; HB = Cg, \; A_* = A + B\theta_*^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}. \tag{10}$$

Установлен следующий результат о достаточных условиях достижения поставленной цели управления в случае нелинейностей, параллельных управлению.

Теорема 2. *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ существует вектор $g \in \mathbb{R}^l$, такой, что функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s)$ гипер-минимально-фазовая. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, θ_* порядков $n \times n$, $l \times 1$, соответственно, и положительное ρ, что выполнены* (10). *Пусть, кроме того, функция $\psi_0(\cdot)$ является g-монотонно убывающей.*

Введем обозначение: $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N} |\alpha_{ij} L_{ij}|$. Если для всех $i = 1, \ldots, N$ выполнены следующие условия:

$$\begin{cases} \delta_i > 0, \\ \Delta_i > \frac{d_{f_i}^2 \lambda_{max}(H)}{2\rho\delta_i}, \end{cases} \tag{11}$$

то для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, N$ адаптивне управление (5), (6) *обеспечивает достижение цели*

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} \|x_i(t) - \overline{x}(t)\| \leq \Delta_i, \tag{12}$$

при этом векторы настраиваемых параметров $\theta_i(t)$ остаются ограниченными на $[0, \infty)$ для всех решений замкнутой системы (1), (3), (5), (6).

В разделах 2.4-2.6 главы 2 рассматриваются сети неидентичных объектов в форме Лурье.

Рассматривается лидирующая подсистема, описывающаяся уравнением

$$\dot{\overline{x}} = A_L \overline{x} + B_L(\overline{u} + \psi_0(\overline{y})), \; \overline{y} = C^{\mathrm{T}} \overline{x}, \tag{13}$$

где $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $\overline{u} \in \mathbb{R}^1$ – заданное известное управление, $\overline{y} \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений, $\psi_0 : \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1$ – функция, описывающая нелинейность. Предполагается, что A_L, B_L, C и $\psi_0(\cdot)$ известны и не зависят от $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Рассматривается сеть S, состоящая из N взаимосвязанных объектов S_i, $i = 1, \ldots N$, каждый из которых описывается следующим уравнением:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + B_L \psi_0(y_i) + f_i(t) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} \psi_{ij}(x_i - x_j), \; y_i = C^{\mathrm{T}} x_i, i = 1, \ldots, N, \tag{14}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния подсистемы S_i, $u_i \in \mathbb{R}^1$ – управление подсистемой, $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}^1$ – коэффициенты, описывающие силу взаимосвязей, $y_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений подсистемы. Функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, описывают взаимосвязи между подсистемами. Предполагается, что $\varphi_{ii}(\cdot) = (0, \dots, 0)^{\mathrm{T}}$, $i = 1, \dots, N$.

Пусть матрицы A_i, B_i и функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, а $f_i(t)$ – ограниченное возмущение в системе S_i:

$$\|f_i(t)\| \leq d_{f_i}. \tag{15}$$

Цель управления состоит в притягивании траекторий всех подсистем в некоторую окрестность траектории лидирующей подсистемы.

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} \|x_i(t) - \overline{x}(t)\| \leq \Delta_i \tag{16}$$

Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функции децентрализованного управления $u_i = \mathfrak{U}_i(y_i, \overline{u}, t)$, обеспечивающей достижение цели управления (16) для всех значений вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$.

Предполагается, что выполнены условия согласованности (Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. *Адаптивное управление динамическими объектами.* М.: Наука, 1981.) структуры лидирующей подсистемы (13) со структурой (14) каждого объекта сети:

A1) Для каждого $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \dots, N$, существуют вектор $\nu_* = \nu_*(\xi) \in \mathbb{R}^l$ и число $\theta_* = \theta_*(\xi) > 0$, такие, что справедливы равенства:

$$A_L = A_i + B\nu_*^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}, \ B_L = \theta_* B_i.$$

Вводится обозначение: $\sigma_i(t) = col(y_i(t), \overline{u}(t))$. Применяется адаптивный регулятор следующего вида

$$u_i(t) = \tau_i(t)^{\mathrm{T}} \sigma_i(t), \ i = 1, \dots, N, \tag{17}$$

где $\tau_i(t) \in \mathbb{R}^{l+1}$ – вектор настраиваемых параметров.

С помощью метода скоростного градиента и последующего огрубления с помощью введения зоны нечувствительности получен следующий алгоритм адаптации:

$$\dot{\tau}_i = \begin{cases} -g^{\mathrm{T}}(y_i - \overline{y})\Gamma_i \sigma_i(t), & Q_i(x_i(t), t) > \Delta_i, \\ 0, & Q_i(x_i(t), t) \leq \Delta_i. \end{cases} \tag{18}$$

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g порядков $n \times n$ и $l \times l$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что

$$HA_L - A_L^{\mathrm{T}} H < -\rho H, HB_L = Cg. \tag{19}$$

Вводится обозначение $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A_L)^{-1} B_L$. Установлен следующий результат о выполнении цели управления при условиях согласованности.

Теорема 3. *Пусть матрица A_L гурвицева и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ выполняются следующие частотные неравенства:*

$$\operatorname{Re} g^{\mathrm{T}}\chi(i\omega) > 0, \quad \lim_{\omega\to\infty} \omega^2 \operatorname{Re} g^{\mathrm{T}}\chi(i\omega) > 0, \tag{20}$$

для всех $\omega \in \mathbb{R}^1$. Тогда существуют $H = H^{\mathrm{T}} > 0$ и $\rho > 0$, такие, что выполнены (19). *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ выполнено предположение A1, а функция $\psi_0(\cdot)$ является g-монотонно убывающей. Введем обозначение: $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N}|\alpha_{ij}L_{ij}|$. Если для всех $i = 1,\ldots,N$ выполнено условие*

$$\delta_i > 0, \tag{21}$$

то для каждого $i = 1,\ldots,N$ адаптивное управление (17), (18) *обеспечивает достижение цели*

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\|x_i(t) - \overline{x}(t)\| < \Delta_i, \tag{22}$$

где

$$\Delta_i > \frac{d_{f_i}^2 \lambda_{max}(H)}{2\rho\delta_i}, \tag{23}$$

при этом векторы настраиваемых параметров $\tau_i(t)$ остаются ограниченными на $[0,\infty)$ для всех решений замкнутой системы (13), (14), (17), (18).

В разделе 2.7 приводится пример сети, состоящей из шести взаимосвязанных цепей Чуа с ограниченными возмущениями. Для синтеза закона управления и нахождения условий достижения цели управления применяется теорема 2, и приводятся результаты численного моделирования.

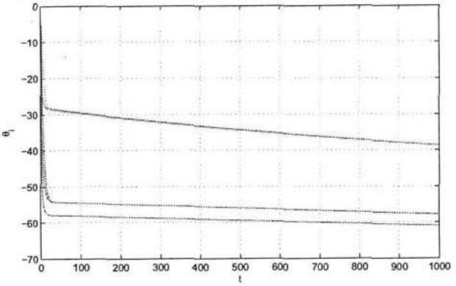


Рис. 1: Настраиваемые коэффициенты при неогрубленном АСГ

В третьей главе рассматривается управление сетями подсистем со стохастическими возмущениями типа белый шум.

В разделах 3.1 - 3.3 рассматриваются сети объектов с возмущениями типа белый шум, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями, с идентичными подсистемами.

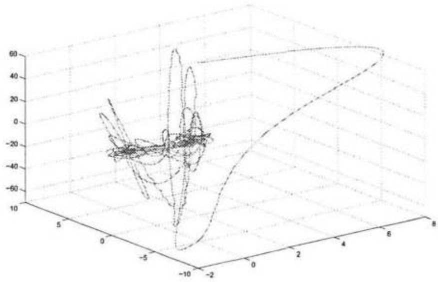
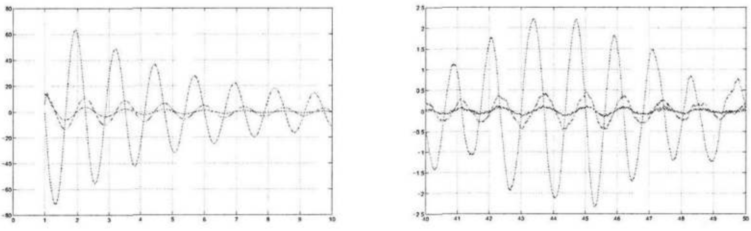


Рис. 2: Фазовый портрет первой подсистемы



(a) первые 10 секунд

(b) последние 10 секунд

Рис. 3: Погрешность в компонентах первой подсистемы

Рассматривается сеть S, состоящая из N взаимосвязанных подсистем S_i, $i = 1, \dots, N$. S_i описываются следующим образом:

$$dx_i = [Ax_i + Bu_i + \varphi_0(x_i) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j)]dt + \mathcal{E}_i(t, x_i)dw_i, \qquad (24)$$
$$y_i = Cx_i,$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $u_i \in \mathbb{R}^1$ – управление в i-й подсистеме, $a_{ij} \in \mathbb{R}^1$ – коэффициенты взаимосвязей, $y_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений. Функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество. $w_i \in \mathbb{R}^k$ – белый шум, $\mathcal{E}_i \in \mathbb{R}^{n\times k}$ – матрицы, элементы которых удовлетворяют следующим условиям:

$$|e_{ij}(t, x_1) - e_{ij}(t, x_2)| \le \lambda \|x_1 - x_2\|,$$

при $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, k$.

Считается, что $\|\mathcal{E}_i\| \le k$, $k > 0$, $\varphi_{ii}(0) = 0$, $a_{ii} = 0$, $i = 1, \dots, N$, A,B,C и $\varphi_0(\cdot)$ известны, а функции φ_{ij}, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$ зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество.

Выбирается изолированная лидирующая подсистема, которая описывается следующим образом:

$$d\overline{x} = [A\overline{x} + B\overline{u} + \varphi_0(\overline{x})]dt,\ \overline{y} = C^{\mathrm{T}}\overline{x}, \tag{25}$$

где $\overline{u} \in \mathbb{R}^1$ – заданное известное управление, $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния лидирующей подсистемы.

Цель управления состоит в притягивании траекторий всех подсистем в некоторую окрестность ведущей подсистемы в среднеквадратическом смысле:

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} E(\|x_i(t) - \overline{x}(t)\|^2) \le \Delta_i, \tag{26}$$

для некоторого $\Delta_i > 0$.

Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функции децентрализованного управления $u_i = \mathfrak{U}_i(y_i, \overline{u}, t)$, обеспечивающего достижение цели управления (26) для всех значений вектора неизвестных параметров.

В главе 3 всюду предполагается, что для всех $i, j = 1, \ldots, N$ и $\xi \in \Xi$ функции $\varphi_{ij}(\cdot)$ глобально липшицевы с константами Липшица L_{ij}, а функции $\overline{u}(\cdot)$, $\varphi_0(\cdot)$ таковы, что обеспечены существование и единственность решений всех подсистем сети.

В разделе 3.2 с помощью метода пассификации и метода скоростного градиента, предложенных А. Л. Фрадковым, синтезируется следующий линейный адаптивный регулятор по выходу:

$$\tilde{u}_i = \theta_i^{\mathrm{T}}(t)\tilde{y}_i,\ \theta_i(t) \in \mathbb{R}^l,\ i = 1, \ldots, N, \tag{27}$$

$$d\theta_i = -\left[(g_i^{\mathrm{T}}\tilde{y}_i)\,\Gamma_i\tilde{y}_i + \gamma_i\theta_i\right]dt, \tag{28}$$

где $\gamma_i > 0$, $\tilde{y}_i = y_i - \overline{y}$, $\tilde{u}_i = u_i - \overline{u}$, $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}} > 0$ – положительно определенные матрицы порядка $l \times l$.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g, θ_* порядков $n \times n$, $l \times 1$, $l \times 1$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}}H < -\rho H,\ HB = Cg,\ A_* = (A + LI_n) + B\theta_*^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}. \tag{29}$$

Вводится передаточная функция лидирующей подсистемы: $\chi(s) = C^{\mathrm{T}}(sI_n - A)^{-1}B$.

В разделе 3.3.1 установлен следующий результат о достаточных условиях достижения поставленной цели управления в случае глобально липшицевой $\varphi_0(\cdot)$.

Теорема 4. *Пусть для каждого $\xi \in \Xi$ функция $\varphi_0(\cdot)$ глобально липшицева с константой L, и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s - L)$ – гипер-минимально-фазовая. Введем обозначение: $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N}|\alpha_{ij}L_{ij}|$.*

Если для всех $i = 1, \ldots, N$ выполнено условие

$$\delta_i > 0, \tag{30}$$

то для всех $i = 1, \ldots, N$ и $\xi \in \Xi$ адаптивное управление (27), (28) *обеспечивает достижение цели* (26), *при этом векторы настраиваемых параметров $\theta_i(t)$ остаются ограниченными для всех решений замкнутой системы* (24), (25), (27), (28).

В замечании приводится оценка размеров области, в которую сходятся векторы состояния подсистем, а также оценка скорости сходимости.

В разделе 3.3.2 рассматривается случай, когда нелинейность $\varphi_0(\cdot)$ из (24) имеет следующий вид

$$\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i),$$
$$\psi_0 : \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1,$$

где $y_i \in \mathbb{R}^l$ – вектор измерений подсистемы S_i.

В этом случае уравнения подсистем S_i переписываются следующим образом:

$$\begin{gathered} dx_i = [Ax_i + B(u_i + \psi_0(y_i)) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j)]dt + \mathcal{E}_i(t, x_i)dw_i, \\ y_i = Cx_i. \end{gathered} \tag{31}$$

Уравнение лидирующей подсистемы имеет следующий вид:

$$d\overline{x} = [A\overline{x} + B(\overline{u} + \psi_0(\overline{y}))]dt, \ \overline{y} = C^{\mathrm{T}}\overline{x}. \tag{32}$$

В качестве управляющего воздействия выбирается управление, синтезированное в разделе 3.2.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g, θ_* порядков $n \times n$, $l \times 1$, $l \times 1$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что:

$$HA_* + A_*^{\mathrm{T}}H < -\rho H, \ HB = Cg, \ A_* = A + B\theta_*^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}. \tag{33}$$

Установлен следующий результат о достаточных условиях достижения поставленной цели управления в случае, когда $\varphi_0(x_i) = B\psi_0(y_i)$.

Теорема 5. *Пусть для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ функция $g^{\mathrm{T}}\chi(s)$ – гипер-минимально-фазовая, а функция $\psi_0(\cdot)$ – g-монотонно-убывающая.*

Введем обозначение: $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N}|\alpha_{ij}L_{ij}|$. Если для всех $i = 1, \ldots, N$ выполнено условие

$$\delta_i > 0, \tag{34}$$

то для всех $i = 1, \ldots, N$ и $\xi \in \Xi$ адаптивное управление (27), (28) *обеспечивает достижение цели* (26), *при этом векторы настраиваемых параметров $\theta_i(t)$ остаются ограниченными для всех решений замкнутой системы* (27), (28), (31), (32).

В разделах 3.4 - 3.6 главы 3 рассматриваются сети неидентичных объектов, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями.

Рассматривается сеть S, состоящая из N взаимосвязанных неидентичных подсистем S_i, $i = 1, \dots, N$. S_i описываются следующим образом:

$$dx_i = [A_i x_i + B_i u_i + \varphi_0(x_i) + \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\varphi_{ij}(x_i - x_j)]dt + \mathcal{E}_i(t, x_i)dw_i, \qquad (35)$$
$$y_i = C^{\mathrm{T}} x_i,$$

где $x_i \in \mathbb{R}^n$, $u_i \in \mathbb{R}^1$, $a_{ij} \in \mathbb{R}^1$, $y_i \in \mathbb{R}^l$, $w_i \in \mathbb{R}^k$ - белый шум, $\mathcal{E}_i \in \mathbb{R}^{n \times k}$ – матрица, элементы которой удовлетворяют следующим условиям:

$$|e_{ij}(t, x_1) - e_{ij}(t, x_2)| \le \lambda \|x_1 - x_2\|.$$

Считается, что $\|\mathcal{E}_i\| \le k$, $k > 0$, $\varphi_{ii}(0) = 0$, $a_{ii} = 0$, $i = 1, \dots, N$, а также, что $\varphi_0(\cdot)$ известны, а A_i, B_i и функции $\varphi_{ij}(\cdot)$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$ зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ – известное множество. Пусть лидирующая подсистема описывается следующим образом:

$$d\overline{x} = [A_L \overline{x} + B_L \overline{u} + \varphi_0(\overline{x})]dt, \ \overline{y} = C^{\mathrm{T}} \overline{x}, \qquad (36)$$

где $\overline{u}$ – заданное известное управление, $\overline{x} \in \mathbb{R}^n$ – состояние системы, $\overline{y} \in \mathbb{R}^l$, $\psi_0 : \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^1$ – нелинейность. Предполагается, что A_L, B_L, C и $\psi_0(\cdot)$ известны и не зависят от $\xi \in \Xi$.

Цель управления состоит в притягивании траекторий всех подсистем в некоторую окрестность ведущей подсистемы в среднеквадратическом смысле.

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} E(\|x_i(t) - \overline{x}(t)\|^2) \le \Delta_i, \qquad (37)$$

для некоторого $\Delta_i > 0$.

Задача адаптивной синхронизации состоит в нахождении функции децентрализованного управления $u_i = \mathfrak{U}_i(y_i, \overline{y}, \overline{u}, t)$, обеспечивающего достижение цели управления (37) для всех значений вектора неизвестных параметров.

Вводится обозначение $\sigma_i(t) = col(y_i(t), \overline{u(t)})$. Применяется адаптивный регулятор следующего вида:

$$u_i(t) = \tau_i(t)^{\mathrm{T}} \sigma_i(t), \ i = 1, \dots, N, \qquad (38)$$

где $\tau_i(t) \in \mathbb{R}^{l+1}$ – векторы настраиваемых параметров.

С помощью метода скоростного градиента и последующего огрубления с помощью введения параметрической обратной связи получен следующий алгоритм адаптации:

$$d\tau_i = -[g_i^T (y_i - \overline{y})\Gamma_i \sigma_i(t) + \gamma_i \tau_i]dt, \qquad (39)$$

где $\Gamma_i = \Gamma_i^{\mathrm{T}} > 0$ – положительно определенные матрицы порядка $(l+1) \times (l+1)$, $\gamma_i > 0$ – некоторые числа.

Рассматриваются вещественные матрицы $H = H^{\mathrm{T}} > 0$, g порядков $n \times n$, $l \times 1$, соответственно, и число $\rho > 0$, такие, что:

$$HA_* + A_*{}^{\mathrm{T}} H < -\rho H, \ HB_L = C^{\mathrm{T}} g, \qquad (40)$$

где $A_* = A_L + I_n L$.

Считается, что выполнены условия согласованности структуры подсистем S_i со структурой лидирующей подсистемы: для любого $\xi \in \Xi$ существуют векторы $\nu_i = \nu_i(\xi) \in \mathbb{R}^l$ и числа $\theta_i = \theta_i(\xi) > 0$, такие что для $i = 1, \ldots, N$

$$A_L = A_i + B_i \nu_i^{\mathrm{T}} C^{\mathrm{T}}, \ B_L = \theta_i B_i.$$

Устанавливаются достаточные условия достижения цели управления при липшицевых нелинейностях.

Теорема 6. *Пусть для всех $\xi \in \Xi$ выполнены условия согласованности, функция $\varphi_0(\cdot)$ глобально липшицева с константой L, пусть $B_L \neq 0$, A_L гурвицева и для некоторого $g \in \mathbb{R}^l$ выполнены следующие частотные неравенства:*

$$Reg^{\mathrm{T}}\chi(i\omega - L)u > 0, \quad \lim_{\omega \to \infty} \omega^2 Reg^{\mathrm{T}}\chi(i\omega - L) > 0, \tag{41}$$

для всех $\omega \in \mathbb{R}^1$. Тогда существуют такие $H = H^{\mathrm{T}} > 0$ и $\rho > 0$, что выполнено (40). *Введем обозначение $\delta_i = \frac{\rho}{2}\frac{\lambda_{min}(H)}{\lambda_{max}(H)} - \sum_{j=1}^{N} |\alpha_{ij} L_{ij}|$. Если для всех $i = 1, \ldots, N$ выполнено условие*

$$\delta_i > 0, \tag{42}$$

то для всех $\xi \in \Xi$ и $i = 1, \ldots, N$ адаптивное управление (38), (39) *обеспечивает достижение цели* (37), *при этом векторы настраиваемых параметров $\tau_i(t)$ остаются ограниченными для всех решений замкнутой системы* (35), (36), (38), (39).

В Заключении приводятся результаты работы.

1. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы по выходу для сетей, состоящих из идентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье для задачи слежения за лидером при наличии ограниченных возмущений в случаях глобально липшицевых нелинейностей и монотонных нелинейностей. Предложена децентрализованная структура адаптивного регулятора с зоной нечувствительности на основе пассификации и получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

2. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы по выходу для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов в форме Лурье со структурой, согласованной со структурой лидирующей подсистемы, для задачи слежения за лидером при наличии ограниченных возмущений в случае монотонных нелинейностей. Получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

3. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из идентичных взаимосвязанных объектов, для задач слежения за лидером при наличии стохастических возмущений типа белого шума в случаях глобально липшицевых нелинейностей и монотонных нелинейностей. Предложена децентрализованная

структура адаптивного регулятора с отрицательной параметрической обратной связью на основе пассификации и получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

4. Синтезированы децентрализованные адаптивные регуляторы для сетей, состоящих из неидентичных взаимосвязанных объектов со структурой, согласованной со структурой лидирующей подсистемы, для задач слежения за лидером при наличии стохастических возмущений типа белого шума в случае глобально липшицевых нелинейностей. Получены условия достижения цели управления и ограниченности траекторий.

5. Синтезирован алгоритм управления сетями цепей Чуа с возмущениями и получены условия их работоспособности.

Публикации автора по теме диссертации:

1. ***Григорьев Г. К., Фрадков А. Л.*** **Децентрализованное адаптивное управление синхронизацией сетей динамических систем с белошумной помехой // *Информатика и системы управления.* 2012. №. 31. С. 175-182.**

2. ***Fradkov, A. L., Grigoriev G. K., Selivanov A. A.*** **Decentralized Adaptive Controller for Synchronization of Dynamical Networks with Delays and Bounded Disturbances // *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision Control.* Orlando. Dec. 2011. P. 1110-1115.**

3. *Selivanov A., Grigoriev G., Fradkov A.* Adaptive synchronization of networks with bounded disturbances or delays under incompleteness of measurement and control // *5th International Conference "Physics and Control".* Leon. Sept. 5-8. 2011. URL: http://lib.physcon.ru/doc?id=2a3ddd1a33bb

4. *Fradkov A. L., Grigoriev G. K., Junussov I. A., Selivanov A. A.* Decentralized output feedback synchronization of dynamical networks // *Abstracts of International Workshop "Spatio-temporal dynamical systems".* Moscow. Russia. Aug. 18-20. 2011. P. 22-23.

5. *Fradkov A. L., Razuvaeva I. V., Grigoriev G. K.* Passification Based Adaptive Control Under coordinate-Parametric White Noise Disturbances // *Preprints of the 8th IFAC Symposium NOLCOS.* Bologna. 2010. P. 659-664.

6. *Grigoriev G. K.* Decentralized adaptive synchronization of dynamical networks with white noise disturbances // *Abstracts of G-RISC International Students Conference "Science and progress".* Peterhof. Nov. 14-18. 2011. P. 70.

7. *Grigoriev G. K.* Adaptive Synchronization of Dynamical Networks with Lipschitz-type Nonlinearities Under Bounded Disturbances // *Preprints of the 14th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad).* Saint-Petersburg. Russia. Sept. 21–23. 2011. P. 145-149.

Подписано в печать 16.04.12 Тираж 100	Формат 60x84 1/16 Заказ 11/04	Цифровая печать	Печ. л. 1.0

Отпечатано в типографии «Фалкон Принт». Корректор Викулин А.В.
(197101, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Пушкарская, д. 54, офис 2)