

93

На правах рукописи

САДЫКОВА Ляля Камяловна

**ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПЕДВУЗОВ К ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ**

13.00.02 Теория и методика обучения и воспитания (математика)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Саранск – 2010



Работа выполнена на кафедре геометрии и методики преподавания математики
ГОУ ВПО «Поволжская государственная социально-гуманитарная академия»

Научный руководитель: доктор педагогических наук, профессор
Гусев Валерий Александрович

Официальные оппоненты: доктор педагогических наук,
профессор **Утеева Роза Азербайевна**
кандидат педагогических наук, доцент
Наумова Людмила Михайловна

Ведущая организация: ГОУ ВПО «Ярославский государственный
педагогический университет им. К.Д. Ушинского»

Защита состоится «11» марта 2010 г. в 13⁰⁰ часов на заседании
диссертационного совета ДМ 212. 118. 01 по защите диссертаций на соискание
ученой степени доктора наук при ГОУ ВПО «Мордовский государственный
педагогический институт имени М.Е. Евсевьева» по адресу: 430007, Республика
Мордовия, г. Саранск, ул. Студенческая, д. 11а, ауд. 320.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Мордовский
государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева»

Автореферат разослан и размещен на сайте www.mordgpi.ru
«15» февраля 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Л.С. Капкаева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В настоящее время система высшего и среднего образования предъявляет новые требования к качеству подготовки учителей математики, ставя задачи переосмысления методических аспектов и построения новых теорий изучения традиционных тем школьного курса математики.

Действительно, учащиеся общеобразовательных учреждений традиционно знакомятся при изучении математики с графическим методом решения уравнений, неравенств и их систем. Однако в последние годы в содержании обучения математике появляются новые классы уравнений (неравенств) и новые функциональные методы их решения. Тем не менее, содержащиеся в контрольно-измерительных материалах единого государственного экзамена (ЕГЭ) задания (так называемые комбинированные уравнения), решения которых требуют применения только функционально-графического метода, вызывают у учащихся затруднения. Более того, проведенный нами констатирующий эксперимент показал, что студенты – будущие учителя математики, владея теоретически понятиями по теме «Числовая функция, ее свойства и график», зачастую затрудняются применять свойства функций и их графики к решению уравнений и неравенств. Это в то время, когда во многих школах преподавание ведется по учебникам алгебры, алгебры и начал анализа, реализующих концепцию, согласно которой среди основных содержательно-методических линий школьного курса алгебры приоритетной является функционально-графическая.

Одной из составляющих основ профессионализма учителя является знание преподаваемого предмета, о чем говорится в работах С.Н. Дорофеева, И.В. Егорченко, Т.А. Ивановой, А.Г.Мордковича, И.А. Новик, М.А. Родионова, Г.И. Саранцева, Р.А. Утеевой и др. Собственно, во многом для формирования такого знания был введен в учебные планы педвузов курс элементарной математики, что, однако, не решило всех проблем. Необходима, в частности, целенаправленная и последовательная работа преподавателей педвузов по подготовке будущих учителей математики к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, которая, как выявил проведенный нами эксперимент, также отсутствует.

Анализ методической литературы в контексте темы нашего исследования показал, что имеются работы, посвященные вопросам методики: изучения в средней школе функциональных понятий (А.И. Жаворонкова, Ю.Н. Макарычева, Е.И. Лященко, И. В. Антоновой и др.); решений различных видов уравнений и неравенств, связанных с использованием равносильных замен (А.Н. Бекаревича, Н.Я. Виленкина, Р.А. Рыбаковой, В.А. Герлингера и др.); взаимосвязи понятия функции с понятиями линии уравнений и неравенств (А.А. Ундуск, Л.И. Токаревой, Л.П. Афонькиной, Н.А. Ильиной и др.); интеграции алгебраических и графических методов в обучении математике (М.И. Башмакова, Л.С. Капкаевой, Н.А. Резник и др.). Рассматривали применение при решении уравнений и неравенств: свойств функций - М. Бейсеков, А.Б. Василевский, В.А. Гусев, М.Е. Есмуханов, Н. И. Зильберберг, С.И. Меше-

рякова, Т.Д. Моралишвили, С.Н. Олехник, М.К. Потапов, И.И. Чучаев и др.; графического метода - А.Г. Мордкович, Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова и др..

При всей несомненной теоретической и практической значимости работ вышеназванных авторов, следует подчеркнуть, что в научных исследованиях вопросы подготовки будущих учителей математики к обучению учащихся решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом еще недостаточно разработаны.

Сегодняшний выпускник педагогического вуза должен владеть современными, в том числе компьютерными, технологиями обучения математике. В настоящее время многие исследователи изучают различные вопросы компьютеризации математического образования в средней школе (В.А. Далингер, В.М. Монахов, Л.М. Наумова, Н.А. Резник, Л.А. Страбыкина, Н.В. Полякова и др.) и в вузе (М.П. Лапчик, А.Е. Лукинова, Т.В. Кормилицына, Е.В. Сухорукова и др.), но проблема использования в педвузе компьютера как средства подготовки будущего учителя к обучению математике еще недостаточно проработана. В частности, отсутствуют исследования методических условий применения компьютерных технологий при подготовке студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Таким образом, несмотря на наличие значительного числа методических исследований, посвященных решению алгебраических задач с помощью функциональных и графических представлений, **проблема** выявления условий и средств подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом до настоящего времени остается нерешенной как в теоретическом, так и в методическом плане.

Итак, **актуальность** проблемы нашего исследования определяют возникшие **противоречия** между: 1) требованиями, предъявляемыми к знаниям и умениям, входящим в функционально-графическую содержательно-методическую линию, и реальным уровнем их сформированности у учащихся общеобразовательных учреждений; 2) внедрением в практику работы школ учебников, в которых из основных содержательно-методических линий школьного курса алгебры приоритетной является функционально-графическая, и неподготовленностью выпускников педвузов к работе по этим учебникам; 3) необходимостью совершенствования обучения учащихся общеобразовательных учреждений решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом и отсутствием научно обоснованной методики подготовки будущего учителя математики к обучению учащихся решению такого рода задач.

Объект исследования - подготовка студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Предмет исследования - цели, содержание, средства и организационные формы подготовки студентов педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Цель исследования заключается в разработке методики подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Гипотеза исследования: если разработать методику подготовки студентов педвузов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств на основе единства частных и обобщенных приемов решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом, их математических основ и задач как адекватных средств формирования приемов, внедрить ее в практику преподавания, то повысится качество методико-математических знаний и умений, необходимых будущим учителям для обучения учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Для достижения сформулированной нами цели исследования и проверки гипотезы были поставлены следующие **задачи исследования:**

1) проанализировать состояние проблемы исследования в научно-и учебно-методической, психолого-педагогической литературе, в практике обучения математике студентов и учащихся школ;

2) охарактеризовать функционально-графический метод решения уравнений и неравенств, выделить его гносеологические и деятельностные компоненты;

3) разработать частные и обобщенные приемы решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

4) выделить основные этапы подготовки студентов к обучению учащихся решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

5) исследовать методические аспекты применения компьютерных технологий для обучения студентов частным и обобщенным приемам решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

6) разработать систему задач для формирования у студентов частных и обобщенных приемов решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

7) выявить наиболее рациональные организационные формы подготовки студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств;

8) разработать методику обучения студентов частным и обобщенным приемам функционально-графического метода решения уравнений и неравенств, и экспериментально проверить ее эффективность.

В ходе решения поставленных задач использовались следующие **методы педагогического исследования:** анализ научной и учебно-методической, психолого-педагогической литературы по проблеме исследования; анализ учебных пособий по алгебре, алгебре и началам анализа для средней школы, по высшей и элементарной математике; диагностирующие работы; анализ и обобщение педагогического опыта, наблюдение, беседа; педагогический эксперимент; статистическая обработка и анализ результатов эксперимента.

Методологические предпосылки исследования - системный и деятельностный подходы, идея фундаментализации образования; основные психолого-

педагогические и методические положения теорий обучения приемам учебной деятельности; методические концепции формирования математических понятий, работы с теоремой, обучения доказательству, обучения решению задач, концепции УДЕ и методической подготовки учителя математики в педвузе.

Исследование проводилось с 2003 по 2008 год и включало ряд этапов.

На первом этапе (2003-2005гг.) осуществлялось изучение психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования; проводился констатирующий эксперимент.

На втором этапе (2005 - 2006 гг.) были разработаны основные положения подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, создано соответствующее методическое обеспечение и осуществлена его первичная проверка.

На третьем этапе (2005-2008 гг.) проводился обучающий эксперимент с целью проверки разработанной методики. Полученные результаты были проанализированы и обработаны средствами математической статистики, что позволило подтвердить справедливость теоретических выводов и эффективность подготовки студентов по разработанной методике.

Научная новизна исследования состоит в том, что проблема подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств решалась на основе единства действий, составляющих данный метод, частных и обобщенных приемов, соответствующих этому методу, их математических основ и адекватных задач как средств формирования действий и приемов; обоснована и реализована на практике методика подготовки студентов к формированию у учащихся функционально-графического метода решения уравнений и неравенств путем формирования у самих студентов данного метода, но с большим числом функций, с более богатым содержанием гносеологического и деятельностного компонентов.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что:

- выявлены требования, обуславливающие подготовку будущих учителей математики к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, и составляющие этот метод действия;

- сконструирована система частных и обобщенных приемов решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

- разработана типология задач, адекватных действиям, частным и обобщенным приемам функционально-графического метода решения уравнений и неравенств.

Практическая значимость работы заключается в разработке методики подготовки студентов к обучению учащихся решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом, программы и содержания курса по выбору «Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств», а также методических рекомендаций к конструированию и применению выделенных видов задач, используемых в качестве средства формирования обобщенных приемов решения уравнений и неравенств. Результаты исследования

могут быть использованы преподавателями педвузов при проведении курсов по выбору и факультативов, студентами в период педагогической практики, авторами сборников задач и учебно-методических пособий для студентов, учащихся и учителей; учителями средних школ.

Достоверность и обоснованность полученных результатов и выводов обеспечивается методологическими позициями, реализующими деятельностный подход к решению проблемы исследования, использованием разнообразных методов исследования, адекватных поставленным задачам; выводами экспериментального исследования.

Положения, выносимые на защиту:

1. В основу подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств должно быть положено единство частных и обобщенных приемов решения задач данного вида, их математических основ и соответствующих задач как средств формирования действий и приемов.

2. Факторами, определяющими содержание и процесс подготовки студентов педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, являются: актуальность формирования у школьников характерных для функционально-графического метода знаний и умений, потребность личности ученика в подготовке к продолжению образования в вузе или среднем специальном учебном заведении; положение о взаимообусловленности гносеологического и деятельностного компонентов метода; роль функционально-графического метода решения задач в развитии мышления учащихся и организации их исследовательской деятельности; содержание математической и методической подготовки будущих учителей математики, психологические и методические теории формирования приемов учебной деятельности.

3. Подготовку студентов к обучению учащихся решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом следует осуществлять путем поэтапного формирования у них адекватных методу математических знаний, отдельных действий и приемов, посредством решения соответствующих задач, акцентируя внимание на действиях: определения структуры уравнения и неравенства, выбора методов решения уравнений и неравенств, составления уравнений и неравенств, решаемых функционально-графическим методом; применение компьютерных технологий в подготовке студентов позволяет формировать у них не только гносеологический и деятельностный компоненты метода, но и методические умения использования компьютера в учебно-воспитательном процессе как средства реализации функций обучения математике.

На защиту также выносятся программа и содержание курса по выбору «Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств», методические рекомендации по его преподаванию.

Внедрение в практику обучения основных положений, выдвигаемых в диссертации, осуществлялось в ходе экспериментальной проверки, которая проводилась на базе Института математики, физики и информатики Самарского

государственного педагогического университета.

По теме исследования имеется **14 публикаций**.

Апробация и внедрение основных положений и результатов исследования осуществлялись в ходе экспериментальной проверки на лекционных и практических занятиях со студентами Института математики, физики и информатики ГОУ ВПО «Самарский государственный педагогический университет», в виде докладов и выступлений на заседаниях кафедры геометрии и методики преподавания математики вышеназванного университета (Самара, 2004 г., 2005 г., 2006 г., 2008 г.), на заседании научно-методического семинара кафедры методики преподавания математики ГОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт им. М.Е. Евсевьева» (Саранск, 2009 г.), на семинарах преподавателей математики университетов и педвузов «Проблемы подготовки учителя математики к преподаванию в профильных классах» (Киров-Москва, 2006 г.), «Новые средства и технологии обучения математике в школе и вузе» (Самара - Москва, 2007 г.), на Международных научных и научно-практических конференциях «Математика. Образование. Культура» (Тольятти, 2005 г.), «Математическое образование: прошлое, настоящее, будущее» (Самара, 2007 г.), «Интегративный характер современного математического образования (Самара, 2009 г.), «Формирование профессиональной компетентности будущих специалистов в условиях кредитной технологии обучения: опыт, проблемы и перспективы» (Кокшетау, 2009 г.), на Всероссийских научно-практических конференциях «Актуальные вопросы методики преподавания математики и информатики в свете модернизации Российского образования» (Биробиджан, 2006 г.).

Задачи исследования определили структуру диссертации: она состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка использованной литературы и приложений, иллюстрирована таблицами, рисунками. Основное содержание диссертации изложено на 189 страницах машинописного текста. Список литературы включает 222 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность исследования, сформулированы проблема, цель, объект, предмет, гипотеза и задачи исследования, раскрыты научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, выделены этапы исследования, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе излагаются теоретические основы подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

Установлено: а) в соответствии со стандартами среднего (полного) общего образования (базовый и профильный уровни) по математике (2004 г.), в которых усилена практическая составляющая целей обучения математике, учащиеся должны владеть знаниями и умениями, характерными для функционально-

графического метода, применяемого, в частности, при решении уравнений, неравенств и их систем в курсах алгебры, алгебры и начал анализа; б) задания, входящие в контрольно-измерительные материалы ЕГЭ по математике, содержат уравнения с параметрами и так называемые комбинированные уравнения, решение которых возможно только функционально-графическим методом, требующим интеграции знаний из различных разделов курса математики; в) в процессе решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом осуществляются действия по переводу математической информации с «языка» знаково-символического на «язык» рисунков-образов в виде схем и графиков, что способствует развитию логического и образного мышления субъекта, решающего задачу; г) процессы структурирования, т.е. выявления составляющих элементов (значимых частей) и установления существенных связей между ними, осуществляемые при решении уравнений и неравенств функционально-графическим методом, способствуют развитию творческого мышления, составляют основу для организации исследовательской деятельности учащихся.

Анализ программ и учебных пособий по алгебре, математическому анализу и элементарной математике для математических специальностей педвузов показал, что в целом все математические понятия и теоремы, составляющие базис решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом, представлены в содержании программ. Его изучение завершается в шестом семестре. Но результаты диагностической работы, проведенной в седьмом семестре, говорят о том, что 93% студентов четвертого курса не могут применять функционально-графический метод к решению комбинированных уравнений и неравенств с параметрами.

Вышесказанное свидетельствует о необходимости специальной работы, направленной на подготовку будущих учителей математики к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, цели которой заключаются в формировании у студентов функционально-графического метода решения уравнений и неравенств и владения методикой обучения учащихся данному методу. Кроме того, такая подготовка должна способствовать развитию у будущих учителей математики мотивации изучения значимого в будущей практической (профессиональной) деятельности учебного материала; понимания взаимосвязи различных разделов элементарной и высшей математики; способности к поисковой деятельности.

Здесь же определяются основные понятия диссертационного исследования. На основе общего понятия «метод» (совокупность действий над изучаемым или преобразуемым объектом, выполнение которых приводит к достижению результата, соответствующего намеченной цели) и анализа конкретного содержания деятельности по решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом раскрыто содержание понятия «функционально-графический метод решения уравнений и неравенств».

Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств – это метод, основанный на использовании свойств функций и (или) их графических изображений. К графическим изображениям нами отнесены графики функций и их схематические изображения (эскизы графиков).

В функционально-графическом методе, как и в любом методе, согласно теории познания, возможно выделение двух компонентов: гносеологического и деятельностного.

Анализ и обобщение математических и методических фактов, представленных в работах учебного, учебно-методического и научного плана, анализ процесса решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом дали основание сделать следующее заключение.

1. **Гносеологический** компонент функционально-графического метода составляют знания:

1) о том, как решать отдельные виды уравнений, неравенств и их конструкций алгебраическими методами;

2) о том, как выполнять операции над функциями;

3) о построении графиков различных элементарных функций, в том числе с применением компьютерных технологий;

4) о свойствах функций и их применении при решении уравнений и неравенств;

5) о возможности решения уравнения и неравенства с помощью основных теорем равносильности или на базе использования свойств функций.

2. **Деятельностную** составляющую функционально-графического метода образуют следующие действия:

1) выполнение операций, адекватных приемам решения уравнений и неравенств алгебраическими методами. Считаем, что студенты овладели всеми приемами решения уравнений и неравенств алгебраическими методами на занятиях по алгебре и элементарной математике.

2) выполнение операций над функциями и нахождение суперпозиции функций;

3) построение графиков и эскизов графиков функций, в том числе с применением компьютерных технологий;

4) определение структуры уравнения и неравенства: выяснение, из каких функций и каким образом они составлены;

5) выделение свойств, присущих функциям, входящим в уравнение и неравенство (ограниченность, монотонность, четность, нечетность и т.д.), то есть исследование функции;

6) решение уравнений и неравенств с применением отдельных свойств элементарных функций;

7) составление уравнений и неравенств, решаемых функционально-графическим методом;

8) решение уравнений и неравенств повышенной сложности с выбором методов решения уравнений и неравенств.

Обучение студентов этим компонентам целесообразно организовать путем формирования у них приемов учебной деятельности, адекватных данному методу. В психолого-педагогической и методической литературе существуют различные толкования понятия приема. В нашем исследовании под приемом понимается совокупность действий, выполняемых в определенном порядке и служащих для решения определенных задач.

Содержание подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств:

1) должно реализовывать указанные выше цели подготовки и основываться на:

- взаимосвязи понятий "функция", "уравнение" и "неравенство";
- интеграции графических и аналитических методов решения уравнений и неравенств;
- одновременном рассмотрении решений уравнений и неравенств функционально-графическим методом;

2) должно включать:

- конструирование частных приемов **применения** отдельных свойств функций при **решении и составлении** уравнений и неравенств;
- конструирование **обобщенного приема** решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом, позволяющего рационально делать выбор свойства функции;
- конструирование **обобщенного приема** решения уравнений и неравенств с параметром;
- использование компьютерных технологий при формировании функционально-графического метода решения уравнений и неравенств.

В основе различия частных и обобщенных приёмов решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом лежит используемая в каждом из них система знаний, действий и совокупность задач, в решении которых они применяются.

Обобщенный приём решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом применим к любому уравнению или неравенству, формируется на основе усвоения всей совокупности знаний об использовании отдельных свойств функций при решении уравнений и неравенств функционально-графическим методом.

Чтобы определить состав обобщенного приёма решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом, следует:

- выделить действия по решению уравнений и неравенств с применением отдельных свойств функции (область определения, ограниченность, монотонность, четность (нечетность), периодичность, выпуклость (вогнутость));
- на основе анализа частных приёмов найти общие действия, входящие в их состав;
- сконструировать обобщенный приём.

На основе анализа частных приемов решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств функций конструируется обобщенный прием решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом. В этом случае следует:

- выяснить возможность рационального решения данного уравнения (неравенства) алгебраическим методом. Сам вид уравнения (неравенства) подсказывает, какие методы при решении необходимо применять: алгебраические или функционально-графический. Например, присутствие в уравнении или неравенстве различных типов элементарных функций, двух и более переменных есть весьма

надежный признак того, что методы тождественных преобразований, замен переменных, упрощения выражений и т.д. сами по себе не приведут к ответу;

- определить структуру уравнения (неравенства). Выяснить, из каких функций и каким образом составлено данное уравнение (неравенство);

- исследовать функции, входящие в данное уравнение (неравенство) и перейти к равносильным, более простым уравнениям (неравенствам, системам уравнений), опираясь на соответствующие приемы учебной деятельности по применению отдельных свойств функций при решении уравнений и неравенств;

- решить полученные уравнения (неравенства, системы уравнений) традиционным способом.

Продемонстрируем применение обобщённого приема решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом на примере решения уравнения.

Пример №1. Решить уравнение $\frac{|ctgxy|}{\cos^2 xy} = \log_{\frac{1}{3}} \left(y^2 - 2y + \frac{10}{9} \right)$.

Решение.

1) Алгебраический метод решения данного уравнения отсутствует.

2) Имеется одно уравнение с двумя переменными, поэтому попробуем применить свойство ограниченности при решении данного уравнения. В силу громоздкости нахождения ОДЗ, не будем находить ее в явном виде. Все последующие рассуждения будем проводить, считая, что уравнение имеет смысл.

3) Исследуем функции, входящие в данное уравнение, предварительно заменив уравнение ему равносильным:

Так как $\frac{1}{\cos^2 xy} = 1 + tg^2 xy$; $y^2 - 2y + \frac{10}{9} = (y-1)^2 + \frac{1}{9}$, $ctgxy = \frac{1}{tgxy}$, то дан-

ное уравнение примет вид $\frac{1 + tg^2 xy}{|tgxy|} = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9} + (y-1)^2 \right)$ (1).

Оценим левую и правую части уравнения:

$\frac{1 + tg^2 xy}{|tgxy|} = \frac{1}{|tgxy|} + |tgxy| \geq 2$ (2) на основании неравенства $\frac{1}{f(x)} + f(x) \geq 2$,

где $f(x) > 0$; неравенство (2) обращается в равенство при $f(x) = 1$.

$\frac{1}{9} + (y-1)^2 \geq \frac{1}{9}$, следовательно в силу убывания функции $\log_{\frac{1}{3}} t$ имеем, что

$\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9} + (y-1)^2 \right) \leq 2$ ($\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2, (y-1)^2 \geq 0$).

Итак, на основании соответствующего утверждения имеем, что уравнение (1) равносильно системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1 + tg^2 xy}{|tgxy|} = 2, \\ \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9} + (y-1)^2 \right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |tgxy| = 1, \\ (y-1)^2 = 0 \end{cases}$$

4) Решим полученную систему уравнений традиционным способом.

Из второго (более простого) уравнения системы получаем $y=1$. Тогда первое уравнение системы примет вид $|gx|=1$, откуда $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$. При найденных значениях x и y данное уравнение существует.

Ответ: $(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, 1)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

Осуществлять подготовку студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств следует поэтапно. На первом этапе (1-2 курс) в процессе изучения математических курсов у студентов формируются знания математических основ и отдельные действия функционально-графического метода. На втором этапе (3 курс) при изучении теории и методики обучения математике и элементарной математики у студентов формируются соответственно методические знания и умения теоретико-методологического уровня и владение основными алгебраическими методами решения уравнений и неравенств. На третьем этапе (4-5 курсы) будущие учителя в процессе изучения частной методики обучения математике знакомятся с элементами применения функционально-графического метода к решению задач, а в процессе преподавания курса по выбору они овладевают системой математических и методических знаний, действий, приемов, адекватной функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, разрабатывают и реализуют методику обучения учащихся решению и составлению уравнений и неравенств функционально-графическим методом в период производственно-педагогических практик, при написании рефератов, курсовых и выпускных квалификационных работ. Главную роль играет специальный курс по выбору (специальная методическая подготовка), который направлен на обобщение и систематизацию знаний и умений студентов из курсов алгебры и математического анализа, теории и методики обучения математике, на формирование системы действий, на формирование частных и обобщенных приемов решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом (в том числе с применением компьютерных технологий), на формирование методических умений обучения учащихся данным элементам метода (например, конструировать системы упражнений, составлять задачи и т.п.).

Разработка указанного курса по выбору потребовала определения его целей, задач, содержания, форм и методов организации обучения, что было выполнено с учетом следующих требований:

- для наиболее эффективного изучения материала студентам должна быть предоставлена возможность самостоятельного проведения методического эксперимента;

- задачи, посредством которых у студентов формируется функционально-графический метод решения уравнений и неравенств, должны быть методически ориентированными, т.е. такими, чтобы при работе с ними студенты учились не только решать уравнения и неравенства функционально-графическим методом, но и осваивали методические знания и умения обучения учащихся данному методу;

- применение компьютерных технологий должно способствовать формированию у студентов как функционально-графического метода решения уравнений и неравенств, так и методических умений по применению компьютера в учебном процессе.

В обучении студентов функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств выделяются два аспекта. Первый (содержательный) – формирование знаний математических основ метода (гносеологического компонента) и методики формирования математических понятий, работы с теоремой, обучения доказательству, обучения методам решения задач, организации работы с задачей. Второй - обучение приемам решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом. Предметом осознанной деятельности будущих учителей должны стать приемы схематического построения графиков функций и выбора свойства функции, позволяющего решить то или иное уравнение (неравенство); приемы составления уравнений и неравенств, решаемых с применением функционально-графического метода, а затем и основанный на них обобщенный прием решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом.

Специальная методическая подготовка студентов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств состоит из четырех этапов:

1. Подготовительный этап;
2. Этап решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств функций;
3. Этап составления уравнений и неравенств, решаемых функционально-графическим методом;
4. Этап выбора метода решения уравнений и неравенств повышенной сложности.

Каждый из этапов реализуется посредством систем адекватных задач, при разработке которых мы, прежде всего, исходили из сути функционально-графического метода и следующих требований:

- доступности (каждая задача системы должна быть посильна студенту в целях сохранения интереса к ее решению);
- однотипности (в систему необходимо включать однотипные задачи, поскольку это способствует формированию прочных знаний и умений, однако однотипных задач в системе должно содержаться в разумном количестве);
- разнообразия (чтобы избежать снижения интереса, внимания и активности студентов, в систему должны быть включены задачи, разнообразные по форме, содержанию и способу решения);
- противопоставления (необходимо включать в систему задачи на сходные и взаимообратные понятия, а также задачи, не имеющие решения, контрпримеры);
- полноты (в системе должны присутствовать задачи на все изучаемые понятия и факты);
- усложнения (необходимо учитывать сложность каждой задачи в системе и располагать их по мере возрастания сложности);
- методической ориентации (при работе с задачами студенты должны учиться не только решать уравнения и неравенства функционально-

графическим методом, но и осваивать методические знания и умения обучения учащихся данному методу).

Нами выделены и охарактеризованы основные виды задач, ориентированных на формирование действий, частных и обобщенных приемов, адекватных функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств: **А.** Задачи на отработку отдельных действий и системы действий в целом, составляющих функционально-графический метод решения уравнений и неравенств. **В.** Задачи на формирование методических умений студентов по подготовке учащихся к решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом. В каждом виде выделяются подвиды задач, ориентированные на формирование отдельных действий функционально-графического метода.

Применение компьютерных технологий в подготовке студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств позволяет формировать у них не только гносеологический и деятельностный компоненты метода, но и методические умения использования компьютера в учебно-воспитательном процессе как средства реализации функций обучения математике. При выборе компьютерных средств преподавателю необходимо учитывать как модель применяемых информационных технологий, так и профиль обучения, умение работать с персональным компьютером.

Наиболее целесообразно применять компьютер в следующих случаях: диагностического тестирования качества усвоения материала; в тренировочном режиме для отработки отдельных действий, частных и обобщенных приемов функционально-графического метода; в режиме самообучения; в режиме графической иллюстрации изучаемого материала.

В нашей работе применены возможности математического пакета Mathcad для построения графиков функций, программ - графопостроителей «GraphMaster», «GraphPlotter» и др., а также возможности программы презентаций Microsoft PowerPoint for Windows для иллюстраций выполненных студентами индивидуальных творческих заданий.

Использование компьютерных технологий, а именно применение компьютерной графики, положительно сказывается на развитии воображения и интуиции, творческих способностей студентов. Анимация позволяет продемонстрировать в динамике построение графиков функций с помощью элементарных преобразований (например, эффект «Появление» из команды «Вход» в программе Microsoft PowerPoint for Windows). Работая с графиками функций в виртуальной лаборатории, студенты легко и быстро осваивают функционально-графический метод решения уравнений и неравенств, самостоятельно выявляют различные закономерности (например, влияние значения коэффициентов на график функции данного вида или на взаимное расположение графиков нескольких функций).

Работа в виртуальной лаборатории позволяет каждому студенту выполнять задания в удобном для него темпе, анализировать и обобщать большое количество эмпирического материала, формируя, тем самым, исследовательские умения.

Во второй главе «Методические аспекты подготовки студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств» раскрываются вопросы методики, реализующей изложенные в первой главе теоретические положения.

Основу методики обучения студентов функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств составляют: основные дидактические принципы, организационные формы обучения, выделенные этапы методической подготовки студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, определение места специального курса по выбору в системе подготовки будущего учителя математики.

Специальная методическая подготовка студентов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств состоит из четырех этапов:

1. Подготовительный этап. На данном этапе происходит формирование следующих действий, реализующих функционально-графический метод решения уравнений и неравенств:

а) выполнение операций над функциями и нахождение суперпозиции функций;

б) построение графиков функций, в том числе с применением компьютерных технологий.

Здесь же осуществляется систематизация, обобщение, расширение и углубление знаний и умений студентов по тематическим блокам «Числовые функции и их свойства», «Построение графиков функций различными способами», «Решение уравнений и неравенств алгебраическими методами», выделенным на основе анализа действий, составляющих функционально-графический метод.

2. Этап решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств функций. На данном этапе студентами решаются задачи, являющиеся составной частью уравнений и неравенств повышенной сложности - специальные уравнения и неравенства на применение отдельных свойств функций (области определения, ограниченности, монотонности, выпуклости (вогнутости), четности (нечетности), периодичности).

На втором этапе происходит формирование следующих действий, входящих в состав функционально-графического метода решения уравнений и неравенств:

а) определение структуры уравнения и неравенства: выяснение, из каких функций и каким образом они составлены;

б) выделение свойств, присущих функциям, входящим в уравнение и неравенство (ограниченность, монотонность, четность, нечетность и т.д.), то есть исследование функции;

в) решение уравнения (неравенства) с применением отдельных свойств элементарных функций.

Для действий, формируемых на первом и втором этапах, разработаны специальные системы задач.

3. Этап составления уравнений и неравенств, решаемых функционально-графическим методом. На данном этапе студенты учатся составлять

уравнения и неравенства, решаемые функционально-графическим методом с применением одного из свойств элементарных функций. Упражнения такого типа способствуют активизации познавательной самостоятельности студентов, помогают осуществлять переход от решения простейших уравнений и неравенств к решению уравнений и неравенств повышенной сложности.

4. Этап выбора метода решения уравнений и неравенств повышенной сложности. Целью этого этапа - овладение студентами функционально-графическим методом в процессе решения уравнений и неравенств повышенной сложности. Здесь происходит формирование умения решать уравнения и неравенства повышенной сложности, с выбором метода решения уравнений и неравенств.

В таблице 1 представлены примеры систем задач на формирование у студентов умения составлять уравнения и неравенства, адекватные выделенным нами основным способам решения такого рода задач.

Таблица 1

Составление уравнений и неравенств с применением свойств ограниченности и монотонности функций

Способы составления	Система задач для формирования у студентов умений составлять уравнения и неравенства с применением свойств функций
Способ, основанный на применении свойства монотонности функции	<p>1. Рассмотрите монотонную функцию $y = f(x)$ и вычислите значение этой функции в некоторой точке x_0 из области определения данной функции и составьте уравнение вида $f(x) = f(x_0)$ и соответствующие неравенства и найдите решения неравенств.</p> <p>2. Рассмотрите две функции $f(x)$ и $g(x)$, обладающие свойствами: одна из них строго возрастающая, а другая строго убывающая функции и графики которых пересекаются и составьте уравнение вида $f(x) = g(x)$, имеющее решение и неравенство вида $f(x) > g(x)$, имеющее (не имеющее) решение.</p> <p>3. Рассмотрите две функции $f(x)$ и $g(x)$, обладающие свойствами: одна из них строго возрастающая, а другая строго убывающая функции и графики которых имеют в качестве вертикальной асимптоты прямую $x = x_0$, причем $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} g(x) = +\infty$ и выполните следующее задание: составьте уравнение вида $f(x) = g(x)$, не имеющее решение.</p>

Продолжение таблицы 1

<p>Способ, основанный на применении свойства ограниченности функции</p>	<p>1. Рассмотрите две функции $f(x)$ и $g(x)$, обладающие свойствами ограниченности снизу и сверху одним и тем же числом; разными числами и выполните следующие задания:</p> <p>а) составьте уравнение вида $f(x) = g(x)$, имеющее решение.</p> <p>б) составьте уравнение вида $f(x) = g(x)$, не имеющее решение.</p> <p>в) составьте неравенство вида $f(x) \geq g(x)$, не имеющее решение.</p> <p>г) составьте неравенство вида $f(x) \leq g(x)$ справедливое для любого x из области определения неравенства.</p> <p>2. Составьте пять уравнений, решение которых сводилось бы к решению системы уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x^2 + 2y = 3 \end{cases}$.</p> <p>3. Объясните, как было составлено уравнение $\frac{\sqrt{3x-2}}{x^2} = \frac{1}{1-x}$.</p> <p>Покажите, комбинируя исследование области определения и множества значений функции, что данное уравнение не имеет решений.</p>
<p>Способ, основанный на дополнительных ограничениях на составляемое уравнение (неравенство)</p>	<p>1. Составьте и решите уравнение вида $f(x) = C$, где функция $y = f(x)$ – строго убывающая в области определения и $x = 2$ является корнем уравнения.</p> <p>2. Составьте и решите уравнение вида $f(x) = g(x)$, где функция $y = f(x)$ ограничена сверху числом 2 и периодическая с наименьшим положительным периодом $T = \pi$, а функция $y = g(x)$ ограничена снизу числом 2.</p> <p>3. Составьте неравенство вида $f(x) > g(x)$, имеющее решением промежутки $(-\infty; 1)$.</p> <p>4. Составьте неравенство вида $f(x) \geq g(x)$, имеющее решением число $x = 3$.</p>

С целью проверки эффективности методики проводились диагностические работы в экспериментальных и контрольных группах до начала экспериментального обучения и непосредственно по его завершению. Обработка результатов эксперимента осуществлялась с помощью математической статистики, посредством критерия Стьюдента. Проведенный эксперимент подтвердил эффективность разработанной методики подготовки студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств.

В заключении диссертации отмечается, что в процессе исследования в соответствии с его целью и задачами получены следующие основные результаты и выводы.

1. Анализ научно и учебно-методической, психолого-педагогической литературы по теме исследования, нормативных документов, регулирующих процессы обучения в общеобразовательных учреждениях и педагогических вузах,

показал: отсутствует отвечающая предъявляемым требованиям целенаправленная и последовательная подготовка будущих учителей математики к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств, равно как отсутствуют теоретические и методические знания об условиях и средствах ее осуществления.

2. Охарактеризованы функционально-графический метод решения уравнений (неравенств), его деятельностные и гносеологические компоненты, наиболее значимые действия, сконструированы следующие приемы:

- частные приемы решения уравнений и неравенств с применением отдельных свойств элементарных функций;
- обобщенный прием решения уравнений и неравенств функционально-графическим методом;
- частные приемы решения уравнений и неравенств с параметром первого и второго типов различными методами (графический, аналитический);
- обобщенный прием решения уравнений и неравенств с параметром первого и второго типов;
- частные приемы составления уравнений и неравенств, решаемых с применением отдельных свойств элементарных функций.

3. Обоснована и реализована на практике возможность поэтапной подготовки студентов к формированию у учащихся приемов, адекватных функционально-графическому методу, путем формирования у самих студентов приемов с большим числом функций, с более богатым содержанием гносеологического и деятельностного компонентов. Выделены виды задач, являющихся основным средством обучения приемам, по отношению к целям подготовки.

4. Применение компьютерных технологий в подготовке студентов к обучению учащихся функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств позволяет формировать у будущих учителей методические умения использования компьютера в учебно-воспитательном процессе как средства реализации функций обучения математике.

5. Разработана программа курса по выбору «Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств», в содержание которого входит применение компьютерных технологий.

6. Разработаны рекомендации по использованию компьютерных технологий (математический пакет Mathcad для построения графиков функций, программ - графопостроителей «GraphMaster», «GraphPlotter») на каждом этапе формирования функционально-графического метода решения уравнений и неравенств.

7. Эффективность разработанной методики подготовки студентов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств подтверждена экспериментально.

Основное содержание диссертации отражено в следующих публикациях:

I. Публикации в научных журналах, рекомендованных ВАК

1. Садыкова, Л.К. Подготовка студентов математических специальностей педвузов обобщенному приему решения нестандартных уравнений и неравенств на базе свойств функций [Текст] / Л.К. Садыкова. // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. №21 (51): Аспирантские тетради: Научный журнал. – СПб., 2007. – с. 282-288.

II. Список публикаций в других изданиях

2. Садыкова, Л.К. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Научные доклады межвузовской 58-ой научной конференции СГПУ. – Самара: СГПУ, 2004. – с. 78-80.

3. Садыкова, Л.К. Свойства функций при решении нестандартных уравнений и неравенств [Текст]: методическая разработка по курсам элементарной математики и методики преподавания математики/ Л.К. Садыкова, Н.С. Новичкова. – Самара: Изд-во СГПУ, 2005. – 90 с.

4. Садыкова, Л.К. Функции и построение графиков [Текст]: методическая разработка по курсам элементарной математики и методики преподавания математики/ Л.К. Садыкова, Н.С. Новичкова. – Самара: Изд-во СГПУ, 2005. – 72 с.

5. Садыкова, Л.К. Способы построения графиков сложных функций [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Научные доклады межвузовской 59-ой научной конференции СГПУ. – Самара: СГПУ, 2005. – с. 107-113.

6. Садыкова, Л.К. Об индивидуализации в процессе обучения построению графиков функций [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Сборник трудов II Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура».- Тольятти: ТГУ, 2005. – с. 69-75.

7. Садыкова, Л.К. Применение свойств функций при решении уравнений [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Научные доклады межвузовской 58-ой научной конференции СГПУ. – Самара: СГПУ, 2005. – с. 251-254.

8. Садыкова, Л.К. Применение функционального подхода при решении уравнений и неравенств с параметрами [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции. – Биробиджан: Изд-во ДВГСГА, 2006. – с. 61-65.

9. Садыкова, Л.К. Способы составления уравнений и неравенств, решаемых на базе свойств элементарных функций [Текст]/ Л.К. Садыкова, Н.С. Новичкова. // Материалы I Международной научно-практической конференции, посвященной памяти профессора Б.М. Бредихина – Москва, Самара: Изд-во СГПУ, 2006. – с. 210-222.

10. Садыкова, Л.К. Спецкурс как средство подготовки будущих учителей математики к работе в профильных классах [Текст]/ Л.К. Садыкова. // Материалы XXV семинара преподавателей математики университетов и педвузов – Киров, Москва: ВятГГУ, МГПУ, 2006. – с. 145-146.

11. Садыкова, Л.К. Взаимосвязь аналитического и графического способов при решении уравнений и неравенств с параметрами [Текст]/ Л.К. Садыкова,

Н.С. Новичкова. // Вестник СГПУ: Институт математики, физики и информатики. – Самара: Изд-во СГПУ, 2006. – с.76-79.

12. Садыкова, Л.К. Об элективных курсах в профильном обучении [Текст]/ Л.К. Садыкова// Вестник СГПУ: Институт математики, физики и информатики. Профессору Л.И. Кошкину посвящается.- Самара: Изд-во СГПУ, 2008. - с. 91-93.

13. Садыкова, Л.К. Использование компьютерных технологий при подготовке студентов – будущих учителей математики [Текст] /Л.К. Садыкова// Интегративный характер современного математического образования: материалы Второй всероссийской научно-практической конференции, посвященной памяти засл. деятеля науки РФ, профессора В.Ф. Волкодавова (Самара, 26-28 октября). - Самара: ПГСГА, 2009. - с. 216- 217.

14. Садыкова, Л.К. Использование информационно-компьютерных технологий в процессе подготовки учителя математики [Текст]/Л.К.Садыкова//Формирование профессиональной компетентности будущих специалистов в условиях кредитной технологии обучения: опыт, проблемы и перспективы: материалы Международной научно-практической конференции (Кокшетау, 26-27 июня). – Кокшетау: КГУ им. Ш. Уалиханова, 2009. - с.389-393.

САДЫКОВА Лилия Камилловна

**ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПЕДВУЗОВ К ОБУЧЕНИЮ УЧАЩИХСЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ**

Автореферат

Подписано в печать 27.01. 2010 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Усл.п.л.1,4. Тираж 100 экз. Заказ № 1-27-01.2010

Отпечатано с готового оригинала макета
в типографии ООО «Самарская Полиграфическая Компания»
443081, г. Самара, ул. Стара-Загора, 131 А
Тел.: 8(846) 34-16-900