

На правах рукописи

**МАКСИЮТИН Алексей Алексеевич**

**Многоуровневая система задач как средство обучения  
учащихся средней школы алгебре и началам  
математического анализа**

13 00 02 Теория и методика обучения и воспитания (математика)

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

*Ма*

Саранск – 2007



003060563

Работа выполнена на кафедре высшей математики и информатики Самарского филиала ГОУ ВПШ «Московский городской педагогический университет»

**Научный руководитель:** кандидат физико-математических наук,  
доцент **Клековкин Геннадий Анатольевич**

**Официальные оппоненты:** доктор педагогических наук,  
профессор **Утеева Роза Азербайевна**

кандидат педагогических наук,  
доцент **Рыбина Татьяна Михайловна**


**Ведущая организация:** ГОУ ВПО «Самарский государственный педагогический университет»

Защита состоится 27 июля 2007 г в 13 часов на заседании диссертационного совета ДМ 212 118 01 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук при ГОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт имени М Е Евсевьева» по адресу 430007, Республика Мордовия, г Саранск, ул Студенческая, д 11а, ауд 320

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт имени М Е Евсевьева»

Автореферат разослан и размещен на сайте [www.moris.ru/~mgrpu](http://www.moris.ru/~mgrpu)  
«26» мая 2007 г

Ученый секретарь  
диссертационного совета

 Л.С. Капкаева

### Общая характеристика работы

«Концепция модернизации российского образования на период до 2010 г.» и проект государственного стандарта общего образования определяют конкретные цели обучения математике в старшей школе на базовом уровне и в разных профилях обучения. В то же время проходящий эксперимент по итоговой аттестации выпускников средней (полной) школы предусматривает обязательный единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике для выпускников всех профилей по единым экзаменационным контрольно-измерительным материалам (КИМам). Эти материалы заданы в деятельностной форме (через решение задач) и включают задания базового, повышенного и высокого уровней трудности. При этом критерии выставления аттестационной отметки за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов (по пятибалльной шкале) для выпускников разных профилей не дифференцированы.

В связи с тем, что с 2009 г. проведение итоговой аттестации в форме ЕГЭ будет обязательным для всех средних учебных заведений, возрастает актуальность как научно-теоретических исследований, посвященных роли, функциям и месту задач в обучении математике, так и разработки эффективных технологий, реализующих различные варианты задачного подхода к обучению математике. Не менее важной проблемой остается создание конкретных учебных материалов и методических разработок, позволяющих гарантированно достигать цели, стоящие перед современным школьным математическим образованием.

Осмыслению сущности учебных математических задач и их функций в учебном процессе посвящены многочисленные методические исследования (Я.И. Груденов, В.А. Гусев, М.И. Зайкин, Н.И. Зильберберг, Е.С. Капин, Ю.М. Колягин, В.И. Крунич, Е.Ю. Миганова, В.М. Монахов, А.Г. Мордкович, В.И. Рыжик, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др.)

В последние десятилетия усилиями Г.В. Дорофеева, О.Б. Епишевой, Ю.М. Колягина, В.М. Монахова, А.Г. Мордковича, Г.И. Саранцева, Р.А. Утеевой и др. теоретически разработаны различные концепции и варианты задачного подхода в обучении математике, созданы достаточно стройные системы дидактических и учебно-математических задач, некоторые из которых получили практическую реализацию в новых учебно-методических комплексах по математике.

Введение единого государственного экзамена по сути дела привело к очередной ревизии всего содержания школьного математического образования. Результатом этой работы стало введение кодификатора и разноуровневых контрольно-измерительных материалов. Демонстрационные материалы КИМов включают лишь образцы типичных заданий базового, повышенного и высокого уровней трудности. Вместе с тем, достижение требуемого уровня обученности выпускников должно с необходимостью предполагать и наличие некоторого четко выделенного и зафиксированного ядра ключевых (опорных) задач и списка основных методов их решения. О систематизирующих и дидактических

функциях подобных задач писали Я И Грудёнов, В В Гузеев, Н.И Зильберберг, Н Х Розов, И Ф Шарыгин и др

В методике обучения математике, таким образом, разработаны концептуальные положения задачного подхода, выработаны представления о системе учебных задач, создано необходимое учебно-методическое обеспечение школьных курсов, имеется совокупность разноуровневых задач, позволяющих достигать заданные образовательные цели. Однако итоги новой государственной аттестации выпускников средней школы в форме ЕГЭ свидетельствуют о том, что массовая школа не в полной мере реализует проектируемые цели и не достигает требуемых результатов обучения даже на базовом уровне. Указанное противоречие составляет **проблему** исследования и обуславливает ее **актуальность**.

**Объект исследования** – процесс обучения алгебре и началам математического анализа учащихся старших классов средней школы

**Предмет исследования** – система учебных математических задач курса «Алгебра и начала математического анализа»

**Цель** диссертационного исследования – теоретическое обоснование построения многоуровневой системы учебных задач по курсу «Алгебра и начала математического анализа», позволяющей подготовить выпускника средней школы к успешной итоговой аттестации в форме ЕГЭ, и разработка методики использования построенной системы в учебном процессе

**Гипотеза исследования** если в курсе алгебры и начал математического анализа выделить максимально полный перечень элементов содержания образования (знаний и способов деятельности, адекватных этим знаниям) и построить соответствующую ему многоуровневую систему учебных математических задач, то это позволит разработать методику обучения математике на основе задачного подхода, обеспечивающую возможность построения для каждого учащегося индивидуальной образовательной траектории и его успешную подготовку к итоговому государственному экзамену, тем самым, в рамках названного учебного курса решить проблему качественного обучения математике в средней школе

Исходя из сформулированной гипотезы, для достижения цели исследования были определены следующие **задачи**

1 Проанализировать педагогическую и методическую литературу, посвященную сущности, функциям и роли учебных математических задач (в частности, ключевых) в обучении

2. Выделить перечень элементов содержания образования (ЭСО), лежащих в основе школьного курса алгебры и начал математического анализа.

3 На основе этого перечня построить базис пространства учебных задач курса, т.е. явно указать полный (относительно перечня) список ключевых задач, обладающих тем свойством, что решение любой задачи курса может быть редуцировано к последовательности подзадач, принадлежащих базису пространства учебных задач

4 По основным темам курса интерпретировать содержательно-логические взаимосвязи ключевых задач с помощью ориентированных графов

5 Опираясь на перечень элементов содержания образования, базис пространства учебных задач и понятие длины ориентированного маршрута графа, уточнить понятие «сложность решения задачи» и указать алгоритм вычисления сложности решения задачи, уточнить определение понятия «трудность задачи» и рассмотреть операциональную процедуру вычисления трудности

6 На основе анализа понятий «задача», «познавательная задача», «учебная задача», «система» уточнить понятие «система учебных задач» и указать предметно-содержательные и дидактические основания формирования многоуровневой системы задач учебного курса

7 Построить конкретную многоуровневую систему задач по курсу алгебры и начал математического анализа и разработать методику использования этой системы задач, позволяющую задавать направление движения индивидуальной образовательной траектории обучаемого

8 Экспериментально проверить эффективность и продуктивность разработанного подхода, на основе мониторинга учебной деятельности учащихся класса (параллели, школы), выяснить возможности прогнозирования результатов обучения в рамках предложенной методики обучения

9 Статистически обработать данные эксперимента, обеспечив при этом удобство восприятия, интерпретации, прозрачность и убедительность прогноза для всех участников учебного процесса

Проблема, цель и задачи обусловили выбор методов исследования анализ философской, педагогической, психологической и методической литературы по теме исследования, беседы с учителями о формировании используемых ими комплектов учебных задач, проведение педагогического эксперимента (констатирующего – для установления уровня решаемости задач, поискового – для формирования и совершенствования разрабатываемой системы задач), коррективная и уточненная системы задач на основе данных эксперимента и результатов выпускников на ЕГЭ, статистическая обработка, интерпретация и анализ результатов эксперимента

Методологической основой исследования являются теория познания, концепции отечественных ученых о соотношении обучения и развития, системно-деятельностный подход к обучению, теория формирования математических понятий, задачный подход (который, с одной стороны, является составной частью теории учебных задач, а с другой стороны, – наиболее естественной реализацией деятельностного подхода)

**Этапы исследования.** Констатирующий и поисковый эксперимент проходил в Самарском международном аэрокосмическом лицее и в гимназии №1 г Самары. Временные рамки работы можно обозначить 1993-2006 годами и выделить три основных этапа

*На первом этапе* (1993-1997 гг) осуществлялись проведение констатирующего эксперимента, обсуждение проблемы создания «эффективной и про-

дуктивной системы учебных задач» с учителями; изучение теоретических исследований, посвященных учебным математическим задачам, постановка целей и задач диссертационной работы, анализ предметного содержания и выделение перечня элементов содержания образования, составление системы задач на основе этого перечня и ее экспериментальная апробация

*Второй этап* (1997-2000 гг.) был посвящен уточнению перечня элементов содержания образования, исследованию роли ключевых задач и формированию базиса пространства задач, разработке теоретических принципов построения многоуровневой системы учебных задач курса, проведению формирующего эксперимента, включающего осуществление мониторинга в масштабе класса, параллели, статистическому и теоретическому обобщению результатов экспериментальной работы

*На третьем этапе* (2000-2007 гг.) осуществлялись обсуждение и публикация теоретических и экспериментальных результатов, корректировка разработанной системы задач в связи с новой формой итоговой аттестации, подготовка к печати и издание учебно-методических материалов для учащихся и учителей математики, написание диссертационного исследования

**Научная новизна исследования состоит**

1) в предлагаемом подходе к построению и методике использования в процессе обучения алгебре и началам математического анализа многоуровневой системы учебных математических задач, базовыми основаниями которой являются

- перечень ранжированных элементов содержания образования и иерархия предметно-логических взаимосвязей ключевых задач курса,
- уровни овладения учебным материалом (умения действовать в знакомой, видоизмененной и незнакомой ситуациях);

2) в систематическом использовании аппарата теории ориентированных графов для определения ключевых задач курса и ранжирования их по уровням, для выделения эквивалентных задач, для вычисления количественных характеристик системы задач и ее элементов, например, сложности решения задачи,

3) в табличном (матричном) представлении системы задач темы учебного курса для полноценного наполнения на каждом уровне ее предметного и дидактического компонентов

**Теоретическая значимость исследования состоит в следующем**

1) определен принцип и технология построения системы задач учебного курса из его содержания и итоговых целей обучения,

2) дано теоретическое обоснование предложенного подхода к разработке сборника задач,

3) построена многоуровневая система учебных задач по алгебре и началам математического анализа, позволяющая достигать итоговых результатов заданного уровня и качества

### **Практическая значимость исследования, состоит в следующем**

1) графовая визуализация и матричный метод представления задачного материала позволяют проводить качественную и количественную оценку систем учебных задач различных учебников и учебно-методических комплектов с точки зрения наполнения ее содержательной составляющей,

2) разработанная система учебных задач курса, опубликованные учебные пособия и созданная на их основе база данных с web-интерфейсом позволяют осуществлять мониторинг учебной деятельности учеников, вычислять на основании процента решенных задач уровень компетентности учащегося по изучаемой теме курса и курсу в целом,

3) накопленная база данных, мониторинг позволяют прогнозировать результаты, которые учащиеся могут показать на ЕГЭ, влиять на мотивацию ученика

**Обоснованность и достоверность результатов исследования** обеспечены применением комплекса методов, адекватных его проблеме, объекту, предмету, целям и задачам, внутренней согласованностью выдвигаемых теоретических положений, их опорой на фундаментальные работы в области методики обучения математике, философии, психологии, длительной экспериментальной работой и опорой на результаты и опыт более чем 25-летней работы автора исследования в качестве преподавателя математики в лицее и гимназии №1 г Самары

**Апробация результатов исследования** проводилась в виде выступлений и обсуждений на заседаниях кафедры высшей математики и информатики Самарского филиала МГПИУ, на заседаниях кафедры математического образования, на курсах повышения квалификации учителей математики, курсах высшего педагогического мастерства в Самарском ИПКРО, на научных и научно-практических конференциях и семинарах (Арзамас, Елабуга, Москва, Орел, Самара, Санкт-Петербург, Саранск, Тольятти, Тверь) Фрагменты построенной системы задач были реализованы в учебно-методических материалах для подготовки к ЕГЭ Учебное пособие «Математика-10», написанное в соответствии с излагаемым в работе подходом, успешно используется учителями математики г Самары и Самарской области Ученики, занимавшиеся по предлагаемой системе, неоднократно (2002, 2004 гг) показывали на едином государственном экзамене 100-балльные результаты

### **На защиту выносятся следующие положения:**

1 Требования к уровню обученности выпускников средней школы по алгебре и началу анализа достигаются, если учебная деятельность строится на основе многоуровневой системы учебных математических задач, адекватно отражающей эти требования Структура такой системы задач учебного курса может быть задана 1) разноуровневыми внутрипредметными содержательно-логическими взаимосвязями, существующими между задачами и методами их

решения, 2) интегрирующими дидактическими взаимосвязями, с помощью которых реализуются и достигаются цели обучения

2. Система учебных задач темы курса (учебника, задачника) объективно визуализируется с помощью ориентированных мультиграфов. Ориентированный граф ключевых задач темы задает структуру многоуровневой системы задач, позволяющей достигать заданные цели обучения, и служит основой ее проектирования

3. Формирование многоуровневой системы задач курса осуществляется с помощью матричного подхода, в основе которого лежит выделение на каждом уровне новых ЭСО и соответствующих им новых ключевых задач, – с одной стороны, и уровней обученности, отражающих умения решать знакомые, модифицированные и незнакомые задачи, – с другой

4. В основе соответствующей методики обучения лежит поэтапное освоение блоков матрицы задач разработанной многоуровневой системы. При этом организация постоянного мониторинга и коррекционной деятельности позволяет с высокой степенью достоверности прогнозировать результаты класса и отдельных учащихся на ЕГЭ

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка, приложений, иллюстрирована графиками и таблицами. Основное содержание изложено на 239 страницах машинописного текста, список литературы составляет 212 наименования

**Публикации.** По теме диссертации опубликованы 23 работы, из них 6 учебных пособий (два пособия написаны в соавторстве), 8 статей (две статьи в соавторстве), 9 тезисов докладов

### **Основное содержание работы**

Во введении обоснована актуальность исследования, определены проблема, объект и предмет исследования, намечена цель исследования, сформулирована гипотеза, указаны задачи и методы исследования, раскрыты научная новизна, теоретическая и практическая значимость, сформулированы основные положения, выносимые на защиту

В первой главе «Система учебных задач» изложены основные положения системного подхода, обосновывается необходимость его применения к изучению систем задач, приводятся функции задач в учебной деятельности, в исторической перспективе рассмотрен задачный подход в обучении математике, различные методические реализации задачного подхода, отмечается произошедшее в последние годы возрастание роли и значения задачного подхода в современном математическом образовании

Анализ общего определения системы, системно-деятельностного подхода к обучению и известных реализаций задачного подхода позволил сделать следующие выводы:



1 Предметная учебная задача возникла как особая форма передачи социального опыта, накопленного человечеством, позволяющая передавать знания в их деятельностном виде. Известные факты и способы деятельности в учебной задаче скрыты, свернуты, чтобы стать обладателем этих знаний, ученик должен заново их распределить в собственной деятельности. Поэтому предметная учебная задача есть также средство передачи социального опыта. Ее основные функции – реконструировать и перевести известные формы уже имеющегося опыта в процесс познавательной активности учащихся и содержание их умственной деятельности, стать средством развития. Иными словами, сущностью учебной деятельности является деятельность по присвоению обобщенных способов действий на основе решения специально поставленных учебных задач. Поэтому обучение математике через решение целесообразно подобранных задач, которое естественно назвать задачным подходом, – наиболее естественная реализация системно деятельностного подхода в обучении.

2 Любая учебно-математическая задача является предметной (математической) задачей. В то же время с помощью нее в обучении достигаются определенные дидактические цели. Одна и та же предметная задача позволяет решать разные дидактические задачи, и, наоборот, одну и ту же дидактическую задачу можно решить с помощью разных предметных задач. Поэтому учебно-математическую задачу как средство обучения можно представить в виде диады  $[P_M, P_D]$ , состоящей из некоторой предметной математической задачи  $P_M$  и некоторой дидактической задачи  $P_D$ .

3 Основным дидактическим средством функционирования задачного подхода является создание проблемной (задачной) ситуации и ее разрешение путем постановки и последующего решения соответствующей математической задачи. Поэтому структурной единицей задачного подхода к обучению математике выступает ситуация, возникающая при решении учебно-математической задачи. Задача является как единицей членения содержания обучения, так и единицей проектирования и реализации процессуальной стороны обучения. Эти единицы будут полноценно выполнять свои функции только тогда, когда они определенным образом структурированы – объединены в системы целесообразно подобранных задач.

4. Любая система учебных задач курса является большой открытой многоуровневой системой, которая зависит от целей и задач обучения, конкретных методических подходов и субъективных воззрений. При построении системы задач могут применяться различные системообразующие основания и критерии. Однако каждая система учебных задач должна характеризоваться следующими основными инвариантными признаками.

а) целостность, т.е. наличие явных и латентных горизонтальных и вертикальных интегрирующих предметно-содержательных и дидактических связей,

б) дидактическая полнота (функциональная достаточность), позволяющая реализовать стимулирующую, обучающую, развивающую, воспитывающую,

прагматическая, контролирующую, оценочную, прогностическую и коммуникативную функции учебных задач,

в) предметно-содержательная полнота относительно требований к нормативным уровням обученности по завершению учебного курса, выраженная в наличии задач разных уровней сложности и трудности,

При проектировании системы задач курса (темы курса) и сравнении систем задач из разных курсов объективным средством является их визуализация в виде ориентированного мультиграфа. Ориентированный мультиграф задач темы позволяет: а) визуализировать наличие разных способов решения одной и той же задачи, б) дать формальное описание сложности того или иного решения задачи, в) выделить ключевые задачи темы, г) ранжировать ключевые задачи по уровням, д) выделить равносильные задачи, е) оценить масштабы тематической системы, ж) сравнивать системы задач по теме в разных УМК.

Используя понятие степени исхода вершины орграфа, легко выделить и ранжировать ключевые задачи темы. Ключевые задачи первого уровня будут изображаться на орграфе в виде источников. Если затем в орграфе удалить все источники (они интерпретируют ключевые задачи первого уровня) и исходящие из них дуги, то вершины-источники в оставшемся подграфе будут интерпретировать ключевые задачи второго уровня. Совокупность задач, решение которых непосредственно вытекает из ключевых задач первого уровня (окрестность задачи первого уровня), естественно определить как подсистему задач первого уровня, а совокупность задач, для решения которых приходится дополнительно использовать результаты ключевых задач второго уровня, – подсистемой задач второго уровня. Ключевые задачи и подсистемы задач более высокого уровня определяются аналогично. Для характеристики числа и уровней (структуры) ключевых задач темы вводится понятие типа орграфа ключевых задач темы.

Во второй главе «Проектирование и использование многоуровневой системы задач» анализируются существующие принципы конструирования системы учебных задач, выбираются и обосновываются принципы формирования систем задач, позволяющей осуществлять качественную подготовку выпускников к итоговой аттестации в форме ЕГЭ. При этом еще раз подчеркивается, что учебная задача является наименьшим носителем учебно-математической деятельности, который отражает ее специфическое содержание и структуру. Решение учебной задачи направлено на усвоение школьниками обобщенных способов предметных действий и служит основой изменения субъекта учебной деятельности. Поэтому выбор предметной учебной ситуации в качестве единицы содержания образования на уровне учебного материала позволяет провести четкую грань между понятиями «единица» и «элемент».

Задачная ситуация является носителем как предметно-содержательной, так и процессуальной сторон обучения. Ситуация, возникающая при решении предметной учебной задачи, как единица содержания образования является подсистемой соответствующей предметной методической системы обучения, в

то время как элемент характеризует эту систему только со стороны ее состава. Последовательности целесообразно подобранных задач, т.е. задачный подход, позволяют естественным образом моделировать учебные ситуации, в которых могут быть реализованы заданные цели обучения математике. Отсюда делается вывод о том, что системообразующим принципом системы учебных задач курса может стать принцип единства предметно-содержательной и процессуальной сторон обучения.

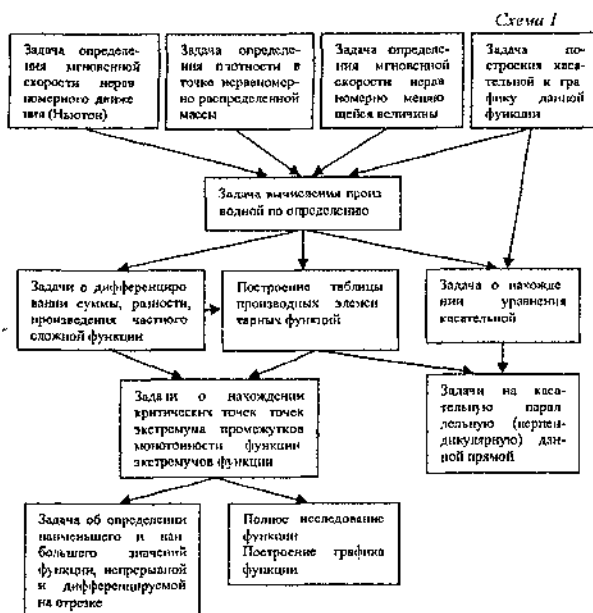
Охватить как предметное содержание учебного курса, так и ситуации, возникающие при решении задач, позволяет явно выделенный перечень тематических предметных элементов содержания образования (ЭСО). С процессуальной стороны важен характер той умственной деятельности, которая сопровождает решение задачи. Она может быть репродуктивной, предполагающей воспроизведение в знакомой ситуации рассмотренных ранее знаний и способов деятельности, а может быть творческой, требующей самостоятельного переноса наличных знаний и умений в новую незнакомую ситуацию, умения комбинировать усвоенные знания и способы деятельности и т.п. Важное промежуточное место занимают задачи, решение которых основывается на достаточно прозрачных аналогиях и вариациях рассмотренных образцов.

Если составление ориентированного мультиграфа позволяет выполнить анализ системы задач темы учебника (задачника), то сформированный перечень ЭСО дает возможность решить обратную задачу: сначала составить ориентированный граф ключевых задач темы (в соответствии с уровнем или профилем обучения), а затем сформировать соответствующую многоуровневую систему учебных задач темы, отвечающую заданным целям обучения. При этом ЭСО служат средством контроля полноты системы и являются основанием для вычисления сложности решения задачи.

Для конструирования системы ключевых задач темы важно иметь четкое представление о составе ее основных и производных понятий, о связях между ними, о связях понятий темы с понятиями других тем, наконец, о направлениях применения введенных понятий и связей. Цели изучения темы позволяют среди этих понятий, связей и применений выделить ведущие и актуализовать их с помощью соответствующих ключевых задач.

На схеме I приведен оргграф задач темы «Производная и ее применения» для базового уровня. Этот оргграф имеет тип  $(1^1, 2^3, 3^3, 4^2)$ , большие цифры соответствуют уровням, а верхние индексы — числу задач уровня. На схеме приведены также мотивационные задачи нулевого уровня. Аналогично строится расширенный оргграф ключевых задач и их приложений для углубленного уровня.

## Орграф задач темы «Производная и ее применения» для базового уровня



Система ключевых задач темы, являясь подсистемой системы задач всего курса, служит своеобразным остовом, на котором при задачном подходе строится изучение темы. Ключевые задачи разных уровней позволяют дифференцировать по уровням всю совокупность системы задач темы, т.е. эти задачи являются базисными элементами системы, их последовательное развертывание на одном уровне актуализирует наиболее важные горизонтальные связи понятий, теорем, а переход на следующий уровень объективирует вертикальные связи.

Поскольку на ЕГЭ у выпускника проверяется сформированность умения ориентироваться в знакомой, несколько измененной и незнакомой ситуациях, а уровни трудности задач естественным образом связаны с типом учебной ситуации, которая возникает при решении задачи на соответствующем уровне трудности, то задачный подход при подготовке учащихся к ЕГЭ наиболее адаптивен предъявляемым на нем требованиям. Требования к уровню обученности выпускников средней школы по алгебре и началам анализа можно гарантированно удовлетворить, если организовать их учебную деятельность на основе многоуровневой системы задач, адекватно отражающей эти требования.

Формирование (наполнение задачами) многоуровневой системы задач (МСЗ) темы целесообразно осуществлять с помощью ее матричного представления, основанного на выделении ранжированного перечня ЭСО и соответствующих им ключевых задач, – с одной стороны, и уровней обученности, отражающих умения решать знакомые, модифицированные и незнакомые задачи, – с другой (табл 1). При формировании системы учебных задач курса, ориентированной на существующий формат ЕГЭ, приходится исходить из объективных условий, при составлении перечня ЭСО отправной точкой служит кодификатор ЕГЭ.

Таблица 1

**Матричное представление многоуровневой системы учебных математических задач**

Уровни сформированности умения действовать в ситуации	Предметно-содержательные уровни (определяются уровнем ключевых задач)		
	I	II	N
I (знакомая)			
II (видоизменная)			
III (незнакомая)			

Построенная таким образом матрица системы задач темы содержит три строки, соответствующие трем типам учебных ситуаций, возникающих при решении задач, и  $N$  столбцов, отражающих количество уровней в выделенной системе ключевых задач темы.

Задачи для клеток первой строки достаточно просто конструируются на основе перечня ЭСО и выделенных ключевых задач. С процессуальной и психологической точек зрения крайне важно, чтобы каждый блок верхней строки матрицы системы задач темы содержал задачи, составленные в формате ЕГЭ, т.е. задачи с выбором ответа из четырех предложенных. С методической же точки зрения необходимо обеспечить, чтобы дистракторы (неправильные ответы) были достаточно правдоподобными, т.е. строились с учетом наиболее типичных ошибок учащихся.

При наполнении блоков второй строки матрицы ключевые задачи подвергаются варьированию по алгоритму, по технической сложности, по форме представления условия, по комплексному сочетанию этих преобразований. Близость включаемых в блок задач к ключевым определяется числом добавленных и видоизмененных ЭСО.

Задачи блоков третьей строки имеют усложненную логическую структуру и характеризуются наличием латентных связей между данными и искомыми элементами. Такие задачи обычно предлагаются в качестве самых трудных на

вступительных экзаменах в вузы с высокими требованиями к математической подготовке абитуриентов и в заданиях С3, С5 вариантов ЕГЭ. При их решении в максимальной степени выражены такие параметры трудности как неочевидность разложения задачи в последовательность шаблонных подзадач, необходимость комплексного использования ЭСО нескольких тем, методов и приемов из разных тематических областей. Эти задачи требуют умения пользоваться общими эвристическими приемами, а зачастую и знания дополнительных специальных методов.

Матричное представление системы задач темы помогает осуществить полноценное наполнение на каждом уровне ее предметной и дидактической компонент и тем самым реализовать критерии предметной и дидактической полноты (относительно заданных целей обучения) формируемой системы учебных задач. Выбор принципа единства содержательной и процессуальной сторон обучения в качестве системообразующего делает формируемую систему задач гибкой и при этом достаточно технологичной при ее использовании в процессе обучения.

Практическое воплощение разработанных теоретических принципов проектирования многоуровневой системы задач темы демонстрируется на примере темы «Производная и ее применение» в Приложении 3 исследования.

**В третьей главе «Методика использования многоуровневой системы задач»** даны описания процессов проектирования и реализации обучения, основанного на построенной системе задач, организации контрольно-оценочной деятельности и результатов эксперимента.

В основе методики обучения на базе разработанной многоуровневой системы задач лежит поэтапное освоение блоков ее матрицы. Основная особенность этой методики заключается в том, что на каждом уровне, т.е. при освоении соответствующего столбца матрицы, учащийся всякий раз сталкивается со всеми тремя видами учебных ситуаций, возникающих при решении задач. Благодаря этому осуществляется хорошо видимое и гибко управляемое продвижение каждого ученика в предметно-содержательном и процессуально-деятельностном направлениях.

Ведущим элементом методики является работа с ключевыми задачами. Эта работа выстраивается на постепенном переходе от совместных форм деятельности к индивидуальным. На начальных этапах изучения курса предпочтение отдается фронтальному разбору отдельных ключевых задач. На следующей стадии разбор отдельных задач сменяют уроки решения ключевых задач темы. На заключительных этапах изучения курса учащиеся выполняют групповые и индивидуальные проекты по самостоятельному составлению орграфа ключевых задач темы.

Введение новых понятий и теоретических фактов предваряется созданием проблемных учебных ситуаций, которые адекватно отражают и раскрывают содержание формируемого понятия (теоремы). Это позволяет представить новый теоретический материал в виде задачи или серии задач, которые нужно решить,

для того чтобы справиться с проблемной ситуацией. Иными словами, изучаемый теоретический факт предстает перед учащимися в виде ключевых задач. Такой подход естественно и наиболее полно отражает сущность математической (и, вообще, познавательной) деятельности.

Составной частью используемой методики обучения является постоянная систематизация изученного материала и соответствующая его визуализация в виде различных таблиц, схем, графов ключевых задач, которые вывешиваются для общего обозрения в классе и фиксируются учащимися в своих тетрадях. Важно, что орграфы понятий и ключевых задач темы дорисовываются в процессе ее изучения. Орграфы, таблицы, схемы, построение которых завершено, целесообразно раздавать в виде распечаток ученикам (их можно подклеивать в тетради). Иногда удобно готовить распечатки будущих таблиц, которые предстоит постепенно заполнить. Такая деятельность способствует формированию системности знаний.

Важным элементом методики служит составление на первом и втором уровнях задач (на варьирование ЭСО) самими учащимися, а также задач на предметную и личностную рефлексию и самокоррекцию (ученику, допустившему ошибку при выполнении контрольных, проверочных и пр. работ, предлагается составить задачи, которые провоцируют допущенную ошибку). Эта деятельность способствует осознанному усвоению полученных знаний, формированию прочных умений и навыков.

Как уже отмечалось, благодаря матричной структуре описываемую систему задач легко приспособить к конкретному ученику. Именно матричная структура МСЗ является основой для проявления гибкости, обеспечивающей построение индивидуальных траекторий обучения.

Реализация теоретических положений показана в исследовании также на теме «Производная и ее применения», при этом особое внимание уделено работе с ключевыми задачами и задачами из их окрестностей.

Специально разработанная компьютерная технология сбора, обработки, хранения и визуализации информации об успешности учебной деятельности каждого ученика класса (параллели) позволяет вести подсчет процента решаемости определенных типов задач, накапливать данные о трудности задач из МСЗ для дальнейшего использования параметра трудности при корректировании и наполнении системы задач, а также при проектировании индивидуальных заданий. Используемая при этом отметка по 100-балльной шкале очевидна для ученика, родителей, администрации школы. Она показывает процент компетентности ученика по каждой теме курса (курсу целиком), формирует адекватную самооценку, способствует формированию саморегуляции учебной деятельности. В результате предлагаемый подход дает учителю мощный рычаг влияния на мотивацию учебной деятельности учащихся.

Накапливаемая в течение учебного процесса база данных об успешности выполнения индивидуальных домашних, контрольных работ, тематических работ, отражающих структуру ЕГЭ, и тренировочных работ в формате ЕГЭ слу-

жит основой построения индивидуального прогноза результата на ЕГЭ (для каждого ученика) Достоверность этого прогноза основана на свойстве полноты (предметной и дидактической) сконструированных дидактических материалов Совпадение прогноза и результата на ЕГЭ составило в ходе эксперимента 78% – 85%

Экспериментальное внедрение методики обучения, основанной на использовании предложенной системы задач, показало ее эффективность и продуктивность, что подтверждают стабильно высокие результаты, которые выпускники экспериментальных классов демонстрируют на ЕГЭ и на вступительных экзаменах в вузы на протяжении многих лет. Об этом же свидетельствуют уникальные 100-балльные результаты учеников на ЕГЭ

В результате проведенного исследования можно сделать следующие **выводы**

– принятый в работе подход к конструированию многоуровневой системы задач курса «Алгебра и начала анализа» на основе реализации принципа единства предметно-содержательной и процессуальной сторон обучения, позволил адекватно отразить требования к уровню обученности выпускников средней школы, который проверяется на итоговых испытаниях в форме ЕГЭ,

– эксперимент показал, что обучение математике посредством построенной многоуровневой системы задач обеспечивает успешную подготовку выпускников к итоговому государственному экзамену, тем самым, в рамках названного учебного курса решает проблему качественного обучения математике в средней школе

**В приложениях** содержатся фрагмент системы задач по теме «Производная и ее применение», вариант тематической проверочной работы по теме и методическая разработка одного из уроков

Основное содержание диссертации отражено в 23-х публикациях

## **I. Публикации в научных журналах, рекомендованных ВАК**

1 Максютин А А Многоуровневая система учебных задач проектирование и применение / А А Максютин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук – Специальный выпуск «Актуальные проблемы гуманитарных исследований» – Т 1 – 2006. – С 209-219

2 Максютин А А Задачный подход к обучению математике и его реализация в условиях ЕГЭ / Г А Клековкин, А А Максютин // Образование и наука Известия УрО РАО – Приложение №2 (6), февраль 2007 – С 135-144 (Авт 50 %).



## II. Список публикаций в других изданиях

3 Максютин, А А Математика для поступающих в СМАЛ / А А Максютин – Самара СМАЛ, 1998 – 123 с

4 Максютин, А А Математика-10 Индивидуальные домашние задания по алгебре, началам анализа и геометрии для учащихся 10-х классов / А А Максютин – Самара СМАЛ, 1999 – 260 с

5 Максютин, А А Концепция учебного пособия «Математика-10» Характеристика методологических основ / А А Максютин // Развивающий потенциал математики и его реализация в обучении – Арзамас АГПИ, 2002 – С 60-64

6 Максютин, А А Дидактические материалы для подготовки к Единому государственному экзамену по математике/ А А Максютин – Самара Корпорация «Федоров», Издательство «Учебная литература», 2002 – 64 с

7 Максютин, А А Математика-10 Индивидуальные домашние задания по алгебре, началам анализа и геометрии для учащихся 10-х классов с историко-математическими справками и приложениями Изд 2, переработанное и дополненное / А А Максютин – Самара, 2002 – 588 с

8 Максютин А А Методологическое и психолого-педагогическое обоснование построения системы тренировочных упражнений по математике/ А А Максютин, // Модернизация школьного математического образования и проблемы подготовки учителя математики Труды XXI Всероссийского семинара преподавателей математики ун-тов и пед. вузов – СПб. РГПУ, 2002. – С. 148-149

9 Максютин, А.А. Обоснование системы тренировочных задач (упражнений) / А А Максютин // Гуманитаризация среднего и высшего математического образования методология, теория и практика Материалы Всероссийской науч конф (18-20 сентября 2002 г, г. Саранск) – Ч 2 – Саранск МГПИ, 2002. – С 235-237

10 Максютин, А А Обоснование системы тренировочных задач (упражнений) / А А Максютин // Педагогический процесс как культурная деятельность Материалы 4-ой международной науч-практ конф (29 октября-3 ноября 2002 г, Самара) – Т 2 – Самара СИПКРО, 2002 – С 346-348.

11 Максютин, А А Материалы для подготовки к единому государственному экзамену по математике Рекомендации для учителей-предметников, выпускников и абитуриентов / Г А Клековкин, А А Максютин, Ю Н Неценко, Г П Путинцева – Самара РЦМО, 2003 – 58 с (Авт 25 %)

12 Максютин, А А Тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену по математике Материалы для учителей математики и учащихся 10-11 классов / Г А Клековкин, А А Максютин, Ю Н Неценко, Т П Шаповалова – Самара СИПКРО, 2003 – 50 с (Авт 25 %)

13 Максютин, А А Об оценке сложности задач (упражнений) (с приложением элементов знаний по теме Преобразование иррациональных выражений,

решение иррациональных уравнений и неравенств/ А А Максютин // Предметно-методическая подготовка будущего учителя математики, физики и информатики Сборник статей Всероссийской науч конф (21-23 апреля 2003 г, г Тольятти) – Том 2 – Тольятти ТГУ, 2003 –С 46-57

14 Максютин, А А Обоснование системы тренировочных задач (упражнений) / А А Максютин // Актуальные проблемы обучения математике Материалы Всероссийской науч -практ конф – Том 2 (27-29 ноября 2002г) – Орел ОГУ, 2002 – С 74-78

15 Максютин, А А Сложность и трудность задач (упражнений) в рамках построенной системы тренировочных задач / А А Максютин // Проблемы теории и практики обучения математике Сборник научных работ, представленных на международной науч. конф «56 Герценовские чтения» – СПб РГПУ, 2003 – С 225-227

16 Максютин А А Измерение сложности задач (упражнений) с применением элементов знаний по логарифмам / А А Максютин // Учитель-ученик проблемы, поиски, находки Межвуз сб науч трудов – Саратов СГУ, 2003 – С 31-43

17 Максютин, А А Модернизация содержания образования и обучения математике в старших классах средней школы / А А.Максютин //Сб «Математическая и методическая подготовка студентов педвузов и университетов в условиях модернизации системы образования» Материалы XXII Всероссийского семинара преподавателей математики пед вузов и ун-тов (17-19 сентября 2003 г) – Тверь ТвГУ, 2003 – С 207-208

18 Максютин, А А О системе тренировочных задач по математике / Г.А.Клековкин, А А Максютин // Тезисы Междунар конф. «Проблемы математического образования и культуры» (22-24 октября 2003 г Тольятти) – Тольятти ТГУ, 2003 – С 84-85 (Авт 50 %)

19 Максютин, А А Интегративная система задач и упражнений для учащихся старших классов средней школы и построенная на ее основе эффективная образовательная технология / Ал А Максютин, Ан А Максютин // Сборник трудов областной науч -практ конф «Модернизация математического образования и новые средства обучения математике», посвященная 70-летию СИПКРО – Самара СИПКРО, 2003 – С 71-76 (Авт 50 %)

20 Максютин, А А Интегративная система задач и упражнений для учащихся старших классов средней школы и построенная на ее основе эффективная педагогическая технология Сравнительный анализ данных мониторинга и результатов ЕГЭ / Ал А Максютин, Ан А Максютин // Труды школы-семинара «Проблемы и перспективы информатизации математического образования», посвященного 1000-летию Елабуги (4-6 октября 2004 г) – Елабуга ЕГПУ, 2004 – С 52-58 (Авт 50 %)

21 Максютин, А А Программа курса предпрофильной подготовки / А А Максютин // Сборник «Методическое обеспечение предпрофильной подготовки в основной школе». – Самара СИПКРО, 2005 – С 244-251

22 Максютин, А А Орграф задач, в решении которых используется понятие «производная» / А А Максютин // Сборник «Гуманитаризация среднего и высшего математического образования состояние и перспективы (методическая подготовка учителя математики в педвузе в условиях фундаментализации образования)» Материалы Всероссийской науч конф (4-6 октября 2005 г, г Саранск) – Саранск МГПИ, 2005 – С 218-220

23 Максютин, А А Представление системы учебных математических задач ориентированным мультиграфом / Г А Клековкин, А А Максютин // Проблемы подготовки учителя математики и преподавание в профильных классах Материалы XXV Всероссийск семинара препод математ. университетов и педвузов – Киров, М ВятГПУ, МГПУ, 2006 – С 15-18 (Авт 50 %)

Бумага офсетная Формат 60x84 1/16 Гарнитура Таймс  
Печать способом ризографии Усл печ л 1,16 Уч - изд л 1,62  
Тираж 100 экз Заказ № 515

Отпечатано с оригинала-макета заказчика  
в ООО «Референт»  
430000, г. Саранск, пр. Ленина, 21  
тел. (8342) 48-25-33