

На правах рукописи

ЕРМАЧЕНКО Александр Иванович

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАСКРОЯ И УПАКОВКИ  
НА БАЗЕ МЕТАЭВРИСТИКИ  
«ПОИСК С ЗАПРЕТАМИ»**

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Уфа 2004

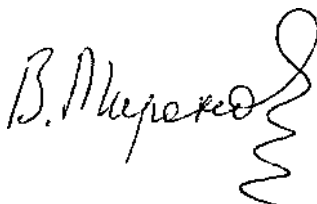
Работа выполнена на кафедре вычислительной математики и кибернетики  
Уфимского государственного авиационного технического университета

Научный руководитель	заслуж. деятель науки РФ д-р техн. наук, проф. <b>МУХАЧЕВА Элита Александровна</b>
Официальные оппоненты	д-р физ.-мат. наук, проф. <b>ЖИТНИКОВ Владимир Павлович</b> канд. техн. наук, доц. <b>ГРИГОРЧУК Татьяна Ивановна</b>
Ведущая организация	Петрозаводский государственный университет

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2004 г. в \_\_\_\_\_ часов  
на заседании диссертационного совета Д212.288.03  
Уфимского государственного авиационного технического университета  
по адресу: 450000, Уфа- центр, ул. К. Маркса 12, УГАТУ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке  
Уфимского государственного авиационного технического университета

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д-р техн. наук



В.В. Миронов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность проблемы.** Актуальность проблемы создания эффективных эвристических и метаэвристических алгоритмов для решения задачи двумерного прямоугольного раскроя-упаковки обусловлена обширной областью практического применения данных задач, а также высокой сложностью решаемой задачи. Проблемы раскроя-упаковки являются важным классом задач дискретной оптимизации. К прямоугольному раскрою-упаковке двумерного материала сводятся многие реальные процессы.

Задача раскроя-упаковки принадлежит к классу NP-трудных задач, то есть для ее точного решения не существует алгоритма полиномиальной сложности. Более того, рассматриваемая задача является NP-трудной в сильном смысле, так как содержит NP-трудную задачу в качестве подзадачи. До сих пор не разработано эффективных и достаточно точных способов расчета нижних границ для данной задачи, позволяющих определить достижение оптимума. Таким образом, точные алгоритмы сводятся к полному перебору вариантов. В связи с этим, использование точных алгоритмов для решения задачи раскроя-упаковки часто оказывается нецелесообразным и невозможным по причине больших затрат времени. Поэтому большое значение уделяется разработке и исследованию эвристических методов оптимизации. Одним из перспективных направлений является разработка метаэвристических алгоритмов, основанных на известных метаэвристических подходах, с успехом используемых для решения многих задач дискретной оптимизации. Для большинства метаэвристик доказана их асимптотическая сходимость, что является важным доводом в пользу их активного использования.

На данный момент для решения задач дискретной оптимизации наиболее активно используются генетические алгоритмы. Также широкое распространение получили метаэвристики «Поиск с запретами», «Имитация отжига» и «Муравьиной колонии».

Помимо выбранной методики и особенностей ее реализации конкретным автором, большое влияние на качество и быстроту получения результата оказывает выбор процедуры декодера. Под декодером обычно понимается процедура, которая позволяет на основе абстрактной информации (например, приоритетный список предметов), однозначно определить взаимное положение предметов и построить карту раскроя. Выбор декодера является важным вопросом при проектировании нового метода. От него не в меньшей степени зависит качество конечного результата, чем от построения алгоритма метаэвристики. Также очень важен правильный выбор способа генерации объектов задачи на шаге алгоритма и оценочной функции.



Таким образом, представляет интерес разработка и программная реализация метаэвристических алгоритмов, а также исследование их поведения на разных классах задач раскроя-упаковки и с применением различных процедур декодеров, с целью выявления наиболее перспективных путей дальнейшего развития таких методов. Особенно важным представляется возможность использования программного обеспечения на базе разработанных метаэвристических алгоритмов для оперативного и высокоэффективного проектирования отдельных производственных процессов и в составе более сложных систем автоматизации производственного цикла. В этом заключается актуальность данной разработки.

Целью работы является разработка метода решения задач прямоугольного раскроя и упаковки на базе метаэвристики «Поиска с запретами».

Для ее достижения были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработать обобщенную математическую модель для задач раскроя-упаковки, рассмотренных в диссертации;
2. Разработать процедуры декодеров и использовать их в составе метаэвристического алгоритма «Поиск с запретами»;
3. Модифицировать вычислительную схему метода «Поиск с запретами» на основе использования дополнительных функций оценки решений, и исследовать эффективность предложенного метода для решения задач прямоугольной упаковки и гильотинного раскроя;
4. Разработать программное обеспечение на основе предложенных методов. Провести анализ эффективности и характеристик различных вариантов реализации метода поиска с запретами на основе результатов численных экспериментов;
5. Провести численные эксперименты на тестовых наборах данных и сравнить полученные результаты с результатами других исследователей.

На защиту выносятся:

1. Обобщенная математическая модель для задач двумерного прямоугольного раскроя-упаковки.
2. Декодер *последовательного конструирования* для задачи прямоугольной упаковки;
3. Алгоритм *поиска с запретами* с переменными окрестностями и вторичными функциями оценки для решения задач прямоугольной упаковки и гильотинного раскроя полубесконечной полосы и листового материала;
4. Программная реализация разработанных методов в составе системы двумерного прямоугольного раскроя SETAMI-CUT;
5. Результаты численного эксперимента на основе созданного алгоритмического и программного обеспечения.

### **Научная новизна работы.** Новыми в работе являются:

1. Разработана обобщенная математическая модель для задач раскроя-упаковки, рассмотренных в диссертации. Ее составными частями являются модели исходных данных и результатов решения задачи раскроя-упаковки, а также условия допустимости для гильотинного и негильотинного раскроя. На основе разработанной модели сформулированы постановки задач и целевые функции;

2. Разработан декодер *последовательного конструирования* для задачи прямоугольной упаковки. Новыми в алгоритме являются метод описания границы упаковки и процедура укладки прямоугольника. Разработанный декодер превосходит известный алгоритм «Нижний Левый». Найдены классы задач, на которых он превосходит также разработанный аспирантом кафедры А.В. Чиглинцевым «Блочный декодер». Показано, что разработанный алгоритм обладает свойством реставрации;

3. Модифицирован метод *поиска с запретами*: предложено использовать дополнительные функции оценки при выборе следующего решения. Исследовано влияние вторичных оценок на процесс поиска и изменение целевой функции.

### **Практическая значимость работы:**

1. Метод интегрирован в систему автоматизированного проектирования двумерного прямоугольного раскроя SETAMI-CUT. Имеются акты внедрения разработанных методов и программного обеспечения в учебный и производственный процесс. Программа SETAMI-CUT зарегистрирована в РОСПАТЕНТ, свидетельство № 2004611452;

2. Программная реализация метода *поиска с запретами* показала лучшие результаты в сравнении с алгоритмами других исследователей на широком наборе классов задач прямоугольной упаковки и гильотинного раскроя с количеством предметов до 500.

### **Апробация работы**

Работа выполнялась при поддержке грантов Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ), проекты 99-01-000937 и 01-01-000510; технического задания фирмы АСКОН-М (Москва).

Результаты работы и отдельные ее разделы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

1. Двенадцатая Байкальская международная конференция «Методы оптимизации и их приложения» (Иркутск, 2001);

2. Всероссийская научно-практическая конференция "Ресурсосберегающие технологии: математическое обеспечение оптимизационных задач в системах автоматизированного проектирования" ОПТИМ-2001 (С.-Петербург, 2001);

3. Всероссийская конференция «Дискретный анализ и исследование операций» (Новосибирск, 2002);

4. Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» ИСТ-2003 (Новосибирск, 2003);

5. Семинары группы изучения метаэвристических алгоритмов института математики СО РАН (Новосибирск, 2003);

6. Семинары кафедры вычислительной математики и кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 работ: 7 статей, в том числе две в центральном журнале, 3 трудов конференций, выполненных по теме диссертации при непосредственном участии автора, и один акт о регистрации программы.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов, списка литературы, и приложений, содержащих акты, внедрения результатов работы. Работа изложена на 9 страницах машинописного текста, кроме того, содержит 15 рисунков и 8 таблиц. Библиографический список включает 98 наименований и занимает 10 страниц.

## Содержание диссертации

Во **введении** к диссертации обоснована актуальность решаемой научной проблемы; сформулирована цель и задачи исследования; приведены результаты, выносимые на защиту; отмечена их научная новизна и практическая значимость. Приведены сведения об апробации работы и публикациях.

В **первой** главе проведен аналитический обзор задач прямоугольной упаковки и раскроя и методов их решения. Существуют различные способы классификации задач раскроя и упаковки. Наиболее распространенной является классификация рассматриваемых задач, предложенная в 1991 г. немецким ученым Н. Dykhoff. Главным определяющим фактором данной классификации является геометрия раскраиваемых объектов и материала.

Основными объектами исследования в данной работе являются задачи прямоугольной упаковки в полубесконечную полосу (**1.5DBP**), задачи прямоугольной упаковки в листы (**2DBP**) и задачи гильотинного раскроя полубесконечной полосы (**1.5DCS**) и листов (**2DCS**). Задачи гильотинного раскроя имеют дополнительное ограничение, согласно которому возможными являются только сквозные резы, параллельные кромкам материала.

Первоначально в работах Л.В. Канторовича и В.А. Залгаллера в 1951 г., и независимо Р. Gilmory, R. Gomory в 1961г. задачи планирования гильотинного раскроя описывались моделью линейного программирования с

неявно заданной информацией. Дальнейшее развитие эта задача получила в 1983 г. в работах Э.А. Мухачевой, и в то же время J. Teng, R. Lindemann & G. Scheithauer в Германии. В моделях линейного программирования для генерации раскроев, вводимых в базис, используется динамическое программирование. Это направление, связанное с использованием непрерывной релаксации, пользовалось и продолжает пользоваться популярностью у многих ученых.

Задачи двумерной прямоугольной упаковки' и гильотинного раскроя являются NP-трудными в сильном смысле. Для их решения применяются различные методы решения - точные, эвристические и вероятностные методы локального поиска оптимума. По причине NP-сложности решаемых задач и отсутствия методов расчета качественных нижних границ, размерность задач двумерного раскроя, решаемых точными методами, невелика ( $\leq 20$ ).

В связи с этим, для решения рассматриваемых задач применяются приближенные и эвристические алгоритмы. Среди последних особо следует выделить метаэвристики - вероятностные алгоритмы локального поиска оптимума. Наиболее распространенными среди метаэвристик являются «генетические алгоритмы», а также методы «поиска с запретами», «имитации отжига» и «муравьиных колоний». Все перечисленные подходы успешно используются многими учеными для решения разнообразных NP-трудных задач дискретной оптимизации.

Основы метода поиска с запретами заложил Fred Glover в 1996 г. Метод состоит в управляемом локальном поиске в пространстве решений, для оптимизации которого используются списки запретов. Процесс описывается набором состояний и на каждом шаге производится переход из текущего состояния в одно из соседних. Совокупность всех соседних состояний называется окрестностью. Также важными составляющими метода поиска с запретами являются процедуры интенсификации и диверсификации поиска. Процедура интенсификации направлена на повышение интенсивности поиска в окрестности возможного локального оптимума. В свою очередь, диверсификация должна обеспечивать возможность выхода из области локального оптимума для осуществления поиска в других областях.

Помимо особенностей реализации метаэвристического подхода для задачи двумерного прямоугольного раскроя и упаковки, важную роль играют способы выбора окрестности и оценки получаемых решений, а также выбор процедуры декодера, с помощью которой происходит конструирование упаковки. В работах А.С. Мухачевой, А.В. Чиглинцева, М.А. Смагина (2002 г.) показано влияние декодеров на эффективность упаковок, и приведены результаты экспериментов в рамках генетического алгоритма. Широкую известность на западе получил декодер «нижний-левый» (Improved Bottom Left, **IBL**), усовершенствованный D. Liu & H. Teng в 1999 г. Кроме того, в последние годы на востоке разработан ряд эффективных декодеров для задачи упаковки прямоугольников на полубесконечной плоскости, которые могут быть адаптированы для решения задач прямоугольного

раскрыя полубесконечной полосы и листов. Одним из таких декодеров является декодер парных последовательностей (Sequence Pair, SP), разработанный Toshihide Ibaraki, Shinji Imahori и Mutsunori Yagaira.

В диссертации основное внимание уделено алгоритмам поиска с запретами, которые различаются различными методиками кодирования упаковки, способами получения окрестности текущего решения, и различной реализацией процедур интенсификации и диверсификации поиска. Исследуемый в диссертации алгоритм поиска с запретами использует ряд известных гильотинных и негильотинных декодеров, в том числе и разработанный в данной работе алгоритм.

**Во второй главе** приводится обобщенная математическая модель задач прямоугольной упаковки в полубесконечную полосу (1.5DBP), упаковки на листы (2DBP), а также прямоугольного гильотинного раскрыя полубесконечной полосы (1.5DCP) и листов (2DCP). Модель состоит из трех компонентов - модели исходной информации задачи раскрыя, модели карты раскрыя и постановки задачи с использованием первых двух составляющих и коэффициента раскрыя в качестве целевой функции. Предложен новый алгоритм-декодер для прямоугольной упаковки со сложностью  $O(n)$ , где  $n$  - количество заготовок.

Далее рассмотрим систему координат  $(OX, OY)$ :

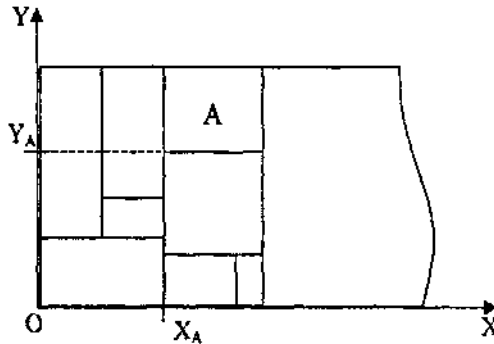


Рис. 1 - Карта раскрыя и система координат  
Координаты прямоугольника - координаты его нижнего левого угла.

**Исходная информация** задач прямоугольного раскрыя и упаковки может быть представлена следующим набором данных:

$\langle W; L; m; w; l; b; \gamma; \epsilon \rangle$ , где (1)

$W$  - ширина полубесконечной полосы или листа;

$L$  - длина листа, для полубесконечной полосы  $L = \infty$ ;

$m$  - количество типов прямоугольных предметов (прямоугольников, ПП);

$w = (w_1, \dots, w_b, \dots, w_m)$ ,  $w_i$  - ширина прямоугольника типа  $i = \overline{1, m}$ ;



$l = (l_1, \dots, l_m, \dots, l_n)$ ,  $l_i$  – длина прямоугольника типа  $i = \overline{1, m}$ ;

$b = (b_1, \dots, b_m, \dots, b_n)$ ,  $b_i$  – количество прямоугольников типа  $i = \overline{1, m}$ ;

$n = \sum_{i=1}^m b_i$  – общее количество прямоугольников;

$\gamma$  – признак гильотинности;  $\gamma = 1$ , если раскрой гильотинный;  $\gamma = 0$  в противном случае;

$\epsilon$  – признак направления прямоугольников;  $\epsilon = 1$ , если ПП можно поворачивать на  $90^\circ$ ;  $\epsilon = 0$  в противном случае.

Решения рассматриваемых задач (прямоугольные упаковки) могут быть представлены в виде следующего набора данных:

$$R = \langle X, Y, S, A \rangle, \text{ где} \quad (2)$$

$$X = (x_1, \dots, x_m, \dots, x_n),$$

$$Y = (y_1, \dots, y_m, \dots, y_n),$$

$x_i$  и  $y_i$  – координаты прямоугольника  $i$  по осям ОХ и ОУ,  $i = \overline{1, n}$ ;

$S = (s_1, \dots, s_m, \dots, s_n)$ , где  $s_i$  – номер листа, в который упакован прямоугольник  $i = \overline{1, n}$ ;

в случае раскроя полубесконечной полосы  $S = \emptyset$ ;

$$A = (a_1, \dots, a_m, \dots, a_n), a_i = \begin{cases} 1, & \text{если прямоугольник } i \text{ повернут на } 90^\circ \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Набор  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$  называется допустимым прямоугольным раскроем, если выполняются следующие условия:

1° ребра предметов параллельны ребрам полосы или листа

$((i_x = l_i) \wedge (i_y = w_i)) \vee ((i_x = w_i) \wedge (i_y = l_i))$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $i_x, i_y$  – проекции заготовки  $i$  на оси координат ОХ и ОУ.

2° Взаимное непересечение деталей

$$\forall i \neq j : i, j = \overline{1, \dots, n}$$

для раскроя полубесконечной полосы:

$$(x_i \geq x_j + l_j) \vee (x_j \geq x_i + l_i) \text{ или } (y_i \geq y_j + w_j) \vee (y_j \geq y_i + w_i);$$

для раскроя листов:

$$(s_i \neq s_j) \vee ((x_i \geq x_j + l_j) \vee (x_j \geq x_i + l_i)) \vee ((y_i \geq y_j + w_j) \vee (y_j \geq y_i + w_i));$$

3° Непересечение деталей с гранями полосы

для раскроя полубесконечной полосы:  $\forall i = \overline{1, \dots, n} : (x_i \geq 0) \wedge (y_i \geq 0) \wedge (y_i + w_i \leq W)$ ;

для раскроя листов:  $\forall i = \overline{1, \dots, n} : (x_i \geq 0) \wedge (y_i \geq 0) \wedge (y_i + w_i \leq W) \wedge (x_i + l_i \leq L)$

Набор  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$  называется гильотинным прямоугольным раскроем, если выполняются условия 1°, 2° и 3°, а также:

4\* Условие гильотинности (Карта раскроя должна быть реализуема сквозными резами, параллельными кромкам материала). Логическая запись данного условия приведена в тексте диссертации.

Примечание: условия 1\*, 2\*, 3\* и 4\* приведены для случая  $a_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Если  $a_i = 1$ , следует заменить  $w_i$  на  $w_i' = h_i$  и  $h_i$  на  $h_i' = w_i$ .

#### Постановка задач двумерного прямоугольного раскроя:

##### Задача 1.5DBP. Прямоугольный раскрой полубесконечной полосы.

*Дано:* Задача раскроя  $\langle W; L; m; w; l; b; \gamma \in \rangle$ ,  $L = \infty$ ,  $\gamma = 0$ ;

*Найти:* Допустимый раскрой  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$ , удовлетворяющий условиям 1\*, 2\* и 3\*, для которого длина занятой части полосы

$$\Lambda = \max_{i=1..n} (x_i + l_i) \text{ достигает минимума.}$$

##### Задача 2DBP. Прямоугольный раскрой листов.

*Дано:* Задача раскроя  $\langle W; L; m; w; l; b; \gamma \in \rangle$ ,  $\gamma = 0$ ;

*Найти:* Допустимый раскрой  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$ , удовлетворяющий условиям 1\*, 2\* и 3\*, для которого количество израсходованных листов

$$N = \max_{i=1..n} (s_i) \text{ достигает минимума.}$$

##### Задача 1.5DCP. Гильотинный раскрой полубесконечной полосы.

*Дано:* Задача раскроя  $\langle W; L; m; w; l; b; \gamma \in \rangle$ ,  $L = \infty$ ,  $\gamma = 1$ ;

*Найти:* Гильотинный раскрой  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$ , удовлетворяющий условиям 1\*, 2\*, 3\* и 4\*, для которого длина занятой части полосы

$$\Lambda = \max_{i=1..n} (x_i + l_i) \text{ достигает минимума.}$$

##### Задача 2DCP. Гильотинный раскрой листов.

*Дано:* Задача раскроя  $\langle W; L; m; w; l; b; \gamma \in \rangle$ ,  $\gamma = 1$ ;

*Найти:* Гильотинный раскрой  $R = \langle X, Y, S, A \rangle$ , удовлетворяющий условиям 1\*, 2\*, 3\* и 4\*, для которого количество израсходованных листов

$$N = \max_{i=1..n} (s_i) \text{ достигает минимума.}$$

Уточненная функция цели для задач раскроя листового материала, учитывающая деловой остаток последнего листа:

$$\Lambda = L * (N - 1) + \max_{i \in \{s, N\}} (x_i + l_i)$$

**Декодер последовательного конструирования.** Для задачи прямоугольной упаковки в полосу и в листы разработан декодер последовательного конструирования (**Consecutive Designing, CD**). Алгоритм декодирования основан на использовании специальных структур данных, позволяющих эффективно отслеживать крайний контур упаковки в

направлении построения (для полубесконечной полосы в нашей системе координат - правая граница упаковки).

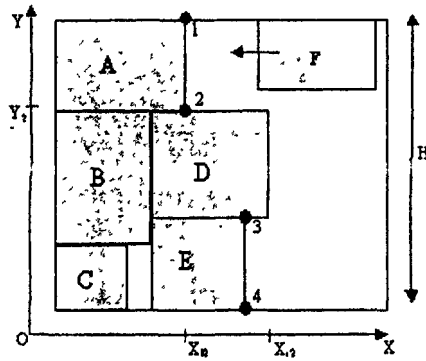


Рис. 2 - Построение упаковки декодером CD

Общая схема работы алгоритма:

1. Инициализация алгоритма. Создание первоначального контура упаковки.
2. Выбор точки для укладки очередного предмета из приоритетного списка.
3. Укладка предмета, изменение контура упаковки.
4. Пока не достигнут конец приоритетного списка, переход к шагу 2.

Особенность данного алгоритма - представление правого контура упаковки списком точек, имеющих следующие параметры:

$y_p$  - координата по оси OY для укладки прямоугольника.

$x_{ip}$  - координата по оси OX для укладки прямоугольника.

$dir_p$  - признак расположения точки. Принимает значения 1 и -1.

$x_{rp}$  - длина ограничивающей линии, которая начинается в точке  $p$  и расположена снизу от нее, если  $dir_p = 1$ , и сверху, если  $dir_p = -1$ .

На рисунке отмечены  $y_p$ ,  $x_{ip}$  и  $x_{rp}$  для точки 2 ( $p = 2$ ).  $dir_2 = 1$ .

**Правила выбора точки** для укладки очередного прямоугольника.

Эта правила применяются последовательно и процесс сравнения двух точек останавливается, как только по одному из них будут получены разные результаты (или если обе точки не удовлетворяют условию непересечения).

- 1) Непересечение с упакованными прямоугольниками и гранями материала.
- 2) Минимизация координаты X.
- 3) Максимизация длины участков, общих для укладываемого предмета и уже упакованных или граней полосы.
- 4) Минимизация расстояния до граней полосы.

Показано, что декодер последовательного конструирования обладает свойствами однозначности восстановления упаковки из приоритетного списка и свойством реставрации.

Третья глава посвящена методу *поиска с запретами* для задач двумерного прямоугольного раскроя и упаковки. Метод представляет собой итеративный процесс локального поиска оптимума в пространстве решений.

Для описания решения используется *приоритетный список*  $P$  длины  $m$ , состоящий из номеров заготовок. При этом, если заготовка  $i \in [1, m]$  повернута на  $90^\circ$ , ее номер в списке  $P$  будет отрицательным ( $-i$ ). Получение карты раскроя из приоритетного списка осуществляется с использованием различных процедур декодеров, в том числе и разработанного в данной работе.

Для управления поиском используются *два списка запретов*. *Локальный список запретов* содержит сведения о последних шагах поиска. В *глобальный список* заносятся сведения о первых шагах поиска после достижения лучшего на данный момент решения.

На каждом шаге строится *окрестность* текущего решения - множество решений, получаемых из текущего путем проведения какого-либо простого преобразования. Затем в этой окрестности выбирается лучшая точка и принимается в качестве нового текущего решения.

В качестве оценочной функции используется коэффициент раскроя (*КРА*) - отношение суммарной площади заготовок к площади израсходованного материала:

В случае раскроя полубесконечной полосы  $KPA = \sum_{i=1, n} (w_i * l_i) / (\max_{i=1, n} (x_i + l_i) * H)$ .

В случае раскроя листового материала ( $N$  - количество израсходованных листов)-

$KPA = \sum_{i=1, n} (w_i * l_i) / (\Lambda * H)$ , где  $\Lambda = L * (N - 1) + \max_{i \in \{1, n\}} (x_i + l_i)$

Помимо КРА, для оценки решений используется дополнительная функция, определяемая структурой карты раскроя. Предложено несколько вариантов таких функций, один из которых случайно выбирается с заданной частотой в процессе поиска. Подобный подход позволяет избежать ситуации с большим количеством решений с одинаковой оценкой, и является одним из методов *диверсификации* поиска. Его применение позволило существенно повысить эффективность процесса поиска на большинстве классов задач.

Процедура *диверсификации* должна обеспечивать выход за границы области вокруг локального оптимума для расширения области поиска и обеспечения асимптотической сходимости алгоритма. В разработанном алгоритме используются два вида диверсификации - изменение дополнительных функций оценки и выполнение случайных перестановок заготовок в коде текущего решения.

Помимо *диверсификации*, для повышения качества поиска используется *интенсификация*. Процедура *интенсификации* должна обеспечивать более интенсивный поиск в окрестности локального оптимума. В разработанном алгоритме в качестве *интенсификации* используется

возврат к лучшему из ранее полученных решений, что позволяет рассматривать несколько ветвей поиска в окрестности этого решения.

Также в третьей главе описывается реализация предложенных методов и их интеграция в систему двумерного прямоугольного раскроя SETAMI-CUT. В составе системы метод был внедрен в производство.

В четвертой главе описывается вычислительный эксперимент. В составе модифицированного метода поиска с запретами были использованы следующие декодеры:

1. Рекурсивный декодер для гильотинного раскроя.
2. Декодер поиска пустых корзин для гильотинного раскроя.
3. Блочный декодер для прямоугольной упаковки.
4. Декодер «Усоверш. нижний левый» для прямоугольной упаковки.
5. Декодер последовательного конструирования для прямоугольной упаковки.

Проведены следующие эксперименты:

1. Выбор числа шагов до смены типа вторичной оценки. Для этой цели были случайно сгенерированы 120 задач четырех различных классов. Было рассмотрено 6 возможных значений параметра от  $n/2$  до  $10n$ . В результате определено рекомендуемое значение числа шагов -  $3n$ .

2. Исследование эффективности разработанного алгоритма на безотходных примерах Евы Хоппер. Сравнение полученных результатов с результатами других авторов.

3. Сравнение разработанного метода с методами других авторов на множестве случайно сгенерированных по методике G.Waescher задач различных классов. Решено более 500 задач. Результаты представлены в табличном виде.

4. Сравнение декодера последовательного конструирования и блочного декодера. Сравнение производится на случайно сгенерированных по методике G.Waescher задачах прямоугольной упаковки. Задачи решаются разработанным методом поиска с запретами с использованием сравниваемых декодеров. Результаты представлены в табличном виде.

В таблице 1 приведены результаты тестирования алгоритма на безотходных примерах Евы Хоппер. Примеры решались на компьютере с процессором PentiumIV-1400 в течение 30 секунд. Приведены результаты решения для всех предложенных задач. В качестве оценки решения использовалась длина занятой части полосы 
$$\Lambda = \max_{i=1}^n (x_i + l_i).$$

## Результаты решения задач Евы Хоппер.

Таблица 1.

Задача	M	Опти Мум	GMM	GBA	Nsub Rec	NDL	SP	ACP	DSS	TS
C1-1	16	20	20	20	20	20	20	21	20	20
C1-2	17	20	20	20	20	21	20	21	20	20
C1-3	16	20	20	20	20	20	20	21	20	20
C2-1	25	15	15	15	15	16	16	16	15	15
C2-2	25	15	16	15	15	16	16	16	15	15
C2-3	25	15	15	15	15	15	16	16	15	15
C3-1	28	30	31	31	30	30	31	32	30	31
C3-2	29	30	31	31	31	32	31	32	31	31
C3-3	28	30	31	31	30	31	31	32	31	31
C4-1	49	60	62	62	62	63	61	62	62	61
C4-2	49	60	63	62	62	64	62	61	62	61
C4-3	49	60	62	62	61	63	61	61	62	61
C5-1	73	90	92	92	92	95	92	92	91	91
C5-2	73	90	93	92	92	95	92	92	93	92
C5-3	73	90	92	92	92	95	91	92	91	91
C6-1	97	120	123	123	123	127	123	122	125	122
C6-2	97	120	124	123	123	126	124	122	125	121
C6-3	97	120	123	124	123	127	123	122	125	122
C7-1	196	240	246	245	246	250	248	245	250	243
C7-2	197	240	245	245	247	256	247	244	253	242
C7-3	196	240	245	245	246	254	248	246	251	243
Суммарное отклонение			44	40	40	91	48	43	62	23
Лучших решений			6	8	11	4	8	5	10	19

Алгоритмы прямоугольной упаковки, участвовавшие в эксперименте:

GMM - Генетический мультиметодный алгоритм;

GBA - Генетический блочный алгоритм;

NSubRec - наивный алгоритм с декодером замещения и перестройкой;

NDL - наивный алгоритм с двойственным декодером;

SP - алгоритм локального поиска с декодером парных последовательностей;

ACP - алгоритм муравьиной колонии;

DSS - алгоритм динамического перебора;

TS - «Поиск с запретами» с блочным декодером.

Как видно из приведенной таблицы, разработанная модификация метода поиска с запретами получает оптимальные или близкие к оптимальным результаты на всех задачах, и превосходит другие алгоритмы локального поиска.

## **Основные результаты работы и выводы**

1. Разработана обобщенная математическая модель для задач раскроя-упаковки, рассмотренных в диссертации. Ее составными частями являются модели исходных данных и результатов решения задачи раскроя-упаковки, а также условия допустимости для гильотинного и негильотинного раскроя. На основе разработанной модели сформулированы постановки задач и целевые функции. Использование данной модели позволило применить общий подход к различным видам задач двумерного прямоугольного раскроя и разработать соответствующее программное обеспечение.

2. Разработан декодер последовательного конструирования упаковки, значительно превосходящий традиционно использовавшийся «Нижний левый». Полученные с использованием, декодера результаты сравнимы с результатами блочного декодера Чиглинцева А.В.;

3. Разработана модифицированная схема поиска с запретами с использованием нескольких типов окрестностей текущего решения и вторичных оценочных функций. Метод не зависит от декодера, и может быть использован для решения задач прямоугольной упаковки и гильотинного раскроя листов и полубесконечной полосы. Использование вторичных оценочных функций позволило улучшить КРА в среднем на 1-3%, а в некоторых случаях до 6-8%;

4. Разработанные алгоритмы реализованы в соответствии с принципами объектно-ориентированного программирования, и интегрированы в систему прямоугольного раскроя и упаковки SETAMI-CUT. На основе вычислительного эксперимента проведен анализ зависимости получаемых результатов от различных параметров алгоритма. Алгоритм поиска с запретами в составе системы SETAMI-CUT был внедрен в различных отраслях производства и подтвердил свою эффективность. Полученные им результаты при количестве заготовок до 300-500 в среднем на 2-10% лучше, чем у других реализованных в системе методов;

5. Проведен объемный вычислительный эксперимент на более чем 50 классах задач, в том числе на случайно сгенерированных примерах различных классов и на безотходных примерах Евы Хоппер. Полученные результаты близки к оптимальным на примерах с известным оптимальным планом и превосходят результаты других исследователей на широком наборе классов задач прямоугольной упаковки и гильотинного раскроя.

### Публикации по теме диссертации

1. **Ермаченко- А.И., Сиразетдинов Т.М., Усманова А.Р.** Метод «поиска с запретами» для решения задачи гильотинного прямоугольного раскроя // Принятие решений в условиях неопределенности. Уфа: УГАТУ, 2000. С. 95-100.
2. **Мухачева Э.А., Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М., Усманова А.Р.** Метод поиска минимума с запретами в задачах двумерного гильотинного раскроя // Информационные Технологии. 2001. № 6. С. 24-32.
3. **Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М.** Рекурсивный метод для решения задач гильотинного прямоугольного раскроя // Математическое моделирование в решении научных и технических задач. Уфа: Технология, 2001. С. 18-23.
4. **Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М.** Пакет алгоритмов и программ для решения задач гильотинного раскроя // Труды 12-й Байкальской междунар. конф. Иркутск: Байкал, 2001. Т.6. С. 13-18.
5. **Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М., Усманова А.Р.** Пакет методов для решения задач прямоугольного гильотинного раскроя в условиях серийного и единичного производства // Материалы конф. ОПТИМ-2001 СПЦНИИТС. С. 79-82. •
6. **Ермаченко А.И. Сиразетдинов Т.М.** Автоматизированная система расчета прямоугольного раскроя // Принятие решений в условиях неопределенности. Уфа: УГАТУ, 2002. С. 158-162.
7. **Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М.** Метод поиска с запретами для решения задач прямоугольного гильотинного раскроя // Дискретный анализ и исследование операций: сб. трудов всерос. конф. Новосибирск: НГТУ, 2002. С. 230.
8. **Ермаченко А.И., Сиразетдинов Т.М.** Автоматизированная система расчета прямоугольного раскроя // Информационные системы и технологии. Новосибирск: НГТУ, 2003. С. 36-39.
9. **Ермаченко А.И.** Декодер парных последовательностей для задачи двумерного прямоугольного раскроя // Принятие решений в условиях неопределенности. Уфа: УГАТУ, 2003. С. 202-207.
10. **Мухачева Э.А., Ермаченко А.И., Жукова Т.Ю., Сиразетдинов Т.М.** Комплекс алгоритмов и программ расчета гильотинного раскроя // Информационные технологии. 2004. № 8. С. 18-25.

*Ермаченко А.И.*





Ермаченко Александр Иванович

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАСКРОЯ И УПАКОВКИ НА БАЗЕ  
МЕТАЭВРИСТИКИ  
«ПОИСК С ЗАПРЕТАМИ»

Специальность 05.13.18 - Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Подписано в печать 22.11.2004.

Формат 60x84 1/16

Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 1,0. Усл. кр.-отт. 1,0. Уч.-изд. л. 0,9

Тираж 100 экз. Заказ № 650

Уфимский государственный авиационный технический университет

Центр оперативной полиграфии  
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12





№24634.