

1
2

На правах рукописи

МИРЗАЕВ СУЛТАНАВ МАМИДОВИЧ

**МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ
УМЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ НА ОСНОВЕ
ПРИМЕНЕНИЯ ПРИЕМОВ ОГРАНИЧЕНИЯ И ОБОБЩЕНИЯ
(В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ)**

Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(математика)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук



МАХАЧКАЛА 2004

Работа выполнена в Дагестанском государственном университете.

Научные руководители:

- *Челябов Исамудин Магомедзагирович*, заслуженный учитель РД, кандидат педагогических наук, доцент;
- *Эфендиев Эльмир Иса-оглы*, заслуженный учитель РД, кандидат физико-математических наук, доцент.

Официальные оппоненты:

- *Эрдниева Батыр Пюрвиевич*, доктор педагогических наук, профессор;
- *Гаджимурадов Мадрид Абдуллаевич*, кандидат физико-математических наук, профессор.

Ведущая организация:

Московский государственный областной университет.

Защита состоится «8» октября 2004 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета К212.051.05 по присуждению ученой степени кандидата педагогических наук в Дагестанском государственном педагогическом университете по адресу: 367013, г. Махачкала, пр. Гамидова, 17.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Дагестанского государственного педагогического университета (г. Махачкала, ул. М.Ярагского, 57).

Автореферат разослан «4» сентября 2004 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат педагогических наук,
профессор



З.А.Магомеддибирова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

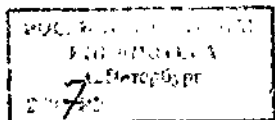
Актуальность проблемы. Одной из важнейших задач, стоящих перед средней общеобразовательной школой, является задача усвоения учащимися определенной системы математических знаний, умений и навыков. Однако сведение всей проблемы математического образования школ к передаче учащимся определенной суммы знаний и навыков неправомерно ограничивало бы роль математики в общей системе образования, ведь «важнейшая задача цивилизации - научить человека мыслить» (Т.Эдисон). Поэтому на современном этапе школа должна готовить творчески мыслящих выпускников. Несомненно, что в процессе усвоения математических знаний (фактов, теорем, закономерностей, доказательств и т.п.), решения значительного числа упражнений и задач у учащихся развиваются мышление и математические способности. При этом раскрываются взаимосвязи как внутриспредметно - двусторонние, так и межпредметно - многосторонние.

Однако, только традиционными средствами, к которым многие школы адаптировались, достижение цели математического развития учащихся в той мере, в какой требуется в современных условиях реорганизации среднего математического образования, не может быть обеспечено. Поэтому для повышения результативности обучения учащихся следует не только модернизировать традиционные методические подходы, но и необходимо разрабатывать новые методы обучения, средства и принципы, присущие математике и ее преподаванию и эффективно влияющие на формирование у учащихся исследовательских умений. На это указывает ряд исследователей (философов, психологов, педагогов, в частности М.И.Билалов, В.В.Давыдов и др.)

Впервые идею внесения исследовательского метода в школьный учебный процесс выдвинул и обосновал известный русский просветитель Н.И.Новиков. В дальнейшем проблемами развития творческих способностей и исследовательских умений учащихся занимались многие известные педагоги и психологи (Я.И.Груденов В.В.Давыдов, В.В.Краевский, И.Я.Лернер, А.М.Матюшкин, М.И.Махмутов, М.Н.Скаткин, Н.Ф.Талызина и др.).

Общим аспектам формирования различных приемов математической исследовательской деятельности учащихся посвящены работы таких известных ученых, как В.Г.Болтянского, Б.В.Гнеденко, В.А.Гусева, А.Н.Колмогорова, Ю.М.Колягина, Л.Д.Кудрявцева, А.И.Маркушевича, Д.Пойа, Л.М.Фридмана и др.

В диссертационных исследованиях недавнего прошлого решались проблемы математического обучения, в основном связанные с вопросами организации исследовательской работы учащихся по математике под ру-



ководством учителя, то есть в репродуктивной концепции образования (например, В.И.Андреев, Б.А.Викол, Н.А.Добровольская).

Однако в последние годы наметился переход от такой концепции к активной деятельности построению обучения в концепции совместной продуктивной деятельности, когда каждый учащийся выступает ее субъектом, а знания приобретают для него личностный смысл (И.Б.Ольбинский).

Нам представляется очень важным начинать формирование исследовательских умений в начальной школе (что реализовано в методиках Занкова, Эльконина и Давыдова), целенаправленно их развивать в 7-9 классах. А в старших классах такая работа при соответствующей методике получит природное продолжение. Многолетний опыт участия соискателя в организации проведения и анализе творческих работ учащихся средних школ на республиканских олимпиадах по математике и конкурсах юных «Шаг в будущее» подтверждает наш вывод о недостаточном уровне владения учащимися исследовательскими навыками, даже судя по лучшим из них при явно высокой мотивации и интересу к предмету. Как было указано выше, расхождение между необходимостью формирования у учащихся 7-9 классов исследовательских умений, с одной стороны, и неразработанностью методических основ такой работы, с другой, приводит к актуализации формирования исследовательских умений у учащихся.

Таким образом, **актуальность темы исследования** состоит в теоретическом обосновании методических и технологических основ формирования у учащихся 7-9 классов исследовательских умений, разработке системы упражнений совершенствования практики формирования у них таких умений.

Проблема исследования заключается в выявлении и раскрытии внутренней сущности реализации приемов и средств в учебно-исследовательском процессе и разработке методических основ их применения в учебно-исследовательской деятельности, эффективно влияющих на формирование у учащихся 7-9 классов исследовательских умений.

Объект исследования – процесс обучения математике в общеобразовательной основной школе.

Предмет исследования – процесс формирования исследовательских умений у учащихся 7-9 классов на основе применения приемов ограничения и обобщения при обучении математике.

Цель исследования – разработка методики формирования исследовательских умений у учащихся 7-9 классов на основе применения приемов ограничения и обобщения при обучении математике.

Гипотеза исследования – если разработать систему упражнений и методику их выполнения, используя приемы ограничения и обобщения как средство реализации этой системы в основной школе при обучении математике, то у учащихся формируются исследовательские умения и повысится качество их знаний.

Проблема, цель, объект, предмет и гипотеза исследования обуславливают его **задачи**:

- провести анализ состояния теории и практики формирования учебно-исследовательских умений у учащихся при обучении математике в контексте темы исследования;
- выявить и раскрыть взаимосвязь приемов ограничения и обобщения в системе методических средств учебно-исследовательского процесса;
- теоретически обосновать роль приемов ограничения и обобщения при формировании у учащихся исследовательских умений;
- разработать тренировочный материал и методику его реализации с целью формирования у учащихся 7-9 классов исследовательских умений;
- экспериментально проверить эффективность разработанной методики.

Методологическими основами исследования послужили работы по:

- психолого-педагогической теории учебной деятельности и развивающего обучения отечественных ученых (Л.С.Выготский, П.Я.Гальперин, В.В.Давыдов, И.Я.Лернер, Л.Н.Рогожин, Н.Ф.Талызина, Д.Б.Эльконин и др.);
- философско-психологической теории познания и анализа мыслительной деятельности учащихся при решении математических задач (Н.Г.Алексеев, Н.Н.Брушлинский, Е.Н.Кабанова-Меллер, В.А.Крутецкий, С.Л.Рубинштейн, К.А.Славская, Л.Л.Турова, Л.М.Фридман и др.);
- частично-дидактическим и методическим основам решения задач (Я.И.Грудетнов, В.А.Гусев, Ю.М.Колягин, Г.Л.Луканкин, Д.Пойа, П.М.Эрдниев и др.)

Методами исследования послужили: научный анализ философской, психолого-педагогической и методической литературы, учебников и учебных пособий, диссертационных исследований по проблеме исследования; эмпирические опросные методы анкетирования учителей математики и тестирования учащихся 7-9 классов, а также анализа работ учащихся на городских (районных) и республиканских олимпиадах и рефератов на научном конкурсе «Шаг в будущее»; экспериментальные мето-

ды (констатирующий, поисковый и формирующий), а также обобщение собственного педагогического опыта.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

- выявлена и раскрыта взаимосвязь приемов ограничения и обобщения и их роль в учебно-исследовательском процессе при обучении математике в 7-9 классах;
- разработана методика применения приемов ограничения и обобщения при формировании исследовательских умений у учащихся 7-9 классов (программа, учебно-тренировочный материал, методические рекомендации).

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что:

- результаты исследования служат в определенной мере основой дальнейших аналогичных работ (теоретического и практического характера) по другим учебным дисциплинам общеобразовательной школы;
- раскрыта сущность формирования у учащихся исследовательских умений на основе применения приемов ограничения и обобщения.

На защиту выносятся следующие положения:

- обоснована необходимость использования приемов ограничения и обобщения как средства формирования у учащихся исследовательских умений;
- разработана система упражнений по формированию у учащихся 7-9 классов исследовательских умений при обучении математике и методика ее реализации.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанные автором программа и учебно-тренировочный материал по формированию у учащихся исследовательских умений при обучении математике могут быть использованы в преподавании обязательных и факультативных курсов математики в общеобразовательных школах, а также гимназиях, лицеях, колледжах и соответственно трансформированы в высших учебных педагогических заведениях в качестве спецкурсов и семинаров, направленных на подготовку студентов, как будущих учителей, к проведению учебно-исследовательской работы в общеобразовательном учреждении и продуктивной подготовке школьников к математическим олимпиадам и научному конкурсу «Шаг в будущее».

Результаты исследований докладывались на международной конференции к 70-летию юбилею МПГУ (Москва, 2000 г.), на всероссийской научно-практической конференции «Проблемы регионального компонента в образовании: поиск и решения» (Махачкала, 2001 г.), на республиканской научно-практической конференции «Совершенствование качества знаний

учащихся» (г. Махачкала, 2002 г.), на ежегодных научных сессиях и семинарах учителей математики в Дагестанском институте повышения квалификации педагогических кадров (ДИПКПК, г. Махачкала) и др.

Апробация и внедрение выдвинутых в исследовании положений, методических рекомендаций осуществлялись в ходе экспериментальной проверки, которая проводилась в 7-9 классах СШ №№ 11, 18, 34 и др., лицеях №№ 38, 39 г. Махачкалы РД и на занятиях с учителями математики – слушателями курсов в Дагестанском институте повышения квалификации педагогических кадров 1985-2003 гг.

По исследуемой проблеме опубликованы 8 печатных работ.

Диссертация состоит из введения, двух глав, педагогического эксперимента, заключения, списка литературы и приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во *«Введении»* определяются актуальность проблемы исследования, его научная новизна, теоретическая и практическая значимость, формулируются гипотеза и положения, выносимые на защиту.

В первой главе *«Применение частно-дидактических принципов в учебно-исследовательском процессе как проблема школьного математического образования»* рассматриваются система частно-дидактических средств и один из возможных путей их реализации в учебном процессе общеобразовательной школы. Четко выявлены взаимосвязь приемов ограничения и обобщения, их доминирующая роль в исследуемой теме, и каким образом учитель сможет организовать условия успешного применения этих приемов в исследовательском методе обучения учащихся 7-9 классов математике.

Как при составлении, так и при решении задач учащиеся должны внимательно изучить функциональные структуры условий, которые иногда заслоняются фабулой. Поэтому следует, изучая каждое понятие, отношение, пытаться раскрывать различные стороны, не допуская однообразия в тривиальных вещах. Выработка таких умений у учащихся способствует развитию их математического стиля мышления и исследовательских умений.

Поэтому мы старались приспособить обучение к индивидуальным способностям каждого ученика – хорошего, среднего и слабого. Развитию *математического стиля* мышления способствуют нестандартность, отсутствие стереотипности, недопущение многократных повторений тривиальностей в упражнениях и задачах.

Познавательная и творческая активность учащихся зависит от ряда факторов (субъективных и объективных), что во многом обусловлено

профессиональной и методической подготовленностью учителя-педагога, его интеллектуальным и нравственным обликом, способностью быстро реагировать, адаптироваться к изменяющимся условиям, требованиям жизни и развивающейся науки сегодняшнего дня. То есть учитель должен относиться к своей работе творчески, постоянно пополнять, совершенствовать свои знания и искусство преподавания, без которых невозможно рассчитывать на сколько-нибудь удовлетворительное обучение учащихся в современной школе. В противном случае, как утверждает Д.Пойа, учитель не сможет «... вдохновить, руководить, помочь или даже распознать творческую активность своих учеников».

Любая форма обучения призвана научить учащихся умению оперировать понятиями, уточнять их и находить между ними связи и отношения. Одними из основных компонентов учебного процесса в школе являются принципы систематичности и доступности. В соответствии с целями и задачами обучения учащихся математике в учебный процесс включается какая-то определенная часть науки математики, представляющая собой содержание учебной дисциплины. Необходимость такого *выделения* и *ограничения* исходит главным образом из четырех условий:

- последовательности и полезности такого содержания в школе;
- соответствия его определенным принципам и закономерностям;
- установления причин и следствия;
- практического его применения и развития.

Многолетний опыт работы в общеобразовательных учреждениях, изучение и анализ учебной и научно-методической литературы позволяют нам выдвинуть в качестве предположения идею о необходимости выделения приемов ограничения при обучении математике как средство реализации принципов системности и доступности, хотя отдельные исследователи рассматривают такой подход как реализацию только принципа доступности обучения. Во многих случаях прием ограничения рассматривается и как мыслительный процесс, и как метод.

Процесс развития ребенка и познания им окружающего мира является ограничительным. Действительно, как утверждал А.С.Макаренко, мы с первых же шагов стремимся воспитывать ребенка так, чтобы в нем выработалось чувство меры, условные рефлексы – «тормоза» вредным привычкам, желаниям его возраста. Говоря житейским языком, человек, являясь членом общества и среды, находится в ограничительной ситуации: в жизни он должен соблюдать правила общегития, установленные нормами трудового и другого законодательства и т.п.

Обучение ребенка математике на начальной стадии начинается с изучения единичного, отдельных элементов, частей, рассматриваемых предметов и явлений – понятий, то есть сведением сложного к простому.

Представляя ограничение как логическое понятие, мы тем самым переходим к мыслительному процессу формирования у учащихся нового понятия как уменьшение объема рассматриваемого понятия.

Некоторые педагоги, математики-методисты отождествляют понятия «ограничения», «конкретизация», «специализация». Однако понятие «ограничение» - более емкое, чем «конкретизация» и «специализация».

Прием *обобщения* основан на научном методе генерализации: «С помощью этого метода, - подчеркивает С.И.Архангельский, - исследователь выделяет главные (генеральные) признаки, условия изучаемого явления, процесса, объекта. Метод генерализации допускает усиление наиболее характерных признаков исследуемого объекта, подчеркивание их роли и значения». Ещё Пифагор говорил, что первоосновой подлинного знания (в нашем понимании - научного знания) является сведение множества к единому, то есть введение в научную теорию обобщающих, доказательных категорий и средств обобщения.

В учебной практике обобщение также выступает как понятие логики и поэтому представляет собой мыслительный процесс. «Обобщение, - поясняется в «Методике преподавания математики» (А.Я.Блох и др.), - это мысленное выделение, фиксирование каких-нибудь общих существенных свойств, принадлежащих только данному классу предметов или явлений».

В процессе обучения важно научить учащихся видеть единое общее в функциональных связях понятий и их отношений, проводить обобщающие рассуждения.

Обобщением называется метод образования новых понятий, отношений через абстракцию путем выделения характеристических признаков, присущих рассматриваемому множеству вещей.

Всякое знание появляется через изучение единичного и переход к общему, затем через обратный переход от общего к единичному.

В методическом аспекте ограничение и обобщение вполне могут претендовать на роль принципов. Однако с дидактической точки зрения мы рассматриваем их как приемы мышления.

Методы познавательной деятельности являются необходимыми составными компонентами приемов ограничения и обобщения, поэтому мы эффективно применяли их в процессе своей работы на классных и внеклассных занятиях. В этой связи представляет большую методическую ценность исследование вопросов не только взаимосвязи приемов ограничения и обобщения, но и различных видов их проявлений в учебном процессе, при обучении учащихся приемам пользования ими.

В школьном курсе математики учащиеся на каждом шагу занимаются переходом от понятий большого объема к понятиям меньшего объема путем увеличения содержания. При переходе от рассмотрения данного

класса фигур к рассмотрению какого-либо его подкласса различают несколько видов ограничений.

1. Вводя некоторые существенные признаки, мы выделяем из родового понятия видовое отличие с сохранением «характеристической переменной n ». Например, из всех n -угольников выделяем правильные n -угольники. Или из всех прямоугольников выделяем правильные прямоугольники. (Выделяя частные виды параллелограмма (ромб, прямоугольник, квадрат), мы имеем дело с тем же видом ограничений).
2. Можно заняться более глубоким ограничением, при котором характеристическую переменную заменяют конкретным числом. Например, из всех правильных n -угольников выделяем правильный треугольник или четырехугольник.
3. Иногда приходится иметь дело с таким ограничением, когда от класса образов переходим к одному его представителю, или некоторому конечному числу их. Так, например, желая изучить некоторые свойства целых или простых чисел, рассматриваем свойства нескольких элементов соответствующих множеств.

Операция обобщения в математике также имеет различные виды:

1. Замена характеристической постоянной характеристической переменной или большей по величине характеристической постоянной. Например, переход от рассмотрения треугольников к рассмотрению многоугольников с произвольным числом сторон. Можно перейти от рассмотрения треугольников к рассмотрению четырехугольников.
2. Отбрасывание условий, суживающих процесс операций (математические действия, преобразования, построения). Примером может служить переход от рассмотрения целых чисел к рассмотрению дробных чисел.
3. Может быть такое обобщение, когда мы переходим от одного или нескольких представителей какого-либо класса ко всему классу образов.

Операции ограничения и обобщения взаимообусловлены. При решении геометрических задач любого вида (теоремы, задачи на построение и на вычисление) могут быть поставлены определенные ограничения. Выбор средств решения будет зависеть от условий и требований, предъявляемых к решающему. Иногда бывает весьма целесообразно сузить круг средств, то есть запретить учащемуся временно пользоваться некоторыми из известных ему средств. Учащийся, поставленный в такие ограничительные условия, старается найти выход из создавшегося положения и поэтому вынужден работать творчески. Решение задач с ограничениями

в выборе средств вызывает большой интерес у учащихся, благотворно отражается на развитии их творческих способностей. Под средствами, с помощью которых решают задачи, мы подразумеваем:

- тот или иной курс школьной математики;
- отдельный раздел той или иной математической теории;
- различные теоремы;
- методы доказательств (решений задач);
- чертежные инструменты;
- геодезические приборы;
- прочие средства.

Ограничить учащегося, решающего задачу, в выборе средств – это значит не допускать пользования какой-либо теоремой, тем или иным разделом курса, каким-либо методом рассуждения, дополнительными построениями, частью инструментов, непосредственными измерениями и вычислениями, частью представляемых возможностей какого-либо инструмента или прибора, произвольными размерами чертежа и др.

Сузив круг математических предложений, поставив тем самым решающего в ограничительные ситуации, мы тем самым повышаем активность, создаем напряжение творческих способностей человека. Такая постановка вопроса дает учителю возможность развить учащихся в нужном направлении, приучая их, например, к поискам красивого и сильного решения предложенной задачи.

При решении геометрических задач учитель может налагать различные ограничения с целью или облегчить решение данной задачи, или усложнить и тем самым направить учащихся в нужную сторону. При использовании наиболее общих методов доказательства теорем учитель должен направлять учащихся в разумном выборе этих методов.

Проиллюстрируем эти мысли на примерах.

Задача (8 кл.). Две окружности равных радиусов r касаются внешним образом в точке K . В одной из них проведена хорда KA , а в другой хорда KB , перпендикулярная к первой. Определить длину отрезка AB .

Учитель говорит учащимся, что экономное решение можно получить с помощью центральной симметрии (т.е. осуществляет поиск в форме, ограничивающей поле выбора методов и приемов решения данной задачи).

Задача (8 кл.). Решить уравнение $x^2 + \frac{4x^2}{(2+x)^2} = 5$.

При решении этого уравнения учитель направляет учащихся на рационализирующий метод – выделение полного квадрата.

В старших классах школы намеренные ограничения в выборе средств могут делаться с той целью, чтобы усилить замысел несложной

задачи. Такая работа может проводиться с целью развития наиболее сильных учащихся. Предлагая задачу всему классу для решения, можно некоторых сильных учащихся ограничить в выборе средств. Ограничения в выборе средств, при такой постановке цели представляют собой операцию для «упражнения ума». Учитель так же может поставить перед отдельными учащимися условие – найти возможные обобщения данной задачи.

Усиливается методика развития умений в построении обобщающих рассуждений, в абстрагировании на более высоком уровне.

В процессе обучения важно научить видеть единое общее в функциональных связях понятий и их отношений, уметь проводить обобщающие рассуждения.

Обобщение – это один из основных мыслительных процессов получения новых знаний о действительности. Приведем пример на обобщение через индукцию.

Задача (9 кл.). 1) Доказать, что всякую трапецию можно разбить на 4 и более четырехугольников, вписываемых в окружность.

Решение. Если трапеция равнобокая, то ее можно разбить на любое число трапеций, вписываемых в окружность, причем все они являются равнобокими и получаются разбиением ее прямыми, параллельными основаниям.

Пусть трапеция ABCD не равнобокая и $AB > CD$. Тогда от данной трапеции всегда можно отсечь равнобокую трапецию A_1BCD ($A_1B = CD$) (вписывается в окружность).

Треугольник ABA_1 разбивается на 3 четырехугольника, вписываемых в окружность. Достаточно из центра окружности, вписанной в $\triangle ABA_1$, опустить отрезки перпендикуляров на его стороны.

Следовательно, трапецию можно разбить на любое число m ($m \geq 4$) четырехугольников, вписываемых в окружность.

2) Доказать, что всякий выпуклый четырехугольник можно разбить на 6 и более четырехугольников, вписываемых в окружность.

3) (обобщающий случай). Доказать, что всякий выпуклый n -угольник можно разбить на $3(n-2)$ и более четырехугольников, вписываемых в окружность.

Во второй главе «Методика формирования исследовательских умений на основе применения приемов ограничения и обобщения у учащихся основной общеобразовательной школы в процессе обучения математике» рассмотрен вопрос организации творческой работы учащихся, установлено, что основным средством формирования исследовательских умений у учащихся с помощью приемов ограничения

и обобщения выступает их математическое содержание — экспериментально-тренировочный материал и методика его применения.

Любая исследовательская деятельность является творческой, т.к. конечным итогом является объективно новый результат. При этом мы исходили из сформулированных В.А.Гусевым трех этапов творческой деятельности, рассматривая их с общих философских позиций:

- этапа постановки проблемы;
- этапа принципиального решения проблемы, в ходе которого должен быть найден «ключ» к решению задачи;
- этапа реализации принципиального решения проблемы.

На основе этих трех этапов выявляются умения:

- устанавливать связи между полученными связями, которые, в конечном счете, и приводят к решению данной задачи;
- оценки полноты и непротиворечивости системы связей;
- построения структурного графа проведенного исследования.

В нашей трактовке элемент задачи — это те геометрические фигуры и основные отношения, которые входят в текст задачи (основных отношений всего четыре: равенство, подобие, параллельность и перпендикулярность). Такой подход позволяет различать задачи по числу входящих в них элементов. При этом важно отдельно выделить неизвестные элементы задачи (на первых порах их можно подчеркивать).

Процесс поиска свойств фигур носит эвристический характер и происходит, как правило, на интуитивном уровне. На первом этапе исследователь выбирает свойства произвольно из набора всех известных ему свойств, а, накопив определенный опыт в решении задач, начинает выбирать те, которые ему представляются наиболее полезными для достижения цели. При этом может случиться, что некоторые свойства, обнаруженные исследователем, оказываются в дальнейшем "неработающими", ненужными. Время и усилия затрачиваются впустую, но, к сожалению, не существует безотказного метода, позволяющего выделить только необходимые для решения свойства, так же как не существует безотказного метода, всегда приводящего к решению задачи.

Это умение тесно связано с рассмотренными приемами "синтез" и "анализ". Авторы многих пособий хотят, чтобы ученики на этом этапе не шли "слепым синтезом". Они предлагают, чтобы выделение известных им фактов (свойств выделенных фигур) подчинялось какой-либо форме анализа, который диктуется требованием данной задачи. Это, безусловно, хорошее желание, но на первых стадиях обучения решению задач оно для многих учащихся не срабатывает. Приходится утверждать, что уровень математического мышления довольно большого числа учащихся не позволяет им далеко уйти от "слепого синтеза" — перебора всех возможных свойств фигур. Представляется, что это совсем не портит эф-

фекта процесса обучения математике для такой группы учащихся, так как они заняты полезной деятельностью.

При решении задач на доказательство часто приходится делать дополнительные построения. Прежде чем выбрать те или иные построения, мы предварительно стараемся проанализировать задачу. Но бывает и так, что предварительный анализ не наталкивает нас на какой-либо целесообразный выбор дополнительного построения, тогда мы пробуем использовать несколько видов наиболее часто встречаемых дополнительных построений (проведение параллельных, проведение перпендикуляров, достраивание данной фигуры до фигуры другого вида, продолжение отрезков на определенную длину, пристраивание вспомогательных углов и др.). Когда мы говорим об ограничениях в выборе дополнительных построений, то это может вызвать некоторое недоумение: не сковываем ли мы тем самым учащихся? Более подробно анализируем вопросы ограничения в выборе промежуточных и дополнительных построений и выводов обобщающего характера некоторых дополнительных построений.

Напротив, мы активизируем класс, так как подразумеваем так называемые временные ограничения с большим числом их вариантов, которые усиливают мыслительные процессы учащихся, приучают их подходить к каждому вопросу с разных сторон.

Задача. Обратимся к известной задаче деления отрезка на n равных частей. Обычное решение этой задачи проводится с помощью построения ряда параллельных прямых. Зададимся вопросом: можно ли решить эту задачу, не проводя параллельных? (Ответ положительный, и в диссертации приводятся 5 способов ее решения.)

Педагогический эксперимент, цель которого состояла в выявлении возможностей проведения целенаправленной работы по формированию у учащихся 7-9 классов исследовательских умений при обучении решению математических задач, проводился с 1998 по 2003 гг.

Цель первого этапа (1998/1999 учебный год) состояла в получении данных, которые позволили бы, во-первых, установить, проводится ли при изучении школьного курса математики целенаправленная работа по обучению школьников исследовательским умениям, во-вторых, проверить, формируются ли у учащихся указанные умения. Эти данные, результаты анализа психолого-педагогической и методической литературы, нашего опыта работы в школе послужили основой для выдвижения гипотезы исследования.

На втором этапе (1999/2000–2001/2002 учебные годы) осуществлялся поиск путей и средств решения проблемы исследования и разработки экспериментальных материалов, которые были направлены на формиро-

ванне у учащихся исследовательских умений. Результатом этапа было уточнение гипотезы исследования.

Третий, завершающий этап работы (2002/2003 учебный год), состоял в проверке гипотезы. Выяснить, действительно ли разработанные нами материалы, основанные на применении приемов ограничения и обобщения при обучении решению математических задач, и соответствующая методика работы позволяют формировать у учащихся 7-9 классов исследовательские умения и повышать качество их знаний.

Для установления сформированности у учащихся указанных умений нами разработаны следующие критерии:

- выполнение учащимися записи оператора и требование задачи в символической форме;
- построение чертежа, выделение фигур, подпадающих под данный элемент задачи;
- выбор учащимся соответствующих теоретических знаний, необходимых для решения задач (проверка сформированности этого умения осуществлялась числом правильно реализованных операций);
- анализ уже выделенных фигур и их свойств (как правило, они выступают в качестве подзадач), соотнесение их с требованием задачи.

Понимание принципа действия связей и механизма их становления является основой выражения осознанности знаний. Поэтому в качестве критерия осознанности мы рассматривали умения учащихся обосновать выбор видов знаний и взаимосвязи между ними.

С целью выявления сформированности у учащихся приемов решения задач, осознанности реализации учащимися связи между знаниями в процессе решения задач, им были предложены две контрольные работы (9 кл.). Каждая контрольная работа содержала по три задания. Следует отметить, что анализу подвергались результаты тех учащихся, которые успешно выполнили тестовые задания, где проверялись знания ими соответствующего теоретического материала.

Экспериментом было охвачено 175 учащихся СШ №11, 18, 34 и др., лицеев №38, 39 г.Махачкалы РД. В контрольной группе участвовали 154 учащихся тех же школ и лицеев.

Результаты итоговой контрольной работы отражены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Группа	Количество учащихся	Успеваемость (оц. 3, 4 и 5)	Качество (оц. 4 и 5)
Экспериментальная	175	74%	41%
Контрольная	154	59%	26%

Таблица 2

Группа	Количество учащихся	Количество учащихся, получивших оценки				Обозначения
		«2»	«3»	«4»	«5»	
Экспериментальная	175	47	50	50	28	m_i
Контрольная	154	63	51	26	14	m_i

Средние значения баллов в группах вычислялись по формуле:

$$\bar{X} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{n}, \quad n = m_1 + m_2 + \dots + m_k.$$

Средние баллы в экспериментальной и контрольной группах равны:

$$\bar{X}_e = \frac{47 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 50 \cdot 4 + 28 \cdot 5}{175} = \frac{584}{175} = 3,3,$$

$$\bar{X}_k = \frac{63 \cdot 2 + 51 \cdot 3 + 26 \cdot 4 + 14 \cdot 5}{154} = \frac{453}{154} = 2,94.$$

Средние квадратические отклонения оценок в группах вычислялись по формуле:

$$S_e^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x}_e)^2} = \sqrt{\frac{189,3}{175}} = \sqrt{1,082} = 1,04,$$

$$S_k^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x}_k)^2} = \sqrt{\frac{142,4}{154}} = \sqrt{0,93} = 0,96.$$

Доверительная оценка среднего балла с надежностью ρ вычислялась по формуле:

$$|\bar{x} - a| < t(\rho, n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n-1}}.$$

Значения множителя $t(\rho, n-1)$ нашли из таблицы, составленной с помощью распределения Стьюдента, т.е. распределение вероятностей отношения: $\frac{(\bar{x} - a)\sqrt{n-1}}{S^*}$, значение $t = t(\rho, k)$ определены так, что

$$P\left(\left|\frac{\bar{x} - a}{S^* \sqrt{n-1}}\right| < t\right) = \rho.$$

При доверительной вероятности $\rho = 0,90$ получаем:

а) в экспериментальной группе

$$|a_3 - \bar{x}_3| < \varepsilon_3 = t(0,90; 174) \cdot \frac{S_3^*}{\sqrt{174}} \approx 1,645 \cdot \frac{1,04}{13,2} \approx \frac{1,71}{13,2} \approx 0,13;$$

б) в контрольной группе

$$|a_k - \bar{x}_k| < \varepsilon_k = t(0,90; 154) \cdot \frac{S_k^*}{\sqrt{154}} \approx 1,645 \cdot \frac{0,96}{12,4} \approx \frac{1,58}{12,4} \approx 0,13.$$

Доверительный интервал для точной оценки среднего балла a_3 в экспериментальной группе – это интервал

$$(\bar{x}_3 - \varepsilon_3, \bar{x}_3 + \varepsilon_3) = (3,3 - 0,13; 3,3 + 0,13) = (3,17; 3,43).$$

Доверительный интервал для точной оценки среднего балла a_k в контрольной группе таков:

$$(\bar{x}_k - \varepsilon_k, \bar{x}_k + \varepsilon_k) = (2,94 - 0,13; 2,94 + 0,13) = (2,81; 3,07).$$

Отсюда следует, что $a_3 > a_k$, тем самым подтверждается верность выдвинутой гипотезы.

Результаты количественного и качественного анализа данных экспериментальной работы дали возможность утверждать следующее:

- в экспериментальных классах число учащихся, правильно реализующих приемы решения задач, увеличивается по сравнению с контрольными классами. В основном эти изменения проявляются в увеличении количества учащихся, правильно реализовавших 3 и 4 приема решения задач;
- в экспериментальных классах, по сравнению с контрольными, увеличивается количество учащихся, осознанно реализующих взаимосвязи между видами знаний (44%), а значит, количество учащихся, у которых формируются исследовательские умения.
- разработанная методика формирования исследовательских умений у учащихся 7-9 классов общеобразовательной школы, включающую программу и экспериментально-тренировочный материал, дает положительный эффект;
- достоверность выдвинутой гипотезы, возможность реализации методики целенаправленного формирования у учащихся 7-9 классов общеобразовательной школы исследовательских умений на основе применения приемов ограничения и обобщения подтверждается;
- содержание исследования может служить ориентировочным методическим пособием для учителей математики общеобразовательных

учреждений по формированию у учащихся 7-9 классов исследовательских умений.

Таким образом, все задачи, поставленные в диссертационном исследовании, разрешены.

По материалам диссертации опубликованы 8 работ.

1. Мирзаев С.М. *Обратные тригонометрические функции*. – Махачкала: ДИПКПК, 2001. – 25 с. (в соавторстве с Н.Ш.Загировым и Э.И.Эфендиевым).

2. Мирзаев С.М. *Положительный опыт подготовки коллективов республики по разработке новых и исследованию традиционных эффективных технологий и систем образования по математике//Тезисы научно-методической сессии*. – Махачкала: ДИПКПК, 2000. – С.115-116.

3. Мирзаев С.М. *Принципы и средства развития творчества учащихся по математике*. – Махачкала: ДИПКПК, 2001. – 64 с. (в соавторстве с П.К.Магомедбековым и И.М.Челябовым).

4. Мирзаев С.М. *Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств*. – Махачкала: ДИПКПК, 2001. – 34 с. (в соавторстве с Н.Ш.Загировым и Э.И.Эфендиевым).

5. Мирзаев С.М. *Роль принципов ограничения и обобщения в деле повышения творческой активности учащихся при обучении математике в образовательном учреждении// Тезисы научно-методической сессии*. – Махачкала: ДИПКПК, 2002. – С.107-110. (в соавторстве с И.М.Челябовым).

6. Мирзаев С.М. *Средства обучения в началах анализа*. – Махачкала: ДИПКПК, 2002. – 144 с. (в соавторстве с Н.Ш.Загировым, Э.И.Эфендиевым и И.М.Челябовым).

7. Мирзаев С.М. *Задачи с параметрами как средство привлечения учащихся к исследовательской работе // Тезисы научно-практической конференции*. – Махачкала: ДИПКПК, 2002. – С.51-53. (в соавторстве с Н.Ш.Загировым и Э.И.Эфендиевым).

8. Мирзаев С.М. *Обобщающий урок по теме «Обратные функции» при дифференцированном обучении в инновационных учреждениях// Тезисы научно-практической конференции*. – Махачкала: ДИПКПК, 2002. – С.53-55.

Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офисная. Гарнитура «Antiqua».
Печать ризографная. Объем 1,2 п.л. Тираж 100 экз.

Изд. ДГПУ: 367035, Махачкала, ул. Ярагского, 57.

РНБ Русский фонд

2007-4

16559

17 СЕН 2007