

На правах рукописи

Эрнандес Баррига Хосе Хавьер

**АНАЛИЗ ГРАВИТАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ И  
ГРАВИТАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В  
СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ**

01.04.02 - Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук



Работа выполнена на кафедре квантовой теории и физики высоких энергий физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Денисов Виктор Иванович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
Багров Александр Викторович  
(Институт Астрономии РАН)  
кандидат физико-математических наук.  
Зубрило Александр Андреевич  
(НИИЯФ МГУ)

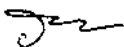
Ведущая организация: Центр гравитации и фундаментальной  
метрологии Всероссийского научно-  
исследовательского института  
метрологической службы

Защита диссертации состоится "09" сентября 2004 г. в 15:00 часов  
на заседании Диссертационного совета К 501.001.17 в Московском  
государственном университете им. М. В. Ломоносова по адресу:  
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские горы д. 1. стр. 2, МГУ,  
Физический факультет, аудитория СРА

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического  
факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Автореферат разослан "05" ноября 2004 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета К 501 001.17  
доктор физико-математических наук,  
профессор



П А Поляков

2005-4  
21157

921335

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена исследованию гравитационных эффектов и гравитационных явлений в скалярно-тензорной теории гравитации, в лагранжиан которой скалярное гравитационное поле входит только в виде 4-градиента.

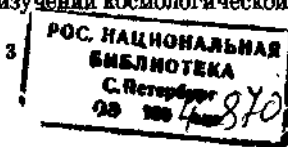
### Актуальность темы

Теоретический анализ основ теории тяготения и изучение экспериментальных данных показывают необходимость существенной модификации Общей Теории Относительности (ОТО). Наблюдения в пределах Солнечной системы приводят к выводу о возможном существовании скалярного гравитационного поля.

Еще в начале 60-х годов XX столетия теория Бранса-Дике дала вполне приемлемую альтернативу ОТО показав, что обсуждение релятивистских гравитационных экспериментов следует проводить на более широкой теоретическом основе. Таким образом, постньютоновский формализм стал стандартным теоретическим подходом к анализу экспериментов в Солнечной системе, поиску новых проверок и изучению альтернативных метрических теорий гравитации.

Однако стало ясно, что Солнечная система не может больше являться единственной лабораторией по проверке теорий тяготения. Одной из причин этого является тот факт, что многие альтернативные теории гравитации совпадают с ОТО в постньютоновском пределе и, следовательно, дают те же прогнозы для экспериментов в Солнечной системе, что и ОТО, но они не обязательно соглашаются с ней в других предсказаниях, касающихся, например, космологии, гравитационного излучения, нейтронных звезд или черных дыр.

В рамках скалярно-тензорных теорий все гравитационные эффекты, определенные с точностью до постньютоновского предела, могут совпадать с предсказаниями ОТО, однако, при изучении космологической модели при-



менение данных теории приводит к очень важным результатам. Установлено что скалярно-тензорные теории гравитации могут оказаться в состоянии описать наблюдаемое значение параметра замедления вселенной, а также закона Хаббла без привлечения гипотезы о скрытом веществе.

В настоящее время в связи с выходом отдельных областей науки и техники на качественно более высокий уровень точности возникает необходимость проводить учет влияния гравитации на физические процессы и на астрономические наблюдения с большей, чем было принято точностью. Следовательно, требуется создание новой метрической теории гравитации с более чем постньютоновской точностью компонентами метрического тензора.

В настоящей скалярно-тензорной теории гравитации скалярное гравитационное поле входит в лагранжиан только в виде 4-градиента. Компоненты метрического тензора в данной теории имеют разложение с точностью больше постньютоновской, тем самым проблема неоднозначного определения метрического тензора эффективного пространства-времени автоматически снимается.

### **Цель диссертационной работы**

Основная задача данной работы заключается в получении, интерпретации и применении статических сферически симметричных решений, описывающих скалярно-тензорное поле в рамках данной гравитационной теории. В этом контексте в диссертации изучаются следующие вопросы:

1. Описание и получение статического сферически симметричного решения уравнений гравитационного поля в предлагаемой скалярно-тензорной теории гравитации.
2. Изучение движения массивных и безмассовых частиц в полученном статическом сферически симметричном гравитационном поле.
3. Исследование эффекта гравитационного линзирования.
4. Применение и основные экспериментальные проявления полученных результатов.

## **Научные результаты, новизна работы и личный вклад**

В данной работе получены следующие новые результаты; выносимые на защиту!

1. Получены уравнения гравитационного поля в скалярно-тензорной теории гравитации нового типа. Найден непосредственный вклад скалярного гравитационного заряда на воздействие метрического тензора на движение массивных и безмассовых частиц.
2. Найдено постньютоновское разложение статического сферически симметричного решения уравнений поля в различных системах координат. Обнаружено, что наиболее вероятными объектами, обладающими такими свойствами метрического тензора являются звезды, имеющие скалярный заряд.
3. Решена задача о движении массивных и безмассовых частиц в пространстве со скалярным полем. Обнаружено, что на нерадиально движущиеся частицы в этом пространстве действуют силы гравитационного отталкивания. Найден непосредственный вклад скалярного заряда на искривление лучей света и смещение перигелия массивных частиц при финитном движении. Обсуждалась возможность применения полученных результатов в поиске скалярных звезд и измерения гравитационного заряда.
4. Найден вклад скалярного гравитационного заряда на эффект гравитационного линзирования в случае сильно заряженного источника. Обнаружено, что в рамках изучаемой скалярно-тензорной теории гравитации, скалярный заряд усиливает эффект микролинзирования.
5. Проведен расчет гравитационного линзирования в метрике Фишера. Найдено, что при достаточно больших значениях скалярного гравитационного заряда имеет место гравитационное отталкивание лучей проходящих мимо прозрачного центрального источника гравитации, таким образом, при достаточно малых расстояниях от центрального источника, система введет себя как рассеивающая гравитационная линза.
6. На основе полученных результатов, были предложены ряд космических

экспериментов по поиску скалярных зарядов и по возможности провести измерения этого заряда. Однако, техническая сложность таких исследований практически не дает возможности провести измерения в пределах Солнечной системы. Совершенствование используемой аппаратуры, обработка данных и их применение в поисках скалярного заряда во внегалактических условиях и в пределах нашей Галактики могут служить хорошим началом для дальнейших исследований по данной тематике.

Результаты диссертации являются обоснованными и достоверными, так как они получены автором с помощью строгих математических методов в рамках достаточно полных и хорошо зарекомендовавших себя моделей теории гравитации и электродинамики.

### **Практическая ценность работы**

Полученные результаты могут применяться при обработке наблюдательных данных астрофизики, таких, как, например, данных по гравитационному микролинзированию электромагнитного излучения, по измерению углов гравитационного искривления лучей, по измерению углов смещения перицентров массивных тел.

### **Апробация работы и публикации**

Основные результаты диссертации опубликованы в пяти работах автора, перечисленных в конце автореферата, докладывались на X Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2003».

### **Структура и объем диссертации**

" Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем текста - 80 страниц. Список литературы содержит 80 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается необходимость развитие альтернативной теории гравитации нового типа с учетом включения скалярного гравитационного поля.

В первой главе настоящей диссертации рассматриваются наиболее известные скалярно-тензорные теории гравитации, их свойства и историческое развитие. Обсуждаются преимущества применения скалярно-тензорной теории гравитации нового типа, в которой метрика будет связана со скалярным гравитационным полем с использованием 4-градиентов, поэтому ее структура и эволюция будут подвержены влиянию этого скалярного поля. Таким образом, поля тяготения и их структура определяются связанными дифференциальными уравнениями в частных производных, другими словами, на поведение каждого поля до некоторой степени влияет связь с другим полем теории (здесь в уравнение поля для метрики входит гравитационное скалярное поле, а также метрика в качестве источника).

Таким образом, гравитационное воздействие в этой теории осуществляется через два гравитационного поля: тензорное поле, в качестве которого служит метрический тензор  $g_{ik}$ , и скалярное гравитационное поле  $\psi$ ; тогда полная плотность лагранжиана состоит из трех частей: из плотности лагранжиана соответствующей гравитационному полю, которая зависит только от метрического тензора  $g_{ik}$ , плотности лагранжиана вещества, зависящей от метрического тензора  $\tilde{g}_{ik}$  и от остальных полей материи  $\varphi_a$ , и плотности лагранжиана скалярного гравитационного поля  $\psi$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi}\sqrt{-g}\mathcal{R} + \mathcal{L}_M(\tilde{g}_{ik}, \varphi_a) + \alpha\sqrt{-g}g^{im}\partial_i\psi\partial_m\psi, \quad (1)$$

где  $\mathcal{R}$ -скалярная кривизна соответствующая метрическому тензору  $g_{ik}$ ,  $g$ -определитель этого тензора,  $\varphi_a$ -остальные поля материи.

Метрический тензор  $\tilde{g}_{ik}$  зависит от тензора  $g_{ik}$  следующим образом:

$$\tilde{g}_{im} = g_{im}I^s + \nu\partial_i\psi\partial_m\psi I^p, \quad (2)$$

где

$$I = 1 + \lambda g^{hj}\partial_h\psi\partial_j\psi.$$

Здесь  $\alpha, \nu, \lambda$  — постоянные величины,  $\nu, \lambda$  — числовые параметры.

Вне вещества, т. е. в областях где  $\bar{T}_M^M = 0$ , уравнения для тензорного гравитационного  $g_{ik}$  и скалярного гравитационного  $\psi$  полей принимают форму соответственно

$$\frac{\sqrt{-g}}{16\pi} (\mathcal{R}^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} \mathcal{R}) - \alpha \sqrt{-g} (g^i g^{km} - \frac{1}{2} g^{ik} g^{lm}) \partial_i \psi \partial_m \psi = 0 \quad (3)$$

и

$$\partial_i (\alpha \sqrt{-g} g^{im} \partial_m \psi) = 0 \quad (4)$$

Упрощая уравнение (3), имеем следующее соотношение:

$$\mathcal{R}_{ik} = 16\pi \alpha \partial_i \psi \partial_k \psi. \quad (5)$$

Рассмотрим точечный источник статического сферически симметричного гравитационного поля, обладающего массой  $M$  и скалярным зарядом  $Q$ . В этом случае решения уравнений Эйнштейна (5) и уравнения для безмассового скалярного гравитационного поля  $\Phi$  (4) примут вид

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{00} &= \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right)^{r_g / \sqrt{r_g^2 + \eta}} I^s, \\ \tilde{g}_{rr} &= - \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right)^{-r_g / \sqrt{r_g^2 + \eta}} I^s + \frac{bQ^2}{r^4} \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right)^{-2} I^p, \\ \tilde{g}_{\theta\theta} &= -r^2 \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right)^{1 - r_g / \sqrt{r_g^2 + \eta}} I^s, \quad \tilde{g}_{\varphi\varphi} = \tilde{g}_{\theta\theta} \sin^2 \theta, \\ I &= 1 - \frac{wQ^2}{r^4} \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right)^{r_g / \sqrt{r_g^2 + \eta} - 2}, \\ \Psi &= \Psi_0 + \frac{Q}{\sqrt{r_g^2 + \eta}} \ln \left( 1 - \frac{\sqrt{r_g^2 + \eta}}{r} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $r_g$  означает гравитационный радиус центрального источника,  $\eta = 32\pi\lambda Q^2$ ,  $b, p, s, w, \lambda$  — постоянные величины нашей теории.



Исследование геодезических полученной нами метрики имеет чрезвычайно важное значение, так как только по особенностям движения массивных тел и безмассовых частиц в гравитационном поле (6) можно проводить поиск скалярных звезд, а значит, и решать вопрос о существовании скалярных гравитационных зарядов в природе.

Во второй главе диссертации проведен расчет уравнений движения массивных и безмассовых частиц находящихся в поле скалярной звезды, применяя ранее полученные результаты.

Рассмотрим случай, когда  $\eta = 16\pi GQ^2/c^4 \gg r_g^2$ , тогда выражения (6) принимают вид разложений:

$$\begin{aligned}\bar{g}_{00} &= 1 - \frac{r_g}{r} - \frac{r_g\sqrt{\eta}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}, \\ \bar{g}_{rr} &= -\left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g\sqrt{\eta}}{2r^2} - \frac{Q^2}{r^4}(b + ws)\right], \\ \bar{g}_{\theta\theta} &= -r^2\left[1 + \frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\eta}}{r} - \frac{r_g\sqrt{\eta}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}\right].\end{aligned}$$

Исходя из уравнений геодезического движения

$$\frac{dk^i}{d\sigma} + \tilde{\Gamma}_{ni}^i k^n k^l = 0,$$

где  $\sigma$ -некоторый аффинный параметр и проводя необходимые стандартные вычисления свойственны задачам небесной механики, находим:

$$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 = -\frac{\tilde{g}_{\varphi\varphi}^2}{\rho^2 \tilde{g}_{rr}} \left(\frac{1}{\tilde{g}_{00}} + \frac{\rho^2}{\tilde{g}_{\varphi\varphi}}\right). \quad (7)$$

Решение этого уравнения выражается через эллиптические функции. Для вычисления угла искривления луча в пост-ньютоновском приближении сделаем замену  $\mathbf{u} = \mathbf{r}^{-1}$ , в результате, уравнение (7) с интересующей нас точностью примет вид:

$$\left(\frac{d\mathbf{u}}{d\varphi}\right)^2 = \frac{1}{\rho^2} \left[1 + 2(r_g - \sqrt{\eta})\mathbf{u} + (\eta - \rho^2 - 3r_g\sqrt{\eta})\mathbf{u}^2 + b^2\sqrt{\eta}\mathbf{u}^3 + bQ^2\mathbf{u}^4 - bQ^2\rho^2\mathbf{u}^6\right]. \quad (8)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде:

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\rho} [A + B \sin \psi(\varphi)], \quad (9)$$

где  $A$  и  $B$ —некие пока неизвестные параметры.

Подставляя соотношение (9) в уравнение (8), несложно получить выражения для  $A$ ,  $B$  и  $\psi$ :

$$A = \frac{r_g}{\rho} - \frac{\sqrt{\eta}}{2\rho}, \quad B = 1 + \frac{\eta}{8\rho^2} - \frac{r_g\sqrt{\eta}}{\rho^2},$$

$$\psi(\varphi) = \varphi + \varphi_0 + \frac{\sqrt{\eta}}{2\rho} \cos(\varphi + \varphi_0) + \frac{\eta}{32\rho^2} [2(\varphi + \varphi_0) - \sin 2(\varphi + \varphi_0)] +$$

$$+ \frac{bQ^2}{64\rho^4} [12(\varphi + \varphi_0) - 8 \sin 2(\varphi + \varphi_0) + \sin 4(\varphi + \varphi_0)],$$

где  $\varphi_0$ —постоянная интегрирования.

Если считать, что источник электромагнитного излучения находится в точке  $\varphi = \pi, u = 0$ , то  $\varphi_0 = r_g/\rho - \pi\eta/(16\rho^2) - 3\pi bQ^2/(16\rho^2)$ .

После прохождения луча света мимо источника гравитационного поля  $u \rightarrow 0$ . Учитывая, что угол искривления луча  $\delta\varphi$  достаточно мал, из этого условия находим с требуемой точностью

$$\delta\varphi = \frac{2r_g}{\rho} - \frac{\pi\eta}{16\rho^2} - \frac{3\pi bQ^2}{16\rho^4}. \quad (10)$$

Очевидно, что если константы, связанные со скалярным полем, обратить в нуль, то угол отклонения (10) примет характерное для ОТО значение. Разные знаки у слагаемых этого выражения показывают, что скалярное поле создает гравитационное поле, которое оказывает отталкивающее действие на лучи света.

В случае  $\xi \sim r_g^2$  и  $wsQ^2/r^4 \sim \xi/r^2$  гравитационному полю скалярной звезды соответствуют компоненты метрического тензора, разложение которых имеет вид:

$$\tilde{g}_{00} = 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4},$$

$$\tilde{g}_{rr} = -\left[1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} + \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{Q^2}{r^4}(b + ws)\right],$$

$$\tilde{g}_{\varphi\varphi} = -r^2 \left[1 + \frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\xi}}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g\sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}\right], \quad (11)$$

где  $r_g$ —гравитационный радиус центра тяготения (скалярной звезды с зарядом  $Q$ ),  $\xi = 32\pi\lambda Q^2$ , а  $b, p, s, w$  и  $\lambda$ —постоянные величины нашей теории.

Первый шаг при решении задачи движения пробного тела в статическом центрально-симметрическом поле состоит в том, чтобы записать в подходящих координатах компоненты поля (11). Так как переменная  $r$  псевдориманова пространства-времени является координатной величиной, представляющей определенный выбор деления радиальной оси, то мы можем, не ограничивая общности, использовать и другие способы маркировки точек этой оси.

Для наших целей удобнее перейти от переменной  $r$  в выражениях (11) к радиальной переменной  $r'$  согласно с подстановкой:

$$r' = r \sqrt{1 + \frac{r_g}{r} - \frac{\sqrt{\xi}}{r} + \frac{r_g^2}{2r^2} - \frac{r_g \sqrt{\xi}}{2r^2} - \frac{wsQ^2}{r^4}}.$$

Такое преобразование не выводит нас из первоначальной системы отсчета и не сказывается на физически наблюдаемых величинах.

Переходя в выражениях (11) к новой радиальной координате и опуская в полученных соотношениях штрихи, будем иметь:

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{00} &= 1 - \frac{r_g}{r} - \frac{wsQ^2}{r^4}, \\ \tilde{g}_{rr} &= - \left[ 1 + \frac{r_g}{r} + \frac{r_g^2}{r^2} - \frac{\xi}{4r^2} - \frac{Q^2}{r^4} (b + 4ws) \right], \quad \tilde{g}_{\varphi\varphi} = -r^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Исходя из уравнений геодезического движения:

$$\frac{du^i}{ds} + \tilde{\Gamma}_{nl}^i u^n u^l = 0$$

и проводя стандартные вычисления получим следующее дифференциальное уравнение траектории финитного движения массивной частицы:

$$\left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = - \frac{r^4}{J^2 \tilde{g}_{rr}} \left\{ \frac{E^2}{\tilde{g}_{00}} - \frac{J^2}{r^2} - 1 \right\}. \quad (13)$$

Траектория частицы, описываемая уравнением (13), определяется двумя параметрами:  $E$  и  $J$ . При финитном движении, которое нас здесь только и интересует, переменная  $r$  колеблется между минимальным значением  $r_- = a(1 - e)$  соответствующим перигею, а в апоцентре максимально и равно  $r_+ = a(1 + e)$ , где  $a$  и  $e$  соответственно длина большой полуоси

и эксцентриситет квазиэллиптической траектории ( $e < 1$ ). Эти значения целесообразно использовать вместо  $E$  и  $J$  в качестве параметров орбиты. Поскольку в данных точках величина определенная в (13) обращается в нуль, тогда исходя из этого условия и подставляя выражения метрического тензора (12) получим значения для постоянных  $E^2$  и  $J^2$ :

$$E^2 = 1 - \frac{r_g}{2L}(1 - e^2) + \frac{r_g^2}{4L^2}(1 - e^2)^2 + \frac{wsQ^2}{L^4}(1 - e^2)^2,$$

$$J^2 = \frac{r_g L}{2} \left[ 1 + \frac{r_g}{2L}(3 + e^2) \right] + \frac{2wsQ^2}{L^2}(1 + e^2).$$

В последних выражениях также введено значение фокального параметра:

$$L = a(1 - e^2).$$

Учитывая эти значения, получим уравнение траектории исходя из (13) и найденных значений для  $E$  и  $J$  при замене  $u = r^{-1}$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{du}{d\varphi} \right)^2 = & -\frac{(1 - e^2)}{L^2} \left[ 1 - \frac{2r_g}{L} + \frac{r_g^2}{L^2}(3 + e^2) - \frac{2wsQ^2}{r_g L^3}(3 + e^2) + \frac{wsQ^2}{L^4}(17 + 14e^2 + e^4) \right] + \\ & + \frac{2}{L} \left[ 1 - \frac{r_g}{2L}(3 + e^2) + \frac{r_g^2}{4L^2}(3 + e^2)^2 - \frac{4wsQ^2}{r_g L^3}(1 + e^2) + \frac{4wsQ^2}{L^4}(3 + 4e^2 + e^4) \right] u - \\ & - \left[ 1 + \frac{\xi}{4L^2}(1 - e^2) \right] u^2 + r_g u^3 - \left\{ \frac{\xi}{4} - \frac{2wsQ^2}{r_g L} + \frac{Q^2}{L^2} [4ws(2 - e^2) + b(1 - e^2)] \right\} u^4 - (4ws + b)Q^2 u^6. \end{aligned} \quad (14)$$

Если  $Q = 0$ , то решение уравнения (14) записывается через тригонометрическую функцию. Но если  $Q \neq 0$ , то  $u(\varphi)$  становится эллиптической функцией, поэтому следуя приближенными вычислениями с требуемой точностью и проведя интегрирование выражения (14), функция  $\Psi(\varphi)$  примет вид:

$$\begin{aligned} \Psi(\varphi) = & \varphi + \varphi_0 - \frac{r_g}{2L} [3(\varphi + \varphi_0) - e \cos(\varphi + \varphi_0)] + \\ & + \frac{r_g^2}{32L^2} \left\{ 6[6 + e^2 - 4e \sin(\varphi + \varphi_0)](\varphi + \varphi_0) - 48e \cos(\varphi + \varphi_0) + e^3 \sin 2(\varphi + \varphi_0) \right\} + \\ & + \frac{\xi}{32L^2} [2(14 + e^2)(\varphi + \varphi_0) - 16e \cos(\varphi + \varphi_0) - e^2 \sin 2(\varphi + \varphi_0)] - \\ & - \frac{wsQ^2}{4r_g L^3} [6(4 + e^2)(\varphi + \varphi_0) - 16e \cos(\varphi + \varphi_0) - e^2 \sin 2(\varphi + \varphi_0)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{wsQ^2}{48L^4} \left\{ 12 \left[ 144 + 122e^2 + 3e^4 + 3(12e + e^3) \sin(\varphi + \varphi_0) - 3e^3 \cos 2(\varphi + \varphi_0) \right] (\varphi + \varphi_0) - \right. \\
& \quad - 3(464e + 163e^3) \cos(\varphi + \varphi_0) - 6(59e^2 + 4e^4) \sin 2(\varphi + \varphi_0) + \\
& \quad \left. + 49e^3 \cos 3(\varphi + \varphi_0) + 3e^4 \sin 4(\varphi + \varphi_0) \right\} + \\
& + \frac{bQ^2}{64L^4} \left[ 12(56 + 48e^2 + e^4)(\varphi + \varphi_0) - 16(48e + 13e^3) \cos(\varphi + \varphi_0) - \right. \\
& \quad \left. - 8(16e^2 + e^4) \sin 2(\varphi + \varphi_0) + 16e^3 \cos 3(\varphi + \varphi_0) + e^4 \sin 4(\varphi + \varphi_0) \right],
\end{aligned}$$

где  $\varphi_0$  - постоянная интегрирования.

Посредством изменения функции  $\Psi(\varphi)$  за один полный оборот траектории финитного движения между двумя значениями  $\varphi$  соответствующими перицентра, найдем значение его смещения. Начальному значению точки перицентра зафиксируем значение  $\varphi = \pi/2$ , а следующему прохождению траектории через данную точку будет отвечать значение  $\varphi = 5\pi/2 + \Delta\varphi$ , тогда исходя из выражения:

$$\Psi\left(\frac{5\pi}{2} + \Delta\varphi\right) = \Psi\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\pi$$

находим значение смещения перицентра финитной траектории массивной частицы за один оборот:

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi = & \frac{3\pi r_g}{L} + \frac{3\pi r_g^2}{8L^2}(18 + e^2) - \frac{\pi\xi}{8L^2}(14 + e^2) + \frac{3\pi wsQ^2}{r_g L^3}(4 + e^2) - \\
& - \frac{\pi Q^2}{8L^4} [4ws(72 + 104e^2 + 3e^4) + 3b(56 + 48e^2 + e^4)]. \quad (15)
\end{aligned}$$

Данная формула демонстрирует непосредственный вклад скалярного, гравитационного заряда в эффект смещения перицентра траектории массивной частицы при ее финитном движении. Естественно, что при отсутствии ( $Q = 0$ ) гравитационного заряда (15) переходит в известную формулу общей теории относительности.

В третьей главе диссертации излагается теоретический аппарат необходим для изучения явления гравитационного линзирования в поле Шварцшильда и в поле скалярной звезды. Наибольший интерес представляет наблюдения эффекта гравитационного линзирования в метрике Фишера.

Согласно Фишеру, на основе совместного решения уравнений Эйнштейна и уравнения для безмассового скалярного поля была найдена метрика статического сферически симметричного тела массы  $M$ , обладающего скалярным зарядом  $Q$ .

В изотропных сферических координатах метрика Фишера имеет вид:

$$ds^2 = \frac{(4r - r_s)^{2p}}{(4r + r_s)^{2p}} c^2 dt^2 - \frac{(4r + r_s)^{2p+2}}{256r^4(4r - r_s)^{2p-2}} \left[ dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (16)$$

где введены обозначения  $r_s^2 = r_g^2 + r_Q^2$ ,  $p = r_g/r_s$ ,  $r_Q^2 = 4GQ^2/c^4$ ,  $r_g = 2GM/c^2$ , а  $G$  – постоянная тяготения.

При  $Q = 0$  метрика (16) переходит в метрику Шварцшильда ( $p = 1$ ,  $r_s = r_g$ ), а при  $M = 0$  в метрику экстремально сильного скалярного поля ( $p = 0$ ,  $r_s^2 = 4GQ^2/c^4$ ).

Используя стандартные ранее проводимые вычисления, несложно найти угол гравитационного искривления лучей света в поле метрики (16):

$$\delta\varphi = \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)\pi}{16b^2}. \quad (17)$$

Величину коэффициента усиления света при гравитационном линзировании в метрике Фишера можно получить из следующих простых соображений. Предположим, что на скалярную звезду падает параллельный пучок света, поток энергии которого обозначим через  $I_0$ . Попадая в гравитационное поле рассматриваемого центра, лучи света искривляются в плоскостях, содержащих начало отсчета, на угол (17). Поэтому вся картина лучей будет обладать осевой симметрией.

Предположим далее, что вдали от гравитационного центра в точке с координатами  $x_D = L$ ,  $y_D = \rho$  расположен прибор, регистрирующий зависимость интенсивности света от времени.

Коэффициент гравитационного усиления света  $k$  определяется как отношение интенсивностей света на входной  $I_{in}$  и выходной  $I_{out}$  апертур гравитационной линзы. Из-за осевой симметрии гравитационное искривление лучей в поле Фишера происходит в плоскостях, содержащих гравитационный центр. Поэтому в качестве входной апертуры удобно выбрать кольцо радиуса  $b$  и шириной  $db$ .

Величину прицельного расстояния  $b$  выберем такую, чтобы лучи, проходящие через входную апертуру, попали в выходную апертуру, в качестве которой выберем в плоскости  $x_D = L$  кольцо радиуса  $\rho$  и ширины  $2\rho d\rho$  достаточное для того, чтобы в это кольцо попали все лучи из выходной апертуры. Площадь выходной апертуры  $S_{out}$  равна  $S_{out} = 2\pi\rho d\rho$ .

Так как поток энергии в любом пучке лучей сохраняется при распространении вдоль этого пучка, то имеем  $S_{out}I_{out} = S_{in}I_{in}$ .

В результате гравитационного линзирования через точку наблюдения могут проходить два типа лучей-не пересекающих оптическую ось и пересекающих ее. Основные уравнения, связывающее прицельное расстояние  $b$  и координаты  $L$  и  $\rho$  точки наблюдения для этих двух типов лучей имеют вид:

$$\begin{aligned}\rho &= b - L\delta\varphi = b - \left[ \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)}{16b^2} \right] L, \\ \rho &= L\delta\varphi - b = \left[ \frac{2r_g}{b} + \frac{(15r_g^2 - r_Q^2)}{16b^2} \right] L - b.\end{aligned}\quad (18)$$

Нас интересуют положительные корни решения этих уравнений относительно параметра прицельного расстояния  $b$ . Нами установлено, что в зависимости от число положительных решений уравнений (18) формируется определенный набор состоящий из семи разных областей линзирования в зависимости от значения величины  $\beta = \frac{27}{32}\pi L(15r_g^2 - r_Q^2)$ . Таким образом, в каждой из этих областей усиление световых лучей будет осуществляться в зависимости от того, сколько и какие типы лучей могут проявляться в данной области пространства.

Следует отметить, что найденные выражения для  $b$  и их соответственных коэффициентов усиления в разных областях пространства имеют сложный характер. Например, найдено что в области пространства где

$$\left[ \rho^3 + 9r_g L\rho - (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}} \right] < \beta < 0$$

сходятся одновременно четыре разных световых луча, соответствующие двум положительным решениям для каждого вида лучей. Таким образом в данном случае имеем:

$$\kappa = \frac{b_1}{\rho} \left| \frac{db_1}{d\rho} \right| + \frac{b_2}{\rho} \left| \frac{db_2}{d\rho} \right| + \frac{b_3}{\rho} \left| \frac{db_3}{d\rho} \right| + \frac{b_4}{\rho} \left| \frac{db_4}{d\rho} \right| =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1}{3} \right] \left[ 1 + \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1}{3} \right] + \\
&+ \frac{1}{9} \left[ 1 - \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} \right] \left[ \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_1 + \pi}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 - \beta\rho}{\sqrt{-D_1}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_1 + \pi}{3} - 1 \right] + \\
&+ \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - 1 \right] \left[ 1 - \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 - \pi}{3} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta\rho}{\sqrt{-D_2}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 - \pi}{3} \right] + \\
&+ \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{\rho} \sqrt{\rho^2 + 6r_g L} \cos \frac{\alpha_2 + \pi}{3} - 1 \right] \left[ \frac{2\rho}{\sqrt{\rho^2 + 6r_g L}} \cos \frac{\alpha_2 + \pi}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{27} \frac{18r_g^2 L^2 + \beta\rho}{\sqrt{-D_2}(\rho^2 + 6r_g L)} \sin \frac{\alpha_2 + \pi}{3} - 1 \right].
\end{aligned}$$

где  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  и  $b_4$ -найденные положительные решения уравнений (18), причем первые два решения соответствуют первому уравнению, а последние второму уравнению.  $\alpha_{1,2}$  определяются из выражений:

$$\cos \alpha_{1,2} = \frac{[\rho^3 + 9r_g L \rho \pm \beta]}{(\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}},$$

а

$$D_{1,2} = p^3 + q_{1,2}^2, \quad p = -\frac{1}{9}(\rho^2 + 6r_g L), \quad q_{1,2} = \mp \frac{1}{27}[\rho^3 + 9r_g L \rho \pm \beta].$$

В случае "сильного" скалярного заряда:

$$\beta < -[\rho^3 + 9r_g L \rho + (\rho^2 + 6r_g L)^{\frac{3}{2}}]$$

положительных корней уравнений (18) нет, оказывается что из-за гравитационного отталкивания в данную область пространства не попадает ни одного типа лучей.

Для наглядности поставленной задачи, преобразуем области попадания световых лучей, задавая различные значения величине  $\beta$  для обнаружения соответствующих лучей в зависимости от расстояния от центрального гравитационного источника.



Предположим, что скалярным зарядом обладают нейтронные звезды в пределах нашей Галактики. Пусть на расстоянии  $\sim 10 \text{кПс}$  от Земли находится звезда массой равной массе Солнца ( $L \approx 310^3 \text{к.м.}$ ,  $r_g \approx 3 \text{к.м.}$ ). Так как решения системы (18) коренным образом зависят от знака величины  $\beta$ , для начала посмотрим случай, когда  $\beta > 0$ , для этого предположим что  $r_Q = r_g$ . Подставляя эти значения параметров, получим что на близком расстоянии возможно обнаружить световые лучи, отвечающие за корни уравнений (18)  $b_1$  и  $b_2$  и они примут значения для гравитационных линз в теории Эйнштейна: ( $b_1, b_2 = \sqrt{2r_g L} \approx 10^7 \text{к.м.}$ ). В области пространства  $\rho < 10^{13} \text{к.м.}$ ,  $b_3$  переходит к  $b_4$  и асимптотически стремится к нулю, а  $b_2$  растет как  $\rho + 2r_g L/\rho$ . При  $\rho > 10^{13} \text{к.м.}$ ,  $b_2$  переходит к  $b_1$  и продолжает расти по закону  $b_1 \sim \rho + 2r_g L/\rho$ , как в теории Эйнштейна.

Теперь, посмотрим случай, когда  $\beta < 0$ . Пусть тогда  $r_Q = 5r_g$ , в этом случае, на близком расстоянии, возможно обнаружить 4 световых луча, соответственно корней  $b_5, b_6, b_7$  и  $b_8$ , но при заданном значении параметров  $b_6$  и  $b_8$  примут значение порядка  $r_g$ , что противоречит условию  $R \gg r_g$ , так что не следует их учитывать, кроме того, они очень малы по сравнению с  $b_5$  и  $b_7$ , которые также (как в случае  $\beta > 0$ ) примут значения  $\sqrt{2r_g L}$ . В области  $\rho < 10^{13} \text{к.м.}$ ,  $b_3$  переходит соответственно к  $b_5$  и начнет расти как  $\rho + 2r_g L/\rho$ , а  $b_7$  асимптотически стремится к нулю. И наконец, когда  $\rho > 10^{13} \text{к.м.}$ , остается только  $b_2$  и имеет поведение  $b_2 \sim \rho + 2r_g L/\rho$ , что также согласованно с предсказаниями гравитационного линзирования в Общей Теории Относительности.

В четвертой главе предлагаются ряд космических экспериментов по наблюдению эффектов, таких как эффект рассеивающей гравитационной линзы где имеет место проявление рассматриваемой скалярно-тензорной теории гравитации, используя оптические характеристики внегалактических светящихся источников или двойных звезд. Также дается описание основных требований для астрометрических измерений в пределах Солнечной системе.

В заключении кратко сформулированы основные результаты работы.

## Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Денисов В. И., Эрнандес Х. Х. Статическая сферически симметричная модель в скалярно-теизорной теории гравитации. Вестник Московского Университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1999 No. 2.
2. Денисов В. И., Эрнандес Х. Х. Искривление лучей света центрально-симметричным гравитационным полем в скалярно-тензорной теории гравитации. Вестник Московского Университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2002 No. 1.
3. Эрнандес Х. Х. Движение массивных частиц в статической сферически симметричной метрике в скалярно-тензорной теории гравитации. Вестник Московского Университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2003 No. 5.
4. Эрнандес Х. Х. Гравитационные эффекты в скалярно-тензорной теории гравитации. Сборник тезисов X международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2003», секция «Физика», стр. 188-189.
5. Эрнандес Х. Х. Микролинзирование в метрике Фишера. Препринт НИИЯФ МГУ No. 2004-9/748.



№ 21742

Эрнандес Баррига Хосе Хавьер

РНБ Русский фонд

**Анализ гравитационных эффектов  
явлений в скалярно-тензорной**

2005-4  
21157

01.04.02 - Теоретическая Физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

**ИД № 00545 от 06.12.1999**

**Издательство УНЦ ДО**

117246, Москва, ул. Обручева. 55-А, УНЦ ДО  
Тел./факс (095) 718-6966, -7767, -7785 (комм)  
e-mail: [izdat@abiturcenter.ru](mailto:izdat@abiturcenter.ru)  
<http://www.abiturcenter.ru/izdat>

Заказное Подписано в печать 28 10 04 г Формат 60x90/16  
Бумата офсетная. Уел печ л. 1,18  
Тираж 100 экз Заказ №697

Отпечатано в Мини-типографии УНЦ ДО  
В полном соответствии с качеством  
предаст авленного оригинал-макет а