



**Фадеенков Павел Васильевич**

**Анализ и оптимизация перелётов космических аппаратов  
на высокие околоземные орбиты с использованием разгонных блоков  
с химическими и электроракетными двигателями**

**Специальность 05.07.09 – Динамика, баллистика и управление  
движением летательных аппаратов**

**АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук**

**13 ОКТ 2011**

**Самара, 2011**

Работа выполнена на кафедре динамики полёта и систем управления в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)» (СГАУ)

Научный руководитель: доктор технических наук,  
профессор  
Ишков Сергей Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук,  
профессор  
Горбатенко Станислав Алексеевич

доктор технических наук,  
профессор  
Салмин Вадим Викторович

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие  
"Государственный научно – производственный ракетно-  
космический центр "ЦСКБ-Прогресс", г. Самара

Защита состоится «28» октября 2011 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.215.04 при Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)», по адресу: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан «22» сентября 2011г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат технических наук, доцент



Прохоров А. Г.

## Общая характеристика работы

**Актуальность проблемы.** В Федеральной космической программе России на 2006 – 2015 годы первоочередной задачей объявляется «развитие, восполнение и поддержание орбитальной группировки космических аппаратов в интересах социально-экономической сферы, науки и безопасности страны». Решение этой задачи требует развития и совершенствования средств выведения космических аппаратов (КА) на целевые околоземные орбиты, в частности последней ступени средства выведения – разгонного блока (РБ).

Помимо технического совершенствования РБ в последнее время многими авторами уделяется повышенное внимание исследованию возможностей двухступенчатого РБ с последовательным расположением ступеней с химическими (ХРД) и электроракетными (ЭРД) двигателями. Теоретические исследования показывают, что такой РБ сможет выводить массу полезного груза большую, чем одноступенчатый РБ с ХРД за время меньшее, чем РБ с ЭРД.

**Состояние проблемы.** Основополагающие решения проблемы совместной оптимизации законов управления движением и проектных параметров КА получили Т. N. Edelbaum, Д. Е. Охоцимский, В. В. Белецкий, В. Н. Лебедев. Условия оптимального сочетания двигателей получили Ю. Н. Иванов, W. R. Fimple, I. L. Horsewood.

Одним из подходов к решению общей задачи является разделение перелёта на два манёвра, последовательно выполняемых каждой из ступеней, и разделение общей задачи оптимизации на динамическую (оптимизация движения) и параметрическую (оптимизация проектных параметров КА) части.

Движение первой ступени РБ с использованием ХРД большой тяги в основном описывается импульсными решениями, которые описаны в работах Д. Ф. Лоудена, Г. Е. Кузмака, Д. Е. Охоцимского. Было показано, что можно ограничиться рассмотрением трёхимпульсных переходов. В. И. Гурман, В. В. Ивашкин с использованием аппарата вариационного исчисления решили задачи с ограничениями. Однако авторами отмечается, что решение задач с ограниченной тягой или заранее не известным количеством импульсов возможно в основном численными методами поиска экстремума с применением ЭВМ.

Траектория движения второй ступени РБ с использованием ЭРД малой тяги определяется в результате решения вариационных задач аналитическими или численными методами. Упрощение модели движения, отбрасывание ряда ограничений позволяет получить рациональные управления и аналитические выражения, удобные в использовании при решении задач совместной оптимизации проектно-баллистических параметров. Значительные результаты в исследованиях проблемы оптимизации движения с малой тягой, в том числе при исследовании перелётов на геостационарную орбиту (ГСО) с использованием РБ с комбинацией двигателей, получили М. С. Константинов, В. Г. Петухов, Г. А. Попов, В. В. Салмин, С. А. Ишков. Среди исследований, выполненных в последнее время, можно отметить работы А. А. Сеницына, К. В. Петрухиной.

Существующие рациональные программы управления малой тягой, близкие к оптимальным, либо представлены отдельным управлением вектором тяги в плоскости и вне её, либо применяются для перелётов между близкими орбитами, либо требуют решения задачи оптимизации многоэтапного перелёта. Таким образом, требуются дополнительные исследования рациональных программ

управления, приводящих к совместному изменению элементов орбиты при перелёте между удалёнными орбитами, и сравнению этих программ с существующими по критерию оптимальности.

**Актуальность работы** определяется необходимостью разработки методики баллистического и динамического проектирования перспективных средств выведения космических аппаратов на высокие околоземные орбиты с использованием двухступенчатых разгонных блоков.

**Целью работы** является баллистический анализ существующих схем перелётов и получение оптимальных законов управления движением двухступенчатого разгонного блока с химическими и электроракетными двигателями.

**Объектом исследования** является перелёт между околоземными круговыми некомпланарными орбитами разгонного блока с большой и малой тягой.

**Предметом исследования** являются законы управления и траектории движения.

Для достижения цели работы решены следующие задачи.

1. Построение математической модели массы двухступенчатого РБ.
2. Анализ решений динамической задачи перелёта с большой тягой между произвольными орбитами при использовании ХРД.
3. Определение оптимального закона изменения угла отклонения вектора тяги от плоскости орбиты для многоимпульсного перелёта, обеспечивающего минимум затрат характеристической скорости.
4. Анализ решений динамической задачи перелёта с малой тягой между произвольными орбитами при использовании ЭРД.
5. Определение оптимального закона изменения угла отклонения вектора малой тяги от плоскости орбиты при перелёте между некомпланарными эллиптическими орбитами, обеспечивающего минимум затрат характеристической скорости.
6. Оптимизация проектно-баллистических параметров перелётов одноступенчатых РБ с ХРД или ЭРД, двухступенчатого РБ с ХРД, двухступенчатого РБ с последовательным использованием ХРД и ЭРД и определение областей предпочтительного применения указанных разгонных блоков.

**Научная новизна** диссертационной работы определяется следующими результатами:

– получен оптимальный закон управления вектором тяги ХРД, соответствующая оптимальная траектория и выражение для определения минимальной высоты радиуса апогея переходных орбит при многоимпульсном манёвре между некомпланарными орбитами при ограничениях на положение и величину импульса скорости и ограничении на расстояние до притягивающего центра;

– на основе асимптотических методов усреднения получены модели движения в оскулирующих элементах при управлении вектором тяги ЭРД в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору, при перелёте между некомпланарными эллиптическими орбитами;

– получены оптимальные законы управления вектором тяги ЭРД в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору, при перелёте между некомпланарными эллиптическими орбитами, обеспечивающие совместное изменение элементов орбиты.

**Практическая значимость** работы состоит в разработке методики и программного обеспечения для определения оптимальных параметров промежуточной орбиты при перелёте между круговыми некомпланарными орбитами и параметров ступени РБ с ЭРД.

Результаты исследований и программное обеспечение, созданное автором, использованы в проектных исследованиях ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс» и в учебном процессе СГАУ.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Оптимальный закон управления вектором тяги ХРД и соответствующая оптимальная траектория при многоимпульсном манёвре между некомпланарными орбитами при ограничениях на положение и величину импульса скорости и ограничении на расстояние до притягивающего центра.

2. Приближённо-оптимальные законы управления вектором тяги ЭРД в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору, при перелёте между некомпланарными эллиптическими орбитами, обеспечивающие совместное изменение элементов орбиты.

3. Систематизированные результаты математического моделирования, позволяющие построить области предпочтительного использования двухступенчатого разгонного блока с ХРД и ЭРД при перелётах на ГСО и на орбиту ГЛОНАСС.

**Апробация работы.** Основные научные положения и результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на XXII и XXXIV научных чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся ученых-пионеров освоения космического пространства (г. Москва, 1998 г., 2010 г.), XVIII научно-технической конференции молодых учёных и специалистов (г. Королёв, 2008 г., поощрительная премия), VIII, X, XI, XII, XIII Всероссийском научно-техническом семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (г. Самара, 1997 г., 2001 г., 2003 г., 2005 г., 2007 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано одиннадцать печатных работ, из них три в рецензируемых журналах, пять статей в сборниках трудов конференций, тезисы трёх докладов.

**Структура и объём диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка использованных источников, содержащего 53 наименования, четырёх приложений. Работа изложена на 171 страницах, содержит 29 рисунков, 15 таблиц.

### **Содержание работы**

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе проведён анализ целевых околоземных орбит, на которые состоялись запуски в 2003 – 2008 годах, из которых свыше 70 % запусков осуществлены на круговые орбиты и орбиты с малым эксцентриситетом ( $e \leq 0,01$ ) и около 30 % – на ГСО. Указывается на необходимость запусков тяжёлых спутников на высокие орбиты.

В настоящее время разработаны и эксплуатируются платформы с применением плазменных и ионных ЭРД, которые потребляют до 10 кВт энергии, развивают тягу до 1 Н при удельном импульсе до 50000 м/с. При выполнении околоземных перелётов ЭРД используются в основном для довыведения КА на целевую орбиту.

Наряду с использованием ХРД и ЭРД разрабатывается проект транспортного модуля на основе солнечной тепловой двигательной установки (СТДУ), которая по тяге и скорости истечения занимает промежуточное положение между ними. Однако время работы СТДУ за одно включение ограничено, что приводит к ограничению величины разового приращения характеристической скорости. В работе такие импульсы скорости названы ограниченными.

Проведён анализ проблемы импульсных перелётов и перелётов с малой тягой. В исследованиях импульсных перелётов ищутся оптимальные точки приложения и направления импульсов тяги. В механике космического полёта с малой тягой существенна роль массы электрореактивной двигательной установки (ЭРДУ). В связи с этим для решения проектной задачи требуется подход, основанный на описании характеристик ЭРДУ и внешних условий полёта и на совместном решении задач выбора оптимальных проектных параметров аппарата и ЭРДУ, оптимального управления тягой и определения оптимальной траектории полёта.

Сформулирована общая задача оптимизации перелётов между круговыми некомпланарными орбитами двухступенчатого РБ с последовательным расположением ступеней с ХРД и с ЭРД. Общий перелёт представлен в виде двух выполняемых последовательно манёвров, соответственно общая задача оптимизации сведена к более простым задачам баллистического проектирования и поиска максимума функции нескольких переменных.

Модель массы КА с РБ в виде отношения массы КА как полезной нагрузки (ПН) к начальной массе представлена произведением относительных масс ступеней, которые зависят от проектных параметров ступеней, характеристических скоростей переходов между орбитами и моторного времени перелёта ступени с ЭРД.

Для описания движения РБ принята система дифференциальных уравнений в оскулирующих элементах.

Во второй главе проведён анализ известных решений трёхимпульсных перелётов РБ с ХРД. Вследствие сложности решений для произвольного расположения в пространстве начальной, промежуточной и конечной орбит принято допущение, что все орбиты коаксиальные. Это позволяет использовать аналитические зависимости для расчёта затрат характеристической скорости.

Принята следующая запись формул для расчёта затрат характеристической скорости для трёхимпульсного некомпланарного перелёта первой ступени РБ с ХРД с начальной на промежуточную орбиту с поворотом плоскости в апогее переходных орбит:

$$\Delta V_1 = \sqrt{\mu/r_{x0}} \cdot \left| \sqrt{(1+e_{пер1})} - \sqrt{(1+e_0)} \right|, \quad (1)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\mu/r_{\alpha пер}} \cdot \sqrt{2 - e_{пер1} - e_{пер2} - 2 \cdot \sqrt{(1 - e_{пер1})(1 - e_{пер2})} \cdot \cos(\Delta i)}, \quad (2)$$

$$\Delta V_3 = \sqrt{\mu/r_{x пер}} \cdot \left| \sqrt{(1+e_{пер2})} - \sqrt{(1+e_{пер})} \right|, \quad (3)$$

где  $r_{x0}$  - радиус перигея начальной орбиты;  $r_{\alpha пер}$  - радиус апогея первой и второй переходных орбит (подлежит определению в процессе решения задачи из условия минимума затрат характеристической скорости);  $r_{x пер}$  - радиус перигея

промежуточной орбиты;  $e_0, e_{np}$  — эксцентриситеты начальной и промежуточной орбит, соответственно;  $e_{пер1} = (r_{\alpha пер} - r_{x0}) / (r_{\alpha пер} + r_{x0})$  — эксцентриситет первой переходной орбиты;  $e_{пер2} = (r_{\alpha пер} - r_{x np}) / (r_{\alpha пер} + r_{x np})$  — эксцентриситет второй переходной орбиты;  $\Delta i = i_x - i_0$  — угол некомпланарности начальной и конечной орбит;  $\mu = 398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$  — гравитационная постоянная.

Рассмотрен вариант перелёта с применением СТДУ на первой ступени РБ. В этом случае классический трёхимпульсный перелёт не может быть реализован, поскольку количество ограниченных импульсов будет больше трёх. Требуется определить точки приложения, направление и величину ограниченных импульсов.

Перелёт проводится между коаксиальными некомпланарными орбитами с приложением группы ограниченных импульсов в апсидальных точках и вектором тяги, перпендикулярным радиус-вектору. Каждый из трёх импульсов классической схемы перелёта реализуется неизвестным заранее числом ограниченных импульсов. Эти импульсы прикладываются в моменты прохождения апсидальных точек, истинная аномалия при этом принимает значения  $\vartheta = 0$  или  $\vartheta = \pi$ , а косинусы и синусы от истинной аномалии значения  $-1, 0, 1$  ( $\cos \vartheta|_{\vartheta=0} = 1, \cos \vartheta|_{\vartheta=\pi} = -1, \sin \vartheta|_{\vartheta=0} = 0$ ).

Принято, что оси апсид орбит лежат в плоскости экватора, что соответствует равенству нулю аргумента перигея ( $\omega = 0$ ) и равенству аргумента широты истинной аномалии ( $u = \vartheta$ ).

Исходная система уравнений в оскулирующих элементах на участках траектории с включённым двигателем преобразована к виду:

$$\frac{dA}{dV_x} = 2 \cdot \sqrt{\frac{A^3}{\mu \cdot (1-e^2)}} \cdot (1 \pm e) \cdot \cos \psi, \quad \frac{de}{dV_x} = \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot (1-e^2)}{\mu}} \cdot \cos \psi, \quad \frac{di}{dV_x} = \sqrt{\frac{A \cdot (1-e^2)}{\mu}} \frac{\pm \sin \psi}{1 \pm e}, \quad (4)$$

где  $A, e, i$  — соответственно большая полуось, эксцентриситет, наклонение оскулирующей орбиты;  $V_x$  — затраты характеристической скорости;  $\psi$  — угол отклонения вектора тяги от плоскости орбиты (рыскания); верхний знак соответствует приложению группы импульсов в перигее, нижний — в апогее.

Принтегрировав первые два уравнения системы (4), получим:

$$A \cdot (1 \mp e) = \text{const}, \quad (5)$$

что соответствует неизменности величины радиуса-вектора, проведённого в апсидальную точку орбиты, в которой прикладываются ограниченные импульсы.

С учётом (5) систему (4) можно уменьшить на одно уравнение:

$$\frac{de}{dV_x} = \pm 2 \cdot C_1 \cdot \sqrt{1 \pm e} \cdot \cos \psi, \quad \frac{di}{dV_x} = \pm \frac{C_1 \cdot \sin \psi}{\sqrt{1 \pm e}}, \quad (6)$$

$$\text{где } C_1 = \sqrt{\frac{A \cdot (1 \mp e)}{\mu}} = \text{const}.$$

С использованием принципа максимума Понтрягина получен оптимальный закон управления отклонением вектора тяги от плоскости орбиты:

$$\text{tg } \psi = \sin(i - i_x) / (\cos(i - i_x) - \sqrt{(1 \pm e)/(1 \pm e_x)}), \quad (7)$$

Показано, что в инерциальной системе координат все импульсы должны располагаться на одной прямой:

$$\psi_0 + i_0 = \psi + i. \quad (8)$$

Была выявлена следующая особенность оптимального управления, полученного при отсутствии ограничения на величину радиусов переходных орбит: при значительной разнице наклонений и недостаточной высоте апогея переходных орбит для некоторых ограниченных импульсов угол  $\psi$  будет больше  $90^\circ$ , что может привести к уменьшению высоты перигея ниже высоты границы атмосферы. Соответственно, выражение для определения минимальной величины радиуса апогея переходных орбиты имеет вид:

$$r_{\alpha \text{ пер}} = \sin^2 \Delta i / (\cos^2 \Delta i / r_{x0} - 1/r_{x \text{ пер}}). \quad (9)$$

Показано, что для определения суммарных затрат характеристической скорости перехода с использованием группы ограниченных импульсов можно использовать выражение (2) одноимпульсного перехода между некопланарными эллиптическими орбитами.

Получены выражения зависимостей эксцентриситета  $e$  и наклонения  $i$  от затрат характеристической скорости:

$$e = e_0 \pm \Delta V^2 \cdot A_0 \cdot (1 \mp e_0) / \mu \mp 2 \cdot \Delta V \cdot \sqrt{(1 \pm e_0)} \cdot (\sqrt{1 \pm e_0} - \sqrt{1 \pm e_0} \cdot \cos \Delta i) / V_x, \quad (10)$$

$$i = i_0 + \arcsin(\sin \Delta i \cdot \Delta V / V_x \sqrt{(1 \pm e_0) / (1 \pm e)}), \quad (11)$$

где  $\Delta V$ ,  $V_x$  — соответственно текущее и суммарное значения затрат характеристической скорости.

Проведены расчёты по выражениям (10), (11) параметров переходных орбит при величине ограниченного импульса 500 м/с для перелёта с низкой круговой орбиты с размером большой полуоси  $A_0 = 6471$  км и наклонением  $i_0 = 62,8^\circ$  на ГСО ( $A_k = 42164$  км,  $i_k = 0^\circ$ ) через переходные орбиты с величиной радиуса апогея, рассчитанной по формуле (9) при  $r_{x0} = A_0$ ,  $r_{x \text{ пер}} = A_k$ ,  $\Delta i = 62,8^\circ$  и равной 92289,4 км. Результаты расчётов приведены на рисунках 1 и 2.

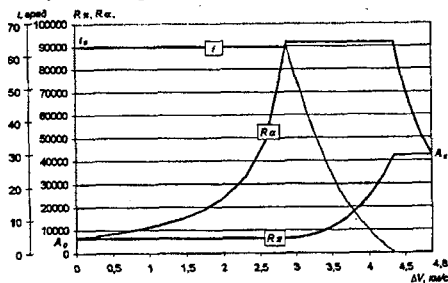


Рисунок 1 – Зависимости радиуса перигея  $R_p$ , радиуса апогея  $R_\alpha$  и наклонения  $i$  от затрат характеристической скорости  $\Delta V$

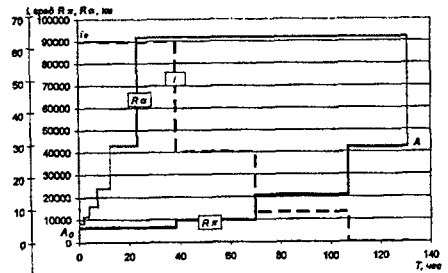


Рисунок 2 – Зависимости радиуса перигея  $R_p$ , радиуса апогея  $R_\alpha$  и наклонения  $i$  от времени перелёта  $T$

На рисунке 1 показана оптимальная траектория, обеспечивающая минимум затрат характеристической скорости. Из рисунка 2 видно, что увеличение апогея происходит за шесть ограниченных импульсов, изменение наклонения и увеличение перигея – за три импульса, уменьшение апогея – за один импульс.

Отмечено, что величина ограниченного импульса определяется заданным временем перелёта первой ступени с СТДУ.



Выражения (7)–(11) могут быть использованы при проведении проекторочного расчёта перелёта, если имеется ограничение на величину импульса.

В третьей главе проведён анализ методов расчёта затрат характеристической скорости и времени перелётов с промежуточной произвольной орбиты на конечную круговую орбиту с использованием РБ с ЭРД. Выбор методов определяется простотой процедуры расчётов с использованием аналитических выражений.

На основании известных законов управления можно сформировать следующие схемы перелёта:

схема 1 – изменение промежуточной круговой орбиты до конечной круговой орбиты с одновременным изменением наклона с постоянно включённым двигателем и вектором тяги, перпендикулярным радиус-вектору (Лебедев В. Н.);

схема 2 – изменение промежуточной эллиптической орбиты до круговой орбиты с трансверсальной тягой с пассивными участками и с последующим изменением наклона (Салмин В. В., Ишков С. А.);

схема 3 – изменение промежуточной эллиптической орбиты до круговой орбиты с применением оптимального закона управления вектором тяги в плоскости орбиты и с последующим изменением наклона (Ишков С. А.).

В данных схемах отсутствует совместное изменение элементов орбиты при перелёте между промежуточной эллиптической и конечной круговой некопланарными орбитами. Поэтому исследован перелёт между промежуточной эллиптической и конечной круговой некопланарными орбитами с совместным изменением элементов орбиты, который может состоять из нескольких этапов в зависимости от сочетания параметров начальной и конечной орбит. Рассмотрены три варианта расположения участков тяги на витке: 1 – перелёт с постоянно включённым двигателем с разгонным и тормозным участками и с постоянным углом рыскания  $\psi$ ; 2 – перелёт с одним активным и одним пассивным участками с постоянным углом рыскания  $\psi$ ; 3 – перелёт с постоянно включённым двигателем с разными углами рыскания в окрестности апогея и перигея  $\psi = [\psi_\alpha - \psi_\pi + (\psi_\alpha + \psi_\pi) \text{sign}(\cos(u))] \cdot 0,5$ . Во всех вариантах вектор тяги перпендикулярен радиус-вектору.

Исходная система в оскулирующих элементах после перехода к эксцентрической аномалии  $E$  и проведения процедуры усреднения примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dE} &= \frac{4}{\pi} \cdot a \cdot \frac{A^3}{\mu} \cdot \sqrt{1-e^2} \cdot (2 \cdot ar \cos(e) \cdot (\cos \psi_\pi - \cos \psi_\alpha) + (\xi - \frac{\pi - \alpha}{2}) \cdot \cos \psi_\alpha), \\ \frac{de}{dE} &= \frac{1}{\pi} \cdot a \cdot \frac{A^2}{\mu} \cdot \sqrt{1-e^2} \cdot \left\{ \begin{aligned} &(2 \cdot \sqrt{1-e^2} - \frac{e}{2} \cdot (e \cdot \sqrt{1-e^2} + 3 \cdot e \cdot \arccos(e))) \cdot (\cos \psi_\pi - \cos \psi_\alpha) + \\ &+ (\pm 4 \cdot \sin(\xi + \frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\alpha}{2}) - \frac{e}{2} \cdot \sin(2\xi + \alpha) \cdot \cos(\alpha) - 3e \cdot (\xi - \frac{\pi - \alpha}{2}) \cdot \cos \psi_\alpha \end{aligned} \right\} \\ \frac{di}{dE} &= \frac{1}{2\pi} \cdot a \cdot \frac{A^2}{\mu \sqrt{1-e^2}} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{1 + \text{sign}(\pi - \alpha - \arccos(e)) \cdot (\sqrt{1-e^2} \cdot (2 + e^2) + 3 \cdot e \cdot \arccos(e)) \cdot (\sin \psi_\pi + \sin \psi_\alpha)}{2} - \\ &-(2 \sin \alpha \cdot (1 + e^2) - e \cdot (3 \cdot (\pi - \alpha) - \frac{\sin 2\alpha}{2})) \cdot \sin \psi_\alpha \end{aligned} \right\} \\ \frac{dV_\pi}{dE} &= a \cdot \sqrt{\frac{A^3}{\mu}} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} \pm \frac{2e}{\pi} \cdot \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\xi + \frac{\alpha}{2}) \right), \quad \frac{d\Omega}{dE} = 0, \quad \frac{d\omega}{dE} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $A, e, i, \omega, \Omega$  – оскулирующие элементы орбиты;  $a$  – модуль реактивного ускорения;  $\psi_\pi, \psi_\alpha$  – угол рыскания в окрестности перигея и апогея, соответственно;

$\xi$  – половина ширины разгонного участка,  $\alpha$  – ширина одного пассивного участка, знак "+" соответствует положению центра активного участка в перигее, а знак "-" – в апогее.

Для варианта 1 следует положить  $\psi_x = \psi_\alpha = \psi, \alpha = 0$ , для варианта 2 –  $\psi_x = \psi_\alpha = \psi, \xi + \alpha = \pi$ , для варианта 3 –  $\xi = \pi, \alpha = 0$ , а углы  $\psi_x, \psi_\alpha$  определяются из решения задачи оптимизации.

При условии постоянства  $\xi$  и  $\alpha$  первые два уравнения системы (12) могут быть совместно проинтегрированы. Для варианта 2 ( $\xi + \alpha = \pi$ ) получено выражение изменения большой полуоси  $A$  и эксцентриситета  $e$ :

$$A \cdot (\sin \xi \pm e \cdot k_1)^{\frac{\xi}{k_1}} = const, \quad (13)$$

где  $k_1 = \frac{3}{4}\xi + \frac{\sin 2\xi}{8}$ , из которого следует выражение (6) для импульсов при  $\xi \rightarrow 0$ .

С использованием принципа максимума Понтрягина получены оптимальные законы управления отклонением вектора тяги от плоскости орбиты:

– для непрерывной тяги с разгонным и тормозным участком (вариант 1):

$$\frac{1}{2\pi \cdot \sin \psi} \cdot \sqrt{\frac{A}{\mu \cdot (1-e^2)}} \cdot (-3e \cdot \pi - 2 \cdot \sqrt{1-e^2} \cdot (2+e^2) + 6 \cdot e \cdot \arccos(e)) = const; \quad (14)$$

– для одного пассивного и одного активного участка (вариант 2):

$$\frac{1}{\sin^2 \psi} \cdot \frac{di}{dV_x} = C; \quad (15)$$

– для разных углов отклонения вектора тяги  $\psi_\alpha$  в апогее и  $\psi_x$  в перигее (вариант 3):

$$tg \psi_\alpha = H_3 / H_1, \quad tg \psi_x = H_4 / H_2, \quad (16)$$

где 
$$H_1 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{A(1-e^2)}{\mu}} \left\{ 2 \cdot \arccos(e) \cdot A \cdot \psi_A + \frac{1}{2} \cdot \left[ 4\sqrt{1-e^2} - e \cdot (e \cdot \sqrt{1-e^2} + 3 \cdot \arccos(e)) \right] \cdot \psi_e \right\},$$

$$H_2 = \sqrt{\frac{A(1-e^2)}{\mu}} \cdot \left( 2 \cdot A \cdot \psi_A - \frac{3}{2} \cdot e \cdot \psi_e \right) - H_1, \quad H_3 = \sqrt{\frac{A}{\mu \cdot (1-e^2)}} \cdot \frac{(2+e^2)\sqrt{1-e^2} - 3 \cdot e \cdot \arccos(e)}{2\pi} \cdot \psi_i,$$

$$H_4 = \frac{-3}{2} \cdot \sqrt{\frac{A}{\mu \cdot (1-e^2)}} \cdot e \cdot \psi_i + H_3.$$

$\psi_i = const, \psi_e = const, \psi_A = (A_0 \cdot \psi_{A0} - V_x / 2) / A, \psi_e$  – сопряжённые множители.

Начальные значения сопряжённых множителей зависят от начальных углов отклонения вектора тяги от плоскости орбиты, которые определяются в результате решения краевых задач методом Ньютона.

Проведено моделирование перелёта КА на ГСО на усреднённой и полной моделях движения для следующих граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} A_{np} &= 20297,5 \text{ км}, & e_{np} &= 0,675083, & i_{np} &= 63,17^\circ, \\ A_x &= 42160 \text{ км}, & e_x &= 0, & i_x &= 0^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Результаты моделирования перелёта на полной модели движения показаны на рисунках 3, 4. Номера графиков соответствуют номерам вариантов расположения участков разной тяги на витке.

Из рисунка 3 видно, что оптимальное управление отклонения вектора тяги на витке с применением постоянного угла (графики 1 и 2) принципиально отличается от управления углами в окрестности перигея и апогея (графики 3). Для первых двух

вариантов радиусы апогея монотонно увеличиваются до конечных значений, а в третьем реализуется схема «с забросом» (радиус апогея увеличивается почти до 60000 км и затем уменьшается до конечного значения). Для первых двух вариантов на начальном участке (около 100 суток) происходит снижение радиусов перигея, что приводит к незначительному увеличению эксцентриситета.

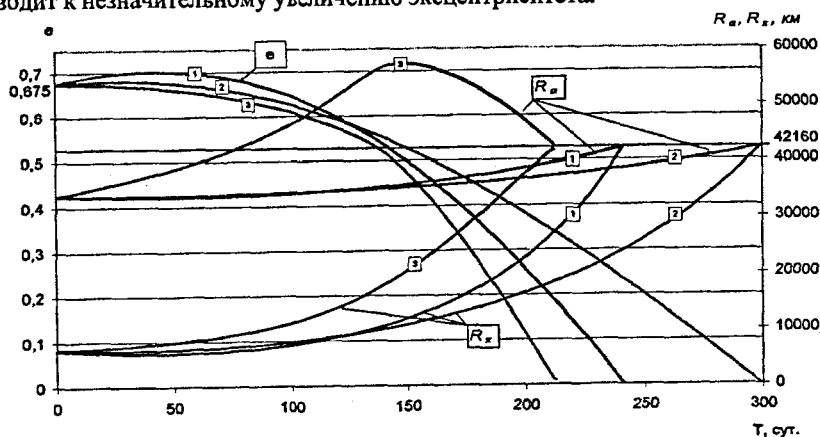


Рисунок 3 - Изменение радиуса апогея  $R_a$ , радиуса перигея  $R_p$ , эксцентриситета  $e$  от времени перелёта  $T$

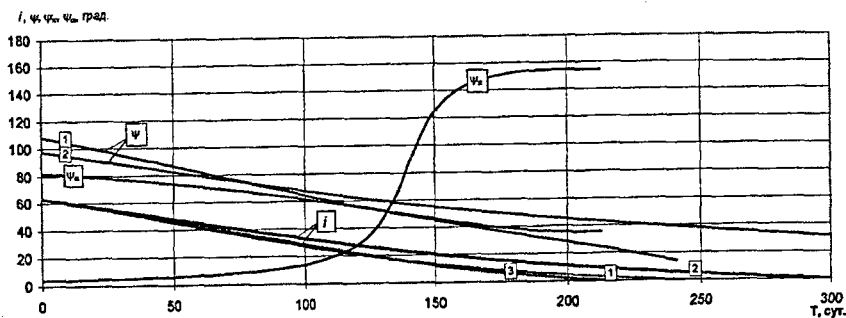


Рисунок 4 - Изменение наклона  $i$  и углов  $\psi$ ,  $\psi_a$ ,  $\psi_\pi$  от времени перелёта  $T$

Из рисунка 4 видно, что наклонение  $i$  на протяжении всего перелёта уменьшается по зависимости, близкой к линейной. Угол  $\psi_a$  отклонения вектора тяги в окрестности апогея меняется почти синхронно с наклоном. Угол  $\psi_\pi$  до времени перелёта  $T \leq 110$  суток медленно возрастает и не превышает  $20^\circ$ ; в диапазоне времени  $110 < T \leq 160$  суток существенно возрастает и становится больше  $90^\circ$ , достигая  $150^\circ$ , что приводит к появлению торможения в перигее; на конечном участке при  $T > 160$  суток угол слабо возрастает до  $154^\circ$ .

Моделирование показало, что расхождение в значениях  $A_n$ ,  $e_n$ ,  $i_n$ , полученных для усреднённой и полной моделей, мало, что свидетельствует о применимости усреднения для указанного перелёта. Затраты характеристической скорости на перелёт при использовании полученного закона управления (16) не превышают 12%

по сравнению с результатами, полученными без ограничений на ориентацию вектора тяги (Константинов М. С., Петухов В. Г., Попов Г. А.).

Из трёх исследованных вариантов расположения участков тяги на витке третий вариант с разными углами рыскания в окрестности апогея и перигея наиболее близок к управлению без ограничений на ориентацию вектора тяги, и поэтому будет использован при оптимизации проектно-баллистических параметров перелётов.

В четвёртой главе приведены результаты расчётов для трёх перелётов с начальной круговой орбиты радиусом 6571 км. Первый перелёт осуществляется с космодрома «Байконур» на ГСО с существенными изменениями высоты и наклона; второй – с космодрома «Куру» на ГСО с существенным изменением высоты и малым изменением наклона; третий – с космодрома «Байконур» на орбиту спутниковой системы навигации ГЛОНАСС с изменением высоты до 20000 км без изменения наклона.

Задача оптимизации проектно-баллистических параметров КА с рассматриваемым двухступенчатым РБ формулируется следующим образом: определить такой вектор  $\vec{y}_{opt}$ , чтобы осуществить перелёт с максимальной удельной массой полезной нагрузки  $\mu_{пн}$  при заданных времени перелёта  $T$  и граничных условиях  $\vec{x}_0, \vec{x}_z$ :

$$\vec{y}_{opt} = \arg \max (\mu_{пн}(\vec{x}_0, \vec{y}, \vec{x}_z, T) | T = fixe, \vec{x}_0 = fixe, \vec{x}_z = fixe). \quad (18)$$

Здесь  $\vec{y} = \{A_{np}, e_{np}, i_{np}, \alpha, c\}^T$  – вектор оптимизируемых параметров, состоящий из большой полуоси  $A_{np}$ , эксцентриситета  $e_{np}$  и наклона  $i_{np}$  промежуточной орбиты; ширины пассивного участка полёта  $\alpha$  для этапа преимущественного изменения эксцентриситета с применением ЭРД; скорости истечения  $c$  рабочего тела.

Расчёт затрат характеристической скорости на перелёт первой ступени РБ с ХРД, одно- и двухступенчатого РБ с ХРД проводился по выражениям (1) – (3).

Для перелёта второй ступени РБ с ЭРД с промежуточной орбиты на конечную круговую орбиту рассмотрены схемы, проанализированные в главе 3:

схема 1 - вектор оптимизируемых параметров имеет вид:  $\vec{y} = \{A_{np}, i_{np}, c\}^T$ ;

схема 2 - вектор оптимизируемых параметров имеет вид:  $\vec{y} = \{A_{np}, e_{np}, i_{np}, \alpha, c\}^T$ ;

схема 3 - вектор оптимизируемых параметров имеет вид:  $\vec{y} = \{A_{np}, i_{np}, c\}^T$ .

Введена схема 4, соответствующая варианту 3 расположения участков разной тяги на витке и полученному в работе оптимальному закону управления вектором тяги (16). Вектор оптимизируемых параметров имеет вид:  $\vec{y} = \{A_{np}, e_{np}, i_{np}, c\}^T$ .

Для сравнения рассмотрены также схемы перелётов между круговыми некомпланарными орбитами с использованием только одного из типов двигателя (ХРД или ЭРД):

схема 5 - перелёт одноступенчатого РБ с ЭРД ( $\mu_{пн} = \mu_{ЭРД}$ ). Оптимизируется только скорость истечения ( $\vec{y} = c$ ), поскольку отсутствует промежуточная орбита;

схема 6 - перелёт одноступенчатого РБ с ХРД ( $\mu_{пн} = \mu_{ХРД}$ );

схема 7 - перелёт двухступенчатого РБ с ХРД ( $\mu_{пн} = \mu_{ХРД1} \cdot \mu_{ХРД2}$ ).

Для схем, включающих этап изменения эксцентриситета с применением трансверсальной тяги с выключениями двигателя, получены выражения для расчёта моторного времени при известных затратах характеристической скорости и скорости истечения рабочего тела.

Задача оптимизации решалась с применением численного метода поиска аксимаума функции нескольких переменных, а именно модифицированного метода ука-Дживиса, дающего быструю сходимость вычислительного процесса.

Оптимизация проведена для проектно-баллистических параметров перелёта на примере КА с характеристиками, приведёнными в таблице 1.

Таблица 1 – Характеристики РБ

$\gamma^{ор}$ , кг/кг	$\gamma_{ХРД}^{СПХ}$ , кг/кг	$c_{ХРД}$ , м/с	$\gamma_{ЭРД}^Д$ , кг/Н	$\gamma_{ЭРД}^{СПХ}$ , кг/кг	$\gamma_{ЭУ}$ , кг/кВт
$1 \cdot 10^{-4}$	0,06	3755	40	0,5	50

Результаты расчётов перелёта с космодрома «Байконур» на ГСО представлены на рисунках 6, 7 в виде графиков зависимости относительной массы полезной нагрузки  $\mu_{пн}$  и баллистических параметров: радиуса апогея  $R_a$ , радиуса перигея  $R_p$  и наклона  $i_{ор}$  промежуточной орбиты. Номера зависимостей соответствуют номерам схем перелёта.

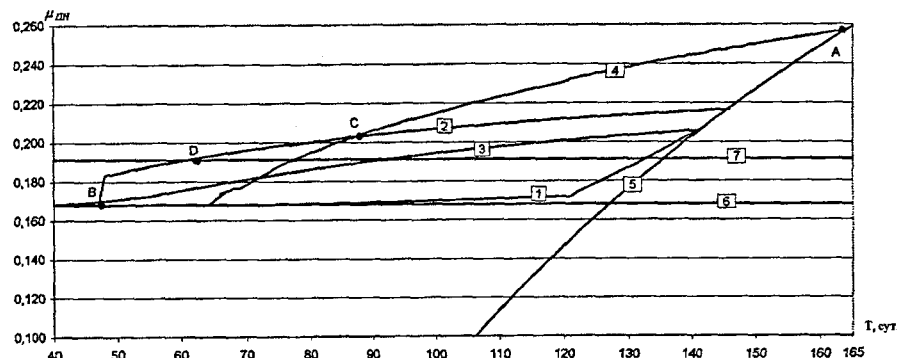


Рисунок 6 – Зависимость относительной полезной нагрузки от времени перелёта  $T$  для различных РБ и схем перелёта на ГСО с  $\Delta i = 51,6^\circ$

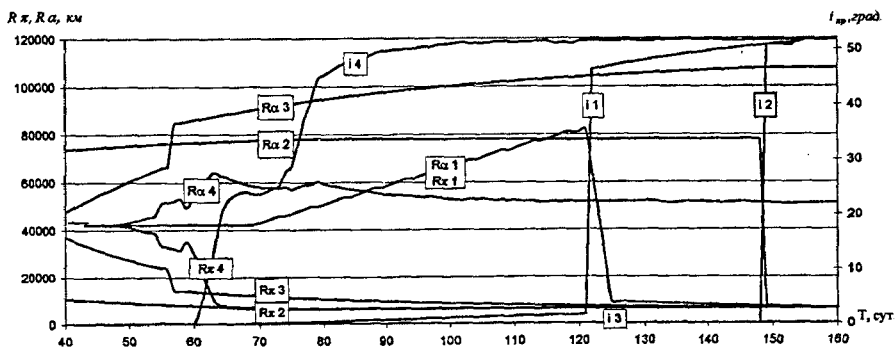


Рисунок 7 – Зависимости радиуса апогея, радиуса перигея и наклона от времени перелёта  $T$  для различных РБ и схем перелёта на ГСО с  $\Delta i = 51,6^\circ$

Из рисунка 6 следует, что одноступенчатый РБ с ХРД является наилучшим до времени  $T = 42$  сут. по сравнению с комбинированным РБ. До времени перелёта

$T=60$  сут. (точка D) наилучшим является двухступенчатый РБ с ХРД. Далее до времени  $T = 110$  сут. (точка С) наилучшим является двухступенчатый РБ с последовательным применением ХРД и ЭРД при второй схеме перелёта. Далее до времени  $T = 156$  сут. (точка А) наилучшим является тот же двухступенчатый РБ при четвёртой схеме перелёта. При большем времени перелёта наилучшим является одноступенчатый РБ с ЭРД.

Из рисунка 7 видно, что для схем 2, 3, 4 промежуточные орбиты являются эллиптическими, сильно вытянутыми. Для схемы 3 наклонение промежуточной орбиты остаётся постоянным и равным наклонению конечной орбиты. Для схем 1, 2, 4 наклонение промежуточной орбиты приближается к наклонению начальной орбиты при временах перелёта, равных 85, 120 и 140 суткам, соответственно.

Выигрыш в массе полезного груза от использования комбинированного РБ по сравнению с существующими способами выведения может составить 43%, а именно: 1500 кг для ракеты-носителя (РН) «Протон» и 500 кг для РН «Союз».

Моделирование перелёта с космодрома Куру на ГСО показало, что для второй и четвёртой схем перелёта промежуточная эллиптическая орбита вырождается в круговую. При перелёте на орбиту ГЛОНАСС изменения наклонения не требуется и соответственно промежуточная орбита вырождается в круговую, высота которой при увеличении времени перелёта плавно уменьшается от высоты конечной орбиты до высоты начальной орбиты.

Выигрыш в массе полезного груза при этих перелётах составляет от 20% до 35% при временах перелётов от 50 до 70 суток.

Для всех трёх перелётов скорости истечения двухступенчатого РБ с ЭРД незначительно больше скорости истечения одноступенчатого РБ с ЭРД, а мощность двухступенчатого РБ меньше мощности одноступенчатого РБ.

В заключении по результатам проведённых исследований законов управления и траекторий движения разгонных блоков с химическими и электроракетными двигателями даны основные выводы.

В приложениях А, Б, В, Г соответственно приведены таблицы параметров орбит, на которые осуществлялись запуски КА за период с 2003 по 2008 годы; параметры электроракетных двигателей; математические преобразования при выводе ряда выражений; результаты оптимизации баллистических и проектных параметров перелётов.

#### **Выводы и основные результаты работы**

Проведённые исследования проектных параметров, программ и законов управления и траекторий перелёта двухступенчатого разгонного блока с последовательным использованием химического и электроракетного двигателей позволяют сформулировать следующие результаты и выводы.

1. Построена математическая модель массы двухступенчатого РБ с последовательным расположением ступеней с ХРД и ЭРД, представленная как отношение массы полезной нагрузки к начальной массе. Модель позволяет получить проектно-баллистические параметры перелёта, инвариантные к используемой РН.

2. Для перелёта между коаксиальными некопланарными орбитами с приложением группы ограниченных импульсов в апсидальных точках получен оптимальный закон управления вектором тяги ХРД. Показано, что для расчёта затрат характеристической скорости можно использовать выражение

одноимпульсного перехода между некомпланарными эллиптическими орбитами, направление вектора ограниченных импульсов определяется граничными условиями, а для обеспечения перехода без уменьшения высоты перигея ниже высоты границы атмосферы требуется определение минимальной высоты радиуса апогея переходных орбит. Полученные аналитические выражения позволяют построить графики зависимостей элементов орбиты оптимальной траектории от затрат характеристической скорости и времени перелёта.

3. Для трёх вариантов простых структур управления вектором тяги на витке получены усреднённые модели движения в оскулирующих элементах и оптимальные законы управления вектором тяги ЭРД в плоскости, перпендикулярной радиус-вектору, при перелёте между некомпланарными эллиптическими орбитами. Моделирование перелёта КА на ГСО показало, что расхождение в значениях параметров конечной орбиты, полученных на усреднённой и полной моделях движения, мало. Для наилучшего варианта перелёта с постоянно включённым двигателем и вектором тяги, перпендикулярным радиус-вектору и с разными углами рыскания в окрестности апогея и перигея, затраты характеристической скорости не превышают 12% по сравнению с известными результатами, полученными при управлении без ограничений.

4. Разработана методика и программное обеспечение для определения оптимальных параметров промежуточной орбиты и ступени РБ с ЭРД при перелёте между круговыми некомпланарными орбитами. Для перелётов с низкой круговой орбиты на ГСО и орбиту ГЛОНАСС получены зависимости оптимальных проектно-баллистических параметров от времени перелёта.

5. Определены области предпочтительного применения разных типов разгонных блоков. При определённом времени перелёта существует выигрыш в массе выводимого на целевую орбиту КА при использовании двухступенчатого РБ с последовательным использованием ХРД и ЭРД по сравнению с РБ, использующими только ХРД или ЭРД. Этот выигрыш растёт при увеличении разницы в наклонении или высоте между начальной и целевой орбитами.

Разработанные подходы к определению проектных характеристик, программированию и оптимизации управляемого движения могут быть использованы при баллистическом и динамическом проектировании двухступенчатых разгонных блоков как средств выведения космических аппаратов на высокие целевые орбиты.

### Основные публикации по теме диссертации

в изданиях, рекомендованных ВАК:

- 1 **Фадеенков, П. В.** Оптимизация перелётов между некомпланарными эллиптическими орбитами с двигателями малой тяги [текст] / **П. В. Фадеенков** // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королева. – Самара, 2007. – Вып. 1. – С. 116 – 123.
- 2 **Фадеенков, П. В.** Формирование номинальной программы управления космическим аппаратом с двигателями малой тяги при перелёте между эллиптической и геостационарной орбитами [текст] / **Фадеенков, П. В., С. А. Ишков** // Известия Самарского научного центра РАН. – Самара, 2011. – Вып. 1. – С. 156 – 159.

10

3 **Фадеенков, П. В.** Оптимальная программа управления малой непрерывной тягой при перелёте между некомпланарными эллиптической и геостационарной орбитами [текст] / **П. В. Фадеенков, С. А. Ишков** // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королева. – Самара, 2011. – Вып. 1. – С. 38 – 43.

в других изданиях:

4 **Ишков, С. А.** Комбинированные схемы формирования рабочих орбит спутников Земли [текст] / **С. А. Ишков, П. В. Фадеенков** // Сб. тр. VIII Всероссийского научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 1998. – С. 79 – 81.

5 **Фадеенков, П. В.** Баллистическое обоснование применения двигателей ограниченной тяги для формирования энергоёмких орбит [текст] / **П. В. Фадеенков, С. А. Ишков** // Сб. тр. IX Всероссийского научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 2000. – С. 86 – 89.

6 **Фадеенков, П. В.** Оптимизация межорбитальных манёвров космического аппарата с многоступенчатым разгонным блоком [текст] / **П. В. Фадеенков, С. А. Ишков** // Сб. тр. XI Всероссийского научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 2003. – С. 114 – 118.

7 **Фадеенков, П. В.** Решение параметрической задачи оптимизации многоступенчатого космического аппарата [текст] / **П. В. Фадеенков** // Сб. тр. XII Всероссийского научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 2006. – С. 127 – 131.

8 **Фадеенков, П. В.** Оптимизация перелётов между некомпланарными эллиптическими орбитами с двигателями малой тяги [текст] / **П. В. Фадеенков** // Сб. тр. XIII Всероссийского научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 2007. – С. 222 – 226.

9 **Ишков, С. А.** Комбинированные схемы формирования рабочих орбит [текст] / **С. А. Ишков, П. В. Фадеенков** // Сб. тр. XXII научных чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С. П. Королева и других советских ученых-пионеров освоения космического пространства. – М.: ИИЕТ РАН, 1998. – С. 81.

10 **Фадеенков, П. В.** Формирование проектного облика геостационарного космического аппарата с электроракетной двигательной установкой [текст] / **П. В. Фадеенков** // Материалы XVIII научно-технической конференции молодых учёных и специалистов. – М.: РКК Энергия, 2010. – С. 15 – 19.

11 **Фадеенков, П. В.** Построение оптимальной траектории перелёта между коаксиальными орбитами [текст] / **П. В. Фадеенков** // Сб. тр. XXXIV научных чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С. П. Королева и других советских ученых-пионеров освоения космического пространства. – М.: ИИЕТ РАН, 2010. – С. 118 – 119.

Подписано в печать 19.09.11.

Тираж 100 экз. Усл. печ. л. 1,0

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «Инсома-пресс»  
443011, г. Самара, ул. Советской Армии, 217