



На правах рукописи

Шапошникова Анна Геннадьевна

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ
БУМАГ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСНЫХ
ИНДЕКСНЫХ МЕР РИСКА**

**Специальность 08.00.13 – Математические
и инструментальные методы экономики**

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук**

20 ОКТ 2011

Уфа – 2011

Работа выполнена на кафедре вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический
университет» (УГАТУ)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Бронштейн Ефим Михайлович,
кафедра вычислительной математики и
кибернетики,
Уфимский государственный авиационный
технический университет

Официальные оппоненты: доктор экономических наук, профессор
Мустаев Ирек Закиевич,
кафедра управления инновациями ИНЭК,
Уфимский государственный авиационный
технический университет

доктор экономических наук, профессор
Яновский Леонид Петрович,
кафедра экономики АПК,
Воронежский государственный аграрный
университет

Ведущая организация: ГОУ ВПО «Башкирский государственный
университет».

Защита состоится 11.11 2011 г. в _____ часов на заседании
диссертационного совета Д-212.288.09 при Уфимском государственном
авиационном техническом университете по адресу: 450000, г. Уфа, ул.
К.Маркса, 12

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета

Автореферат разослан «__» 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор экономических наук,
профессор



М.К. Аристархова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Фондовые рынки являются неотъемлемой частью мировой финансовой системы и оказывают существенное влияние на развитие экономики. Рынок ценных бумаг представляет собой важнейший механизм перераспределения инвестиций как основы экономического роста.

Фондовый рынок постоянно модифицируется и развивается: появляются новые финансовые инструменты, совершенствуется организационная структура фондовых рынков, расширяется круг участников (инвесторов).

Ежедневно на мировых фондовых рынках инвесторы ведут активную работу по вложению средств в ценные бумаги. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг – одна из наиболее важных задач в инвестиционной деятельности на фондовом рынке. Суть портфельной оптимизации состоит в том, чтобы выбрать из совокупности альтернативных портфелей тот, который по итогам наблюдений принесёт в течение некоторого периода наилучший результат с точки зрения инвестора. То есть требуется определить конкретные активы для вложения средств, а также пропорции распределения капитала между активами.

Однако многообразие ценных бумаг, изменчивая ситуация на рынке не всегда позволяют принять правильное решение относительно структуры портфеля ценных бумаг. Сформировать качественное решение в том или ином смысле портфель ценных бумаг в условиях неопределенности достаточно сложно. Для принятия обоснованного решения инвестору приходится использовать экономико-математические методы анализа.

В настоящее время ведутся широкие исследования по разработке математических методов формирования оптимального портфеля ценных бумаг. Однако все современные методы имеют определенные недостатки и ограничения. Таким образом, в современных условиях задача оптимизации портфеля ценных бумаг сохраняет свою актуальность.

Разработанность темы исследования. Значительный вклад в изучение проблем, связанных с формированием инвестиционного портфеля и методами оценки финансовых рисков, внесли такие исследователи, как Н.М. Markowitz, W. Sharpe, P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, D. Heath, R.T. Rockafellar, S. Uryasev, M. Zabarankin, S. Rachev, J. Tobin, F.J. Fabozzi, S. Farinelli, H. Konno, S. Ortobelli, D. Martin, E. Schwartz, C. Pedersen, S. Satchell, H. Föllmer, A. Schied, и др., а также отечественные авторы – А.А. Новоселов, А.В. Мельников, С.Я. Шоргин, А.И. Кибзун, Е.М. Бронштейн, А.О. Недосекин, Л.П. Яновский, А.Г. Шоломицкий, И.С. Меньшиков, Д.А. Шелагин, А.С. Долматов, А.С. Шапкин, А.А. Лобанов и др.

Один из основных подходов к проблеме портфельной оптимизации в условиях неопределенности – это анализ доходность/риск (reward-risk analysis). Согласно этому подходу, выбор портфеля производится на основе соотношения двух критериев: ожидаемой доходности портфеля и риска. Доходность и риск –

это два основных параметра, по которым инвестор принимает решение о вложении капитала в портфель. Оценивая эти показатели, инвестор делает вывод о привлекательности портфеля. В целом оптимальный вариант выбора предполагает компромисс между получением более высокой ставки доходности и снижением степени риска инвестиций.

Многие исследователи формируют интегральные показатели, которые учитывают оба фактора и называют их мерами риска. Такой подход удобен с точки зрения простоты вычислений и геометрической интерпретации.

Giorgio Szegö высказал точку зрения, согласно которой развитие мер риска - это третья революция в математической теории финансов в 20 веке после работ Марковица и Блека-Шоулза-Мертон, причем эта революция не завершена.

Применение мер риска на финансовых рынках исследовались в работах: R. Kaas, Q. Tang, H. Kijima, M. Ohnishi, S. Rachev, F. Fabozzi, C. Menn, J. Dhaene, C. Pedersen, S. Satchell, H. Föllmer, A. Schied, M.J. Goovaert, J. Haerendonck, и др. Наиболее распространенной мерой риска в настоящее время является величина VaR. S. Uryasev предложил меру риска Conditional Value-at-Risk (CVaR). Rachev ввел индексные меры риска, основанные на отношении VaR и CVaR. Комплексные меры риска были исследованы в работах Е.М. Бронштейна и Ю.В. Куреленковой. Такие меры представляют собой модификации VaR и CVaR.

В современной портфельной теории продолжают исследования по разработке альтернативных мер риска. Использование мер риска при принятии инвестиционных решений расширяет инструментарий аналитика на фондовом рынке и может существенно повысить эффективность управления портфелем ценных бумаг. Общепризнанной универсальной меры риска в настоящее время не существует. Данный факт обуславливает актуальность и необходимость выполнения исследования и определяет выбор темы диссертационной работы.

Цель работы заключается в разработке экономико-математической методики формирования портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска для повышения уровня доходности вложения денежных средств на фондовом рынке.

Достижение поставленной цели потребовало решения следующих задач:

- 1) Предложить комплексные индексные меры финансового риска, используемые для формирования оптимального портфеля ценных бумаг и учитывающие различные существующие подходы к оценке риска вложения средств в портфель, в частности подходы, основанные на использовании высших моментов распределения доходности ценных бумаг.
- 2) Разработать методику формирования оптимального портфеля на основе предложенных мер риска.
- 3) Разработать программное обеспечение для поддержки принятия инвестиционных решений при формировании портфеля ценных бумаг.

- 4) Провести вычислительные эксперименты на базе статистических данных котировок ценных бумаг для оценки эффективности использования предложенных мер риска на фондовом рынке, выполнить калибровку моделей по параметрам и на этой основе сформулировать рекомендации по их практическому применению.

Объект исследования – инвестиционная деятельность на фондовом рынке.

Предмет исследования – методика формирования оптимального портфеля ценных бумаг.

Теоретической и методологической основой исследования явились фундаментальные и прикладные исследования зарубежных и отечественных ученых в области инвестиционного анализа, теории управления проектами, портфельного анализа, экономико-математического моделирования. При решении поставленных задач использованы методы теории вероятностей и математической статистики, теории принятия решений, методы оптимизации.

Информационной базой исследования послужила информация, опубликованная в научных журналах экономического и финансового направления, а также архивы котировок ценных бумаг, размещенные на сайтах Российской торговой системы, РИА «РосБизнесКонсалтинг», биржи NYSE Euronext.

Область исследования диссертации соответствует специальности 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики по следующим пунктам раздела «Области исследований»:

п. 1.6. «Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики, развитие метода финансовой математики и актуарных расчетов», поскольку в работе представлена новая методика формирования портфеля ценных бумаг. Соответствующая теория является разделом финансовой математики.

п. 2.3. «Разработка систем поддержки принятия решений для рационализации организационных структур и оптимизации управления экономикой на всех уровнях», поскольку разработано программное обеспечение, предназначенное для решения задачи портфельной оптимизации с использованием новых мер риска.

Научная новизна исследования заключается в разработке методики оптимизации портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска.

Результаты диссертационного исследования содержат следующие элементы научной новизны:

- 1) Впервые предложены комплексные индексные меры риска, которые используются для формирования портфеля ценных бумаг и отличаются от существующих мер тем, что с целью повышения доходности сформированных портфелей в мерах риска объединяются квантильные характеристики, характеристики уровня и формы вероятностного

- распределения доходности ценных бумаг. (п. 1.6. «Области исследования»)
- 2) Разработана методика формирования оптимального по критерию будущей доходности портфеля ценных бумаг, которая отличается от существующих методик тем, что основана на использовании модифицированной версии портфельной теории Марковица и комплексных индексных мер риска. (п. 1.6.)
 - 3) Разработано программное обеспечение для поддержки принятия инвестиционных решений при формировании портфеля ценных бумаг на основе предложенных в работе мер риска. (п. 2.3.)
 - 4) Проведены контрольные расчеты для оценки эффективности использования предложенных в работе мер риска, позволяющие сформулировать рекомендации по их практическому применению на фондовом рынке. (п. 1.6.)

Теоретическая и практическая значимость результатов исследования.

В теоретическом плане данная работа является развитием современной портфельной теории, в части расширения классов используемых мер риска.

Практическая ценность работы заключается в следующем:

- 1) Предложенная методика позволяет сформировать оптимальный по доходности, диверсифицированный портфель ценных бумаг, с учетом текущей ситуации на фондовом рынке.
- 2) Разработанное программное обеспечение может быть использовано инвесторами при формировании портфеля ценных бумаг на фондовом рынке. Программная реализация предложенной методики позволит инвестору быстро принимать оптимальное по доходности инвестиционное решение и способствует снижению рисков инвестора при инвестировании средств в портфель ценных бумаг.

Практическая значимость результатов подтверждается их внедрением в ОАО «Региональный банк развития».

Апробация работы и публикации.

Научные результаты, полученные в диссертационной работе, были представлены и обсуждались на 6 научных конференциях:

1. III Международная заочная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы технических, экономических и гуманитарных наук» г. Георгиевск, 2010.
2. 4-я всероссийская зимняя школа-семинар аспирантов и молодых ученых «Актуальные проблемы в науке и технике», г. Уфа, 2009.
3. 5-я всероссийская зимняя школа-семинар аспирантов и молодых ученых «Актуальные проблемы в науке и технике», г. Уфа, 2010.

4. 33-ье заседание международной научной школы-семинара «Системное моделирование социально-экономических процессов», г. Звенигород, Московская обл., 2010.
5. Всероссийская молодёжная научная конференция «Мавлютовские чтения», г. Уфа, 2008.
6. 5-ая международная конференция «Современные математические методы в финансах», г. Любляна, Словения, 2010.

Основные положения и выводы диссертационного исследования опубликованы в 10 научных работах, в том числе в 3 статьях в рецензируемых журналах из списка ВАК. Разработанный алгоритм зарегистрирован в Роспатенте.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка литературы из 130 источников, приложения. Основное содержание работы изложено на 104 страницах. Приложение представлено на 21 странице.

Во **введении** дается общая характеристика работы: цель исследования, актуальность решаемых задач, сформулированы научная новизна и практическая значимость защищаемых результатов, приводятся полученные результаты.

В **первой главе** «*Анализ существующих методик оптимизации портфеля ценных бумаг*» описана сущность портфельного инвестирования, рассмотрены понятия «доходность» и «риск» применительно к портфелю ценных бумаг, выявлены проблемы портфельной оптимизации, связанные с изменчивостью ситуации на фондовом рынке и взаимосвязью доходности и риска. Проведен анализ основных методов формирования оптимального портфеля ценных бумаг, в том числе классической портфельной теории (работы Марковица, Шарпа, Тобина, модель CAPM, модель Блека-Шоулса и некоторые другие), методов на основе генетических алгоритмов, нейронных сетей и теории нечетких множеств. Формализовано понятие «мера риска», описаны некоторые известные меры риска (VaR, CVaR и др.), их свойства, достоинства и недостатки.

Во **второй главе** «*Методика оптимизации портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска*» представлены экономическая и математическая постановка задачи в условиях неопределенности. Предложен ряд новых подходов к формированию оптимального портфеля ценных бумаг, базирующихся на использовании комбинации квантильных мер риска и мер уровня и формы вероятностного распределения доходности ценных бумаг. На основе такого подхода были разработаны комплексные индексные меры риска и алгоритм формирования оптимального портфеля ценных бумаг с использованием разработанных мер риска и градиентного метода.

В **третьей главе** «*Программное обеспечение поддержки принятия инвестиционных решений «Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска»*» проведена разработка

программного обеспечения для поддержки принятия инвестиционных решений при формировании портфеля ценных бумаг на основе новых предложенных мер риска. Описаны алгоритм, модель и функциональные возможности ПО, приведена инструкция пользователя.

В четвертой главе «*Результаты исследования использования комплексных индексных мер риска*» представлены результаты вычислительных экспериментов по данным котировок ценных бумаг российского и зарубежного рынков, проведен анализ эффективности и достоверности использования предложенной методики формирования оптимального портфеля ценных бумаг, выработаны рекомендации по ее практическому применению.

В заключении описаны научные результаты, полученные в диссертационном исследовании и результаты их апробации.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Впервые предложены комплексные индексные меры риска, которые используются для формирования портфеля ценных бумаг и отличаются от существующих мер тем, что с целью повышения доходности сформированных портфелей в мерах риска объединяются квантильные характеристики, характеристики уровня и формы вероятностного распределения доходности ценных бумаг.

Пусть инвестор имеет единицу средств для инвестирования. На эти деньги инвестор планирует купить ценные бумаги (акции) и держать их в течение определенного периода времени (период владения). В начальный момент инвестор должен принять решение о покупке конкретных ценных бумаг (выборе того или иного инвестиционного портфеля). При этом он должен иметь в виду, что стоимость ценных бумаг и, таким образом, стоимость портфеля, в предстоящий период владения неизвестна. В конце периода владения инвестор собирается продать ценные бумаги, которые были куплены в начале периода, и получить доход. Инвестор обладает информацией о стоимости ценных бумаг за некоторый предыдущий исторический период времени. Предполагается, что цена акции является основным носителем информации о финансовом состоянии и конкурентоспособности эмитента ценной бумаги. Транзакционные издержки при покупке бумаг не учитываются. Приобретая портфель, инвестор не может точно знать его стоимость в конце периода, из-за незнания закономерности изменения цен внутри периода для финансовых инструментов, входящих в портфель. Это в целом позволяет говорить о ситуации неопределенности, а, следовательно, значения доходности отдельной ценной бумаги портфеля являются случайными и присутствует риск.

В данной работе, как и в работах Марковица, Шарпа, Тобина и др., формирование портфеля ценных бумаг базируется на исследовании доходности и риска.

Под доходностью в данной работе понимается денежные средства, которые могут быть получены при продаже всего портфеля ценных бумаг в

определенный момент времени, соотнесенные со стоимостью портфеля в начальный момент времени.

Риск в данной работе определяется как отклонение от ожидаемого значения и вероятность события, которое может вызвать отклонение от ожидаемых тенденций. Между доходностью и риском существует обратная зависимость.

Инвестору требуется с учетом доходности и риска, определить оптимальный количественный состав ценных бумаг, входящих в портфель.

Основной вопрос при составлении портфеля – как определить пропорции между ценными бумагами с различными свойствами и при этом достичь наиболее оптимального сочетания между риском и доходом.

Для решения задачи минимизируется комплексный показатель, который учитывает риск и доходность портфеля.

В работах Марковица, Шарпа и Тобина доходность и риск оцениваются помощью статистических показателей, сгруппированных между собой. Соотношение этих показателей инвестор формирует на основе своих предпочтений. Консервативные инвесторы стремятся, прежде всего, минимизировать риск, а агрессивные инвесторы готовы идти на риск ради возможного получения высокой доходности.

Математическая постановка задачи имеет следующий вид. Пусть рассматриваются n видов ценных бумаг. Под портфелем понимается вектор

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n), \text{ где } x_i - \text{доля } i\text{-ой акции в портфеле, т.е. } \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0$$

(операции вида "короткие продажи" не разрешены).

Пусть c_{ij} – цена (курс, котировка) i -й акции в j -й день ($j = \overline{1, T}$).

Наблюдения над ценами акций образуют матрицу

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \dots & c_{n1} \\ c_{12} & c_{22} & \dots & c_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{1T} & c_{2T} & \dots & c_{nT} \end{bmatrix} \quad (1)$$

размеров $T \times n$, T – временной горизонт, на котором рассматриваются статистические данные. Стоимость портфеля в момент времени j равна

$$P_j(X) = \sum_{i=1}^n c_{ij} x_i \quad (2)$$

Для сопоставимости доходности различных инструментов для каждой ценной бумаги определяется отношение стоимости ценной бумаги в момент времени j ($j = \overline{2, T}$) к стоимости этой бумаги в начальный момент времени $j=1$.

Доходность портфеля определяется по формуле:

$$V_j(X) = \sum_{i=1}^n \frac{c_{ij}}{c_{i1}} x_i \quad (3)$$

Пусть рассматривается некоторый класс мер риска $\psi_{r,T}^*(X)$, т.е.

$\psi_{r,T}^*(X)$ – статистическая оценка меры риска, вычисленная по историческим данным на временном промежутке T ,

$\varphi_r(X_T(r))$ – функция, оценивающая эффективность портфеля X .

X – портфель ценных бумаг,

T – исторический период,

r – коэффициент склонности к риску, R – область допустимых значений r ,

Портфель X будет использован в конце периода τ , где τ – будущий период использования портфеля (период владения), причем $\tau < T$.

В данной работе в качестве $\psi_{r,T}^*(X)$ используется одна из предложенных ниже мер, в качестве $\varphi_r(X_T(r))$ – доходность портфеля в конце периода владения τ .

Необходимо решить следующую двухэтапную оптимизационную задачу.

$$X_T(r) = \arg \min_X \psi_{r,T}^*(X), \quad (4)$$

$$r^0(T, \tau) = \arg \max_{r \in R} \varphi_r(X_T(r)), \quad (5)$$

На первом этапе решения этой задачи находится портфель, при котором мера риска при фиксированных параметрах достигает минимального значения. На втором этапе определяются параметры меры риска, при которых построенный портфель имеет наибольшую доходность.

Особенность данной работы заключается в разделении по времени доходности и риска. В частности, мера риска измеряется на некотором предыдущем историческом периоде времени. Предполагается, что на основе исторических данных, можно судить о будущей доходности. Меры риска характеризуются некоторыми параметрами. Для каждого набора параметров определяется портфель на предшествующем временном интервале. Затем вычисляется доходность, на конец некоторого короткого будущего периода и определяются параметры для инвестора не склонного к риску.

Предполагается, что доходность портфеля ценных бумаг является случайной величиной, поэтому оценить поведение данного показателя можно с помощью аппарата теории вероятностей. В вероятностно-статистических методах принятия решений используется ряд стандартных числовых характеристик случайных величин, выражающихся через функцию распределения. В рассматриваемой задаче функция распределения связывает все возможные значения доходности портфеля с вероятностями их появления. К характеристикам функции распределения относятся квантильные меры, меры рассеяния, меры уровня и формы распределения случайной величины и другие.

Ранее в качестве мер риск для портфельной оптимизации в основном использовались либо квантильные меры VaR и $CVaR$ и их модификации, либо комбинации квантильных мер риск и мер рассеяния, например, среднеквадратичного отклонения.

В данной работе предложено использовать в качестве меры риска, комбинацию квантильных характеристик и характеристик уровня и формы распределения случайной величины. Квантильные характеристики (меры) рассматривают риск как минимальную границу доходности с некоторым уровнем достоверности. Характеристики (меры) уровня и формы распределения определяют положение центра распределения, вокруг которого концентрируются данные и форму распределения. Совмещение этих двух подходов позволит учесть различные свойства распределения доходности.

В качестве квантильных мер риска используются известные величины VaR и $CVaR$. Поскольку в данной работе наряду с обычно используемым левым «хвостом» распределения доходности рассматривается и правый «хвост», то VaR и $CVaR$ далее обозначаются $VaR_{\alpha}^{-}(X)$ и $CVaR_{\alpha}^{-}(X)$. Под «хвостом» в литературе понимаются области, характеризующиеся большими отклонениями от среднего как в положительную, так и отрицательную сторону.

$VaR_{\alpha}^{-}(X)$ портфеля – это оценка наименьшей доходности инвестора на рассматриваемом временном горизонте с вероятностью $(1-\alpha)$. Вычисление величины VaR производится с целью заключения утверждения подобного типа: «С вероятностью $(1-\alpha)\%$ можно предполагать, что наименьшая доходность портфеля будет не ниже VaR ».

$CVaR_{\alpha}^{-}(X)$ – это математическое ожидание доходов, меньших $VaR_{\alpha}^{-}(X)$

$$VaR_{\alpha}^{-}(X) = \max\{\varepsilon \mid P(V(X) \leq \varepsilon) \leq \alpha\}, \quad (8)$$

$$CVaR_{\alpha}^{-}(X) = E[V(X) \mid V(X) \leq VaR_{\alpha}^{-}(X)], \quad (9)$$

α – доверительная вероятность, достаточно малое положительное число, $0 \leq \alpha \leq 1$,

$V(X)$ – случайная величина, доходность портфеля X ,

P – вероятность,

ε – положительное число.

VaR и $CVaR$ для правого хвоста распределения доходности:

$VaR_{\alpha}^{+}(X)$ портфеля – это оценка наибольшей доходности инвестора на рассматриваемом временном горизонте с вероятностью $(1-\alpha)$. Вычисление величины VaR проводится с целью заключения утверждения подобного типа: «С вероятностью $(1-\alpha)\%$ можно предполагать, что наибольшая доходность портфеля будет не выше VaR ».

$CVaR_{\alpha}^{+}(X)$ – это математическое ожидание доходов, больших $VaR_{\alpha}^{+}(X)$.

$$VaR_{\alpha}^{+}(X) = \min\{\varepsilon \mid P(V(X) \geq \varepsilon) \leq \alpha\}, \quad (8)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = E[V(X) \mid V(X) \geq VaR_{\alpha}^{+}(X)] \quad (9)$$

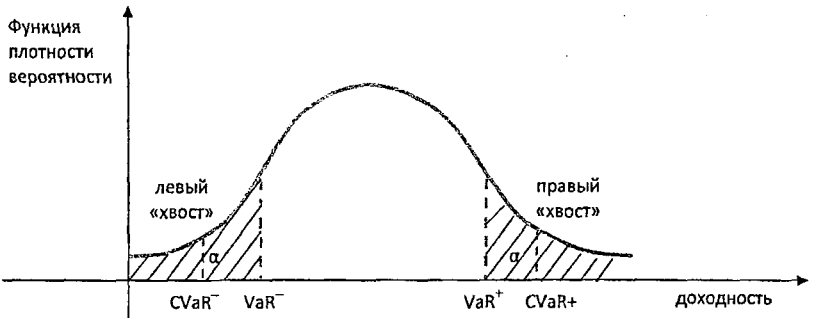


Рисунок 1 – «Хвосты» распределения доходности и меры риска VaR и CVaR

Использование $VaR_{\alpha}^{-}(X)$, $CVaR_{\alpha}^{-}(X)$ и $VaR_{\alpha}^{+}(X)$, $CVaR_{\alpha}^{+}(X)$ позволяет оценить как наименее желательные, паихудшие возможные значения доходности или убытки (левый «хвост»), так и высшие возможные значения доходности (правый «хвост»).

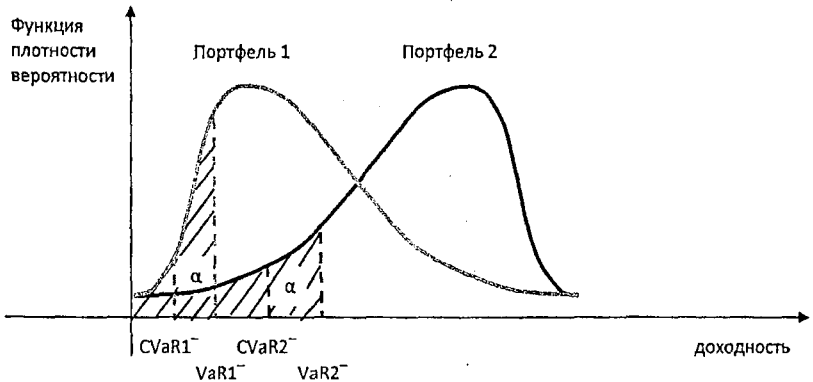


Рисунок 2 – Сравнение портфелей по левым «хвостам»

Из рисунка 2 видно, что для разных портфелей при одном и том же значении α $VaR_{\alpha}^{-}(X)$ и $CVaR_{\alpha}^{-}(X)$ отличаются. В данном случае $VaR_{\alpha}^{-}(X_1) < VaR_{\alpha}^{-}(X_2)$ и $CVaR_{\alpha}^{-}(X_1) < CVaR_{\alpha}^{-}(X_2)$ Портфель 2 для инвестора предпочтительнее, чем первый, поскольку для второго портфеля большая доходность более вероятна, чем у первого.

Аналогично и для правых «хвостов».

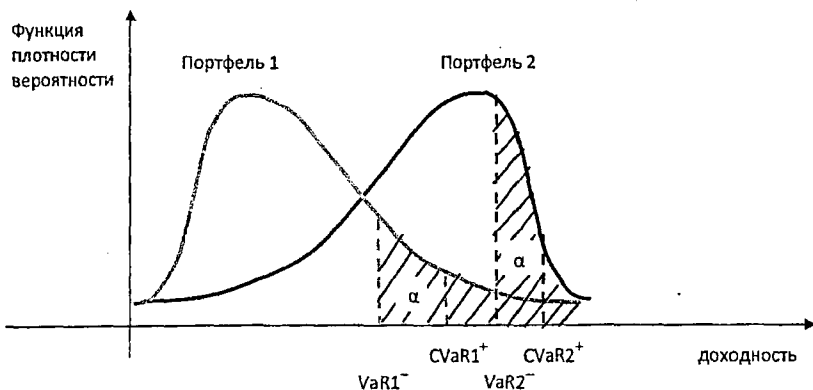


Рисунок 3 – Сравнение портфелей по правым «хвостам»

Таким образом, отношение «левого» хвоста к «правому» позволяет оценить риск портфеля и сравнивать портфели между собой.

В качестве мер уровня и формы распределения случайной величины в работе применяются коэффициент асимметрии, мода, медиана.

Экономический смысл коэффициента асимметрии заключается в следующем. Если коэффициент имеет положительное значение (положительный скос), то более высокие значения доходности (правый «хвост») являются более вероятными, чем низкие и наоборот. Поэтому, чем больше значение коэффициента асимметрии, тем лучше выбран портфель.

$$\gamma = \frac{E[(V(X) - E(V(X)))^3]}{\sigma^3} \quad (10)$$

E – математическое ожидание,

σ – стандартное отклонение.

Математическое ожидание позволяет оценить некоторое среднее значение, вокруг которого группируются значения случайной величины.

Стандартное отклонение – числовая характеристика случайной величины, которая позволяет оценить, как рассеяны возможные значения случайной величины вокруг ее математического ожидания.

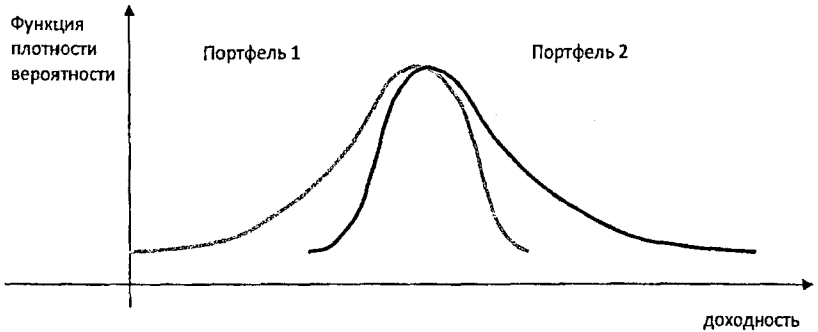


Рисунок 4 – Сравнение двух портфелей по коэффициенту асимметрии

Из рисунка 4 видно, что для второго портфеля более высокие доходы являются более вероятными, чем низкие, а для первого портфеля – наоборот (коэффициента асимметрии второго портфеля выше, чем коэффициента асимметрии первого). Для инвестора второй портфель предпочтительнее, чем первый.

Мода (M_o) – это точка максимума плотности распределения.

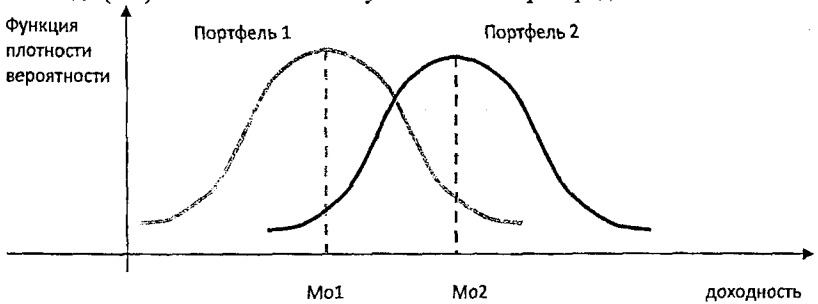


Рисунок 5 – Сравнение двух портфелей по модам

Из рисунка 5 видно, что для второго портфеля вероятность получения большей доходности выше, чем для первого портфеля, следовательно, для инвестора второй портфель предпочтительнее, чем первый.

Медиана (M_e) – квантиль уровня 0,5, значение случайной величины, относительно которого равновероятно получение большего или меньшего значения случайной величины.

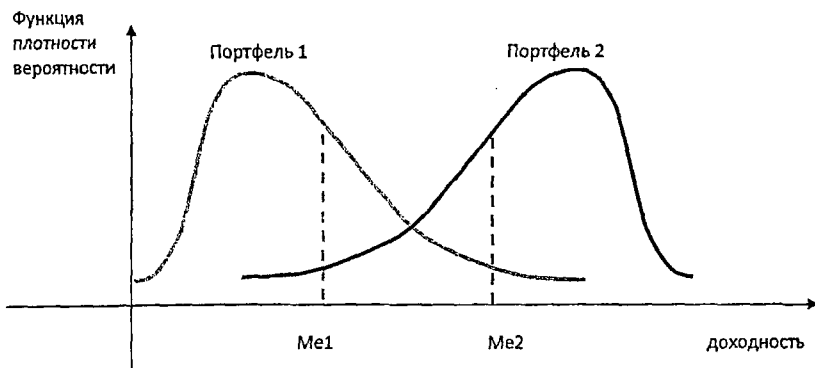


Рисунок 6 – Сравнение двух портфелей по медианам

Из рисунка 6 видно, что медиана второго портфеля больше, чем у первого портфеля. Для инвестора второй портфель предпочтительнее, чем первый.

В качестве базы для сравнения в работе используется индекс Шарпа, который широко применяется инвесторами при формировании портфеля ценных бумаг. Индекс Шарпа – отношение превышения доходности портфеля над безрисковой ставкой к стандартному отклонению его доходности. Чем выше значение индекса Шарпа, тем лучше выбран портфель.

В работе предложены следующие новые комплексные индексные меры риска:

1. комбинация меры VaR и коэффициента асимметрии:

$$M_1(\alpha, \beta) = -\frac{VaR_{\alpha}^{-}(X)}{VaR_{\alpha}^{+}(X)} - \beta\gamma, \quad (11)$$

α – параметр, позволяющий изменять длину используемых «хвостов» (доверительная вероятность), $\alpha > 0$

β – параметр, позволяющий влияние коэффициента асимметрии при вычислении комплексной меры риска, $\beta \geq 0$

$VaR_{\alpha}^{-}(X)$, $VaR_{\alpha}^{+}(X)$ – квантили распределения доходности,

γ – коэффициент асимметрии.

2. комбинация меры CVaR, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_2(\alpha, \beta) = -\delta \frac{Mo}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \frac{CVaR_{\alpha}^{-}(X)}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \beta\gamma, \quad (12)$$

α , β , δ – параметры, $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$, $\delta \geq 0$

Mo – точка максимума плотности распределения,

3. комбинация меры CVaR, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_3(\alpha, \beta) = -\delta \frac{Me}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \frac{CVaR_{\alpha}^{-}(X)}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \beta\gamma, \quad (13)$$

медиана (*Me*) – квантиль уровня 0,5.

4. комбинация меры Шарпа, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_4(\alpha, \beta) = -\delta \frac{Mo}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \frac{EP - EObl}{ES} - \beta\gamma, \quad (14)$$

EP – мат. ожидание доходности портфеля,

EObl – доходность безрискового инструмента,

ES – стандартное отклонение доходности портфеля.

5. комбинация меры Шарпа, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_5(\alpha, \beta) = -\delta \frac{Me}{CVaR_{\alpha}^{+}(X)} - \frac{EP - EObl}{ES} - \beta\gamma. \quad (15)$$

В выражения 1-5 добавлен знак «-» для того, чтобы эти величины имели характер мер риска, т.е. их следовало минимизировать.

2. Разработана методика формирования оптимального по критерию будущей доходности портфеля ценных бумаг, которая отличается от существующих методик тем, что основана на использовании модифицированной версии портфельной теории Марковица и комплексных индексных мер риска.

Методика решения задачи формирования оптимального портфеля при фиксированных параметрах (α, β, δ) для заданной меры риска следующая:

1. Генерируется случайная точка, равномерно распределенная в симплексе $x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1$ ($i = \overline{1, n}$). Для этого генерируются последовательно $(n-1)$ случайная величина следующим образом.

- предполагается, что $p_{k,a}(t) = C(k,a)(a-t)^{n-1-k}$, $C(k,a) = \frac{n-k}{a^{n-k}}$.

- x_1 подчиняется распределению с плотностью $p_{1,1}(t)$ на отрезке $[0,1]$, для этого стандартным образом преобразуется равномерно распределенная случайная величина (генерируется с помощью датчика псевдослучайных чисел Уичмана-Хилла);

- x_k подчиняется распределению с плотностью $p_{k,a}(t)$ на отрезке $[0,a]$

$(a = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} x_i)$ при $k=2, \dots, n-1$;

- $x_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_i$

Полученное в результате многочисленных генераций множество случайных точек (x_1, \dots, x_n) равномерно распределено в симплексе $x_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ ($i = \overline{1, n}$)

2. Далее применяется градиентный метод в форме Франка-Вульфа, в качестве начального принимается портфель $X^{(0)} = (x_1, \dots, x_n)$, сгенерированный на первом этапе. Приближение $X^{(k+1)}$ строится следующим образом. На симплексе $x_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ минимизируется линейная функция $\sum_{i=1}^n \frac{\partial F(X^{(k)})}{\partial x_i} x_i$, где в качестве функции F принимается та или иная мера риска. Пусть решение этой задачи $Y^{(k)}$. Тогда $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda(Y^{(k)} - X^{(k)})$, где λ - шаг вычислений. Если эта точка оказывается вне симплекса (нарушаются условия неотрицательности компонент вектора), то шаг уменьшается так, чтобы точка $X^{(k+1)}$ оказалась на границе симплекса. Построение продолжается, пока на очередной итерации не получается нулевой градиент, точка не окажется на границе или не будет достигнуто неравенство $|F(X^{(k+1)}) - F(X^{(k)})| < \varepsilon$, где ε - принятая точность вычислений.

3. Шаги 1 и 2 повторяются, пока не будет достигнута стабилизация рекордного значения функции F . В частности, критерием стабилизации считается неухудшаемость рекордного значения при 10 повторениях шагов 1-2.

3. Разработано программное обеспечение для поддержки принятия инвестиционных решений при формировании портфеля ценных бумаг на основе предложенных в работе мер риска.

Анализ рынка ПО показал, что большинство существующих программ, основывается на модели Марковица. Кроме того используется ограниченное количество мер риска (стандартное отклонение, VaR, CVaR). Это не всегда позволяет инвестору сформировать оптимальную в его понимании структуру портфеля.

В данной работе разработано программное обеспечение, предназначенное для решения задачи портфельной оптимизации с использованием новых мер риска и выработке рекомендаций по выбору параметров, необходимых для вычисления выбранных мер риска.

Программная реализация предложенной методики позволяет инвестору быстро определить оптимальный с точки зрения критерия риск-доходность инвестиционный портфель в текущих для инвестора условиях.

ПО предназначено для консервативных инвесторов, придерживающихся осторожной инвестиционной стратегии с низким уровнем риска.

Пользователем ПО может быть как коммерческая организация, так и частный инвестор.

Функциональные возможности ПО:

- экспорт исходных данных (котировки ценных бумаг) из MS Excel;
- выбор комплексной индексной меры риска;
- выбор параметров модели;
- проведение расчетов;
- вывод результатов расчета на экран, графическое представление результатов;
- импорт выходных данных в MS Excel.

Общий алгоритм работы программы представлен на рисунке 7.

Обозначения: n – количество акций, T – период времени, за который брались котировки акций, c_{ij} – цена i -ой акции в момент времени $j = \overline{1, T}$, α, β, δ – параметры мер риска, K – количество экспериментов для текущего набора параметров, F – мера риска, $Result$ – массив результатов по K экспериментам.

Входные данные:

- котировки ценных бумаг за некоторый период;
- начальные и конечные значения параметров α, β, δ , приращение для каждого параметра, количество опытов;

Выходные данные:

- оптимальный портфель для каждого набора параметров α, β, δ ;
- прогнозные доходности портфелей (день/неделя/месяц);
- наилучший набор параметров α, β, δ и оптимальный портфель для данного набора.

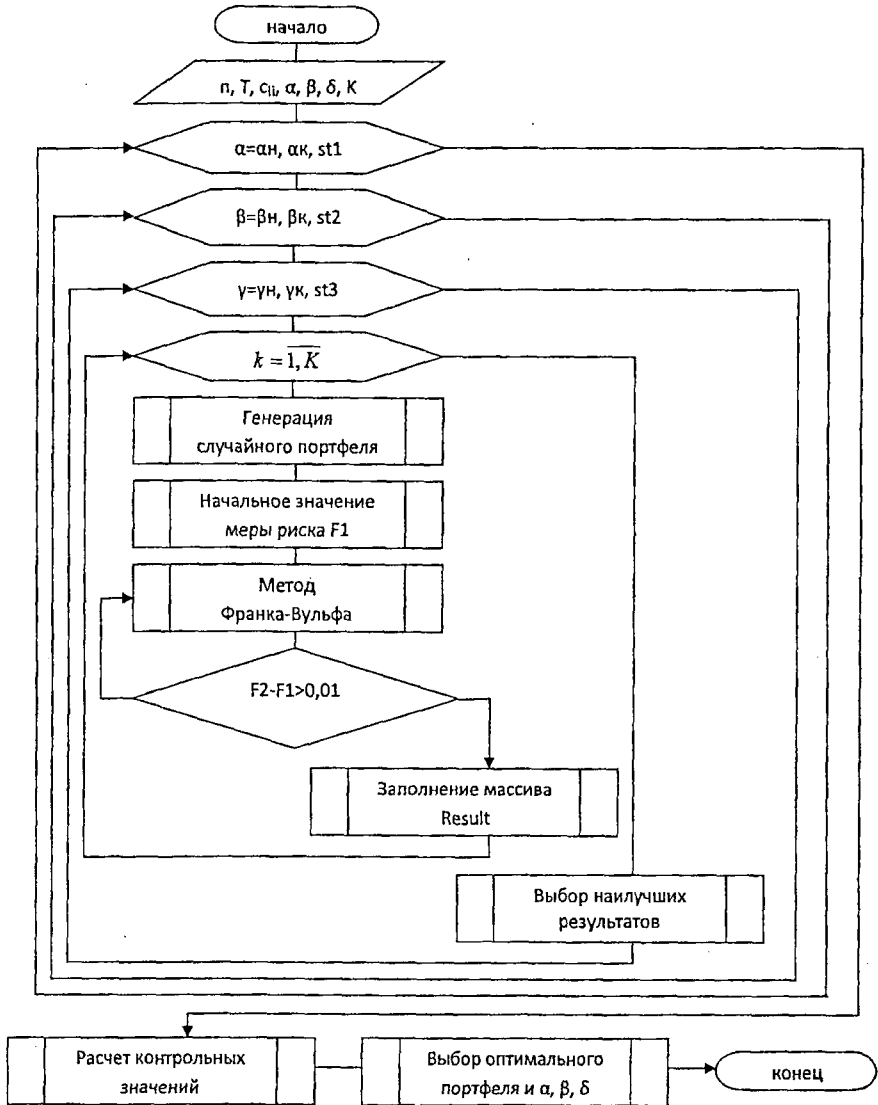


Рисунок 7 – Алгоритм оптимизации портфеля ценных бумаг

4. Проведены контрольные расчеты для оценки эффективности использования предложенных в работе мер риска, позволяющие сформулировать рекомендации по их практическому применению на фондовом рынке.

Для сравнительного анализа эффективности использования предложенных мер риска применялся индекс Шарпа (мера риска M_4 или M_5 при $\delta=0$ и $\beta=0$). В качестве безрискового инструмента использовалась облигация.

Исследована эффективность применения новых мер риска, произведена калибровка моделей по параметрам α , β , δ . Информационную базу данных составили архивы котировок акций, размещенные на сайтах Российской торговой системы, РИА «РосБизнесКонсалтинг».

Результаты двух численных экспериментов приведены ниже.

Для анализа были взяты котировки 19 акций и одной облигации (ОАО «Мосэнерго») за период с 01.08.2006 по 31.07.2009 (т.е. $n=19$, исторический период T составляет около 3 лет). В качестве C_{jT} используется цена закрытия i -й акции в j -й день ($j = \overline{1, T}$). Для мер $M_1 - M_5$ задача решалась на сетке: $\alpha \in [0,01; 0,4]$ с шагом 0,01; $\beta \in [1; 5]$ с шагом 1; $\delta \in [1; 10]$ с шагом 1. В качестве функции φ принималась доходность, период владения τ равнялся одному месяцу (неделе, дню). В результате эксперимента было выявлено, что для всех трех временных промежутков значения параметров α , β , δ при которых получен оптимальный портфель, очень близки.

Результаты численного эксперимента приведены в таблице 1.

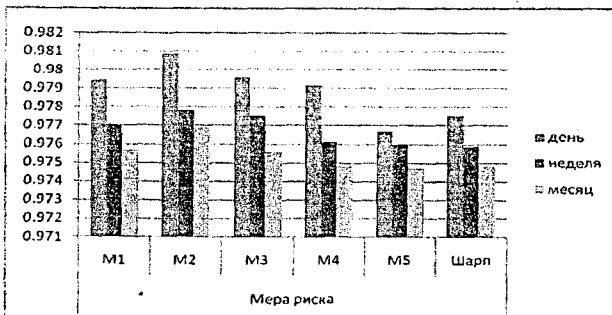


Рисунок 8 – Прогнозная доходность портфелей по мерам риска

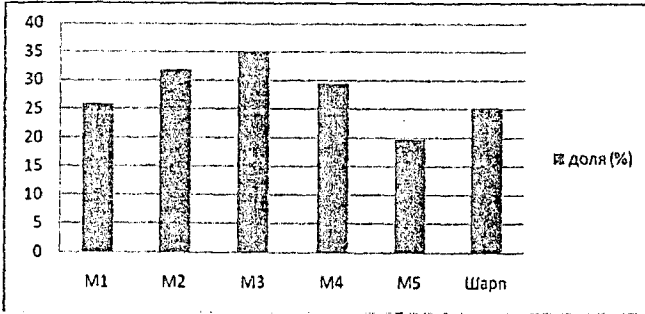


Рисунок 9 – Максимальная доля акции в портфеле

На российском фондовом рынке мерой риска, обеспечивающей наилучшую доходность оптимального портфеля, стала мера риска M_2 . Использование индексной меры M_2 , основанной на мере CVaR, асимметрии и моды приводит к формированию более эффективного портфеля, нежели при использовании индекса Шарпа и других предложенных мер. Наилучшие параметры для меры риска M_2 : $\alpha \approx 0,2$; β в интервале $[2;4]$; $\delta \geq 4$; Уровень диверсифицированности оптимальных портфелей, построенных на базе предложенных мер, весьма высок. Диверсифицированность высока как по видам ценных бумаг, так и по отраслям.

Аналогичный эксперимент был проведен на зарубежном фондовом рынке. Для анализа были взяты котировки по акциям 10 компаний, входящий в рейтинг Forbes в 2009 году. В качестве безрискового инструмента использовалась облигация Gilts.

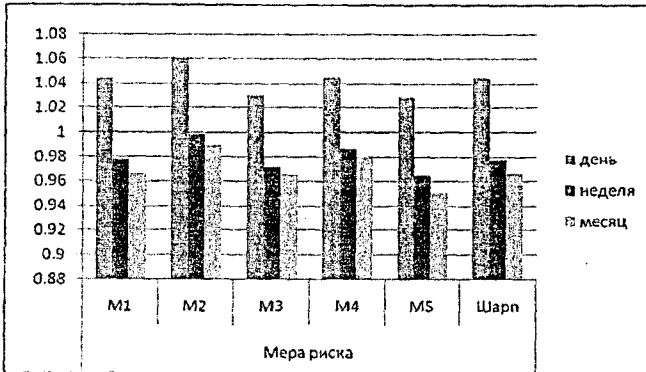


Рисунок 10 – Прогнозная доходность портфелей по мерам риска

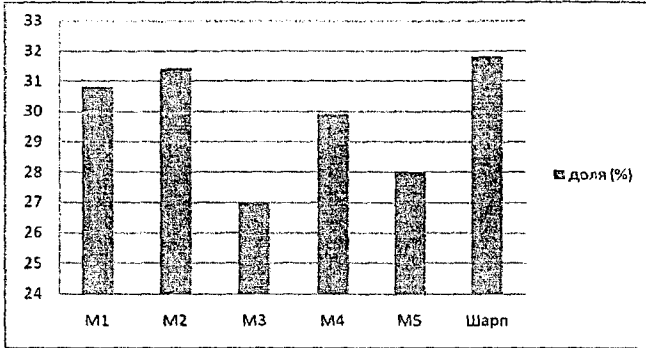


Рисунок 11 – Максимальная доля акции в портфеле

На зарубежном фондовом рынке мерой риска, обеспечивающей наилучшую доходность оптимального портфеля, также является мера риска M_2 .

Таблица 1. Итоговые результаты вычислительных экспериментов

Рынок	Наилучшие меры риск	Оптимальные параметры	Максимальная доля актива в портфеле
Российский	M_2	$\alpha=0,2;$ $\beta=3;$ $\delta=4;$	31,9%
Зарубежный		$\alpha=0,2;$ $\beta=3;$ $\delta=6;$	31,4%

По результатам контрольных расчетов было выявлено, что применение предложенной методики формирования портфеля ценных бумаг способствует повышению доходности вложения денежных средств на российском фондовом рынке (увеличение от 0,4% до 1,3%) и на мировом рынке (увеличение от 1,2% до 2,4%)

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Предложены комплексные индексные меры риска, которые используются для формирования портфеля ценных бумаг и отличаются от существующих мер тем, что с целью повышения доходности сформированных портфелей в мерах риска объединяются квантильные характеристики, характеристики уровня и формы вероятностного распределения доходности ценных бумаг.

В качестве квантильных характеристик в работе используются VaR и $CVaR$, в качестве характеристик уровня и формы – мода, медиана и коэффициент асимметрии распределения случайной величины. Также используется индекс Шарпа.

2. Разработана методика формирования оптимального по критерию будущей доходности портфеля ценных бумаг, которая отличается от существующих методик тем, что основана на использовании модифицированной версии портфельной теории Марковица и комплексных индексных мер риска.

3. Разработано программное обеспечение для поддержки принятия инвестиционных решений при формировании портфеля ценных бумаг на основе предложенных в работе мер риска.

4. Проведены контрольные расчеты на реальных данных для оценки эффективности использования предложенных мер риска, выполнена калибровка моделей по параметрам, разработаны рекомендации по практическому применению мер риска на фондовых рынках. В результате анализа контрольных расчетов были сделаны следующие выводы по модели:

4.1. Использование индексной меры $M2$, основанной на известной мере $CVaR$, асимметрии и моде распределения случайной величины приводит к формированию более эффективного портфеля, нежели при использовании комплексных мер риска $M1$, $M3$ - $M5$ и индекса Шарпа.

4.2. Уровень диверсифицированности оптимальных портфелей, построенных на базе предложенных мер, весьма высок.

4.3. Наилучшие параметры для меры риска $M2$: $\alpha=0,2$; $\beta=3$; для российского рынка $\delta=4$ и для зарубежного $\delta=6$.

4.4. Применение экономико-математической методики формирования портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска способствует повышению доходности вложения денежных средств на российском фондовом рынке (увеличение от 0,4% до 1,3%) и на мировом рынке (увеличение от 1,2% до 2,4%)

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых журналах из списка ВАК

1. Формирование портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска / Е. М. Бронштейн, А. Г. Вайнер (А. Г. Шапошникова) // Управление риском. 2010. №1. С. 52-59.
2. Портфельная оптимизация на базе комплексных индексных мер риска / Е. М. Бронштейн, А. Г. Шапошникова // Аудит и финансовый анализ. 2010. №5. С. 220-224.
3. Использование различных мер риска при решении задачи оптимизации портфеля ценных бумаг / А. Г. Шапошникова // Обзорные прикладной и промышленной математики. 2010. Т. 17. Вып. 3. С. 475-476.

В других изданиях

4. Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основе индекса доходности портфеля / А. Г. Вайнер (А. Г. Шапошникова) // Мавлютовские чтения: сб. тр. Всерос. молодежн. науч. конф. Уфа: УГАТУ, 2008. Т. 3. С. 168-170.
5. Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основе статистических и численных методов / А. Г. Вайнер (А. Г. Шапошникова) // Актуальные проблемы в науке и технике: сб. ст. 4-й Всерос. зимн. шк.-сем. аспирантов и молодых ученых. Уфа: Диалог, 2009. Т.1. С. 96-100.
6. Свид. об гос. рег. программы для ЭВМ №2010611896: Формирование оптимального портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска / А. Г. Шапошникова. М.: Роспатент, 2010.
7. Комплексные индексные меры риска в задаче портфельной оптимизации / А. Г. Шапошникова // Актуальные вопросы технических, экономических и гуманитарных наук: матер. III Международной заочной научно-практической конференции. Георгиевск: ГТИ СевКавГТУ, 2010. С. 202-206.
8. Оптимизация портфеля ценных бумаг на основе комбинации индексного варианта статистических оценок квантильных мер риска и асимметрии / А.Г. Шапошникова // Молодой ученый. 2010. Т. 1. № 1-2 (13). С. 27-30.
9. Применение комплексных индексных мер риска в задаче оптимизации портфеля ценных бумаг/ А. Г. Шапошникова // Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 33-ей международной научной школы-семинара. Звенигород. Московская обл. 2010 г. С. 329-330.
10. Использование комплексных индексных мер риска при оптимизации портфеля ценных бумаг / А. Г. Шапошникова // Актуальные проблемы науки и техники: сб. тр. 5-й Всерос. зимн. шк.-сем. аспирантов и молодых ученых. Уфа: УГАТУ, 2010. Т. 1. С. 248-251.
11. Портфельная оптимизация на основе комплексных индексных мер риска / Е. М. Бронштейн, А. Г. Шапошникова // Современные математические

методы в финансах: матер. 5-й Международной конференции. Университет Любляны, Факультет математики и физики, Институт математики, физики и механики. Любляна. Словения. 2010. С. 52-53. (Статья на англ. яз.)

Диссертант



А.Г. Шапошникова

Шапошникова Анна Геннадьевна

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ
БУМАГ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСНЫХ
ИНДЕКСНЫХ МЕР РИСКА**

Специальность 08.00.13 – Математические
и инструментальные методы экономики

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Подписано к печати 03.10.2011. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 1,5. Уч. – изд. л. 1,0.
Тираж 100 экз. Заказ № 293

ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный
технический университет
Редакционно-издательский комплекс УГАТУ
450000, Уфа-центр, ул.К. Маркса, 12