На правах рукописи

Евлампиева Наталья Викторовна

УПРУГОЕ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ДИСПЕРСНЫХ КОМПОЗИТОВ С РАЗРЕЖЕННОЙ СЛУЧАЙНОЙ СТРУКТУРОЙ

01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь -2004

Работа выполнена на кафедре механики композиционных материалов и конструкций Пермского государственного технического университета

Научные руководители: доктор физико-математических наук, профессор АА. Ташкинов

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор Н.А. Труфанов

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник СВ. Мельников

Ведущая организация: Самарский государственный университет

Защита диссертации состоится 19 февраля 2004 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д.004.012.01 в Институте механики сплошных сред УрО РАН по адресу: 614013, г.Пермь, ул. Академика Королева. 1.

С диссертацией можно ознакомится в библиотеке Института механики сплошных сред УрО РАН

Автореферат разослан «16» января 2004 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор технических наук И.К. Березин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы.

Научно-технический прогресс в различных областях промышленности в последнее время невозможен без создания новых композиционных материалов. Все большее распространение получают конструкционные и функциональные композиционные материалы различной структуры. Значительное место среди них приобретают матричные композиты, которые представляют собой структурно-неоднородные системы, состоящие из включений, случайно расположенных в матрице. Эти материалы обладают уникальными физико-механическими свойствами, превосходящими многие традиционные материалы, характеризуются сложным механическим поведением, которое обусловлено различными по природе обратимыми и необратимыми структурными изменениями, происходящими при деформировании. В связи с этим возникает необходимость в исследовании прочностных характеристик и изучении зависимости макроскопических свойств микронеоднородных материалов от свойств их компонентов.

Требования оптимального проектирования, сокращения времени и материальных затрат на экспериментальную отработку новых композитных конструкций определяют интерес к созданию и совершенствованию методов прогнозирования физико-механических свойств микронеоднородных материалов и расчета изделий из них.

К числу актуальных направлений исследований при этом относится разработка моделей механики неоднородных сред, учитывающих особенности реальной структуры композиционных материалов, процессы нелинейного деформирования, появление и развитие областей разрушения в структуре микронеоднородных материалов задолго до полного разрушения конструкций.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с научно-технической программой Минобразования России "Научные исследования высшей школы по приоритетным направлениям науки и техники" 205.01.01.022, грантами Минобразования России Т00-Ч5.8-1727 и Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ 01-01-96488, проект РФФИ 03-01-00394), планами НИР Пермского государственного технического университета.

Целью работы является исследование случайных полей структурных напряжений и деформаций двухфазного композиционного материала с учетом свойств и геометрии компонентов структуры, а также разработка многоточечного приближенного метода решения нелинейной краевой задачи механики композитов со случайной структурой, получение новых численных результатов в стохастических задачах для упругих и упругопластических композитов. В ходе решения поставленной задачи производится моделирование фрагмента разреженной структуры, построение ее статистического описания, анализ полей деформаций и напряжений на уровне элементов структуры.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Разработана новая методика компьютерного синтеза разреженной структуры с разориентированными эллипсоидальными включениями.
2. Впервые для разреженных структур композитов построены и исследованы моментные функции второго и третьего порядков модуля упругости микронеоднородной среды, предложены новые аналитические выражения для их аппроксимации.
3. На основе решения стохастической краевой задачи теории упругости разработана методика вычисления средних значений, условных и безусловных бинарных корреляционных моментов полей деформирования.
4. Получены новые численные результаты для статистических характеристик полей деформирования в композиционных материалах, состоящих из сферических и эллипсоидальных полых включений равного размера.
5. С учетом реального вида моментных функций разреженных структур получено новое приближенное решение краевой задачи механики упругопластических композитов.
6. Впервые рассчитаны условные и безусловные дисперсии структурных деформаций и напряжений в упругопластическом композите.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечивается строгостью постановок задач, использованием классических моделей и методов механики деформируемого тела для их решения. Содержащиеся в работе положения и выводы подтверждены реализацией решений поставленных в диссертации краевых задач и сравнением для некоторых частных случаев результатов работы с известными приближенными результатами и экспериментальными данными других авторов.

Практическая ценность. Результаты диссертационной работы, отраженные в математических моделях, методах, алгоритмах и разработанных пакетах программ могут использоваться в практике научно-исследовательских и проектно-конструкторских организаций, при разработке новых композиционных материалов и применяются для анализа деформирования и разрушения композитов матричного типа, в том числе пористых материалов.

Теоретические разработки диссертации используются в спецкурсах "Моделирование процессов деформирования и разрушения композитов" и "Исследование структуры и свойств композитов", читаемых в Пермском государственном техническом университете студентам специальности 121000 - "Конструирование и производство изделий из композиционных материалов".

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались:

- на 13-й Зимней школе по механике сплошных сред, 2003 г., Пермь;
- на 12-й Международной конференции по механике композитных материалов, июнь 2002 г., Рига;

- на YIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике, 2001г., Пермь;
- на 10-й Всероссийской научно-технической школе-конференции студентов и молодых ученых «Математическое, моделирование в естественных науках», 26-29 сентября 2001 г., Пермь;
- на Областной научной, конференции молодых ученых, студентов и. аспирантов «Молодежная наука Прикамья-2000», 2000 г., Пермь;
- на Всероссийском семинаре им. С.Д. Волкова «Механика микронеоднородных материалов **и** разрушение», 2000 г., Пермь;
- на научных семинарах кафедры Механики композиционных материалов и конструкций ППУ под руководством доктора физико-математических наук, профессора Соколкина Ю.В:, 2000-2003 гг.
- на научном семинаре кафедры вычислительной математики и механики ППУ. Руководитель - профессор, доктор технических наук Труфанов Н.А., 2003 г.
- на научном семинаре кафедры динамики и прочности машин ПГТУ, руководитель - профессор, доктор технических наук Колмогоров. Г.Л., 2003 г.
- на научном семинаре кафедры математического моделирования систем и процессов ППУ, руководитель - профессор, доктор физико-математических наук Трусов П.В., 2003 г.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в одиннадцати опубликованных работах.

Структура- и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключения и списка литературы. Работа содержит 95 страниц машинописного текста, 40 рисунков, 17 таблиц. Общий объем диссертационной работы 125 странницы. Библиография включает 70 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий литературный обзор, отражающий современное состояние вопросов исследования. Сделано заключение об актуальности темы диссертационной работы. Сформулированы цели **и** задачи данной работы, полученные в ней новые научные результаты, **ее** новизна, применение и практическая ценность, приведена аннотация содержания глав диссертационной работы.

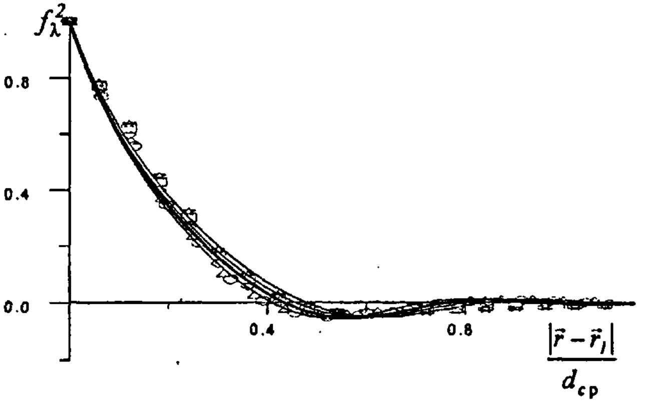
Первый раздел посвящен компьютерному синтезу и статистическому описанию структуры композита. Определена совокупность моментных функций структурных модулей упругости, необходимая для построения полного корреляционного приближения. Построены моментные функции структурных модулей упругости второго и третьего порядков. Для их описания представлена новая аппроксимирующая зависимость, которая в дальнейшем используется в решении краевых задач.

Произведен компьютерный синтез разреженных структур, состоящих из сферических включений равного радиуса в диапазоне изменения объемной доли от 0,12 до 0,30, и структур, состоящих из эллипсоидальных включений равного размера в диапазоне изменения объемной доли от 0,1 до-0,20. Фрагменты структур синтезированы по 1000 включений. Для синтезированных разреженных структур построены моментные функции 2-го и 3-го порядков. Установлено, что для синтезированных структур выполняется условие статистической макрооднородности и макроизотропности. Построенные для них моментные функции зависели лишь от расстояния между рассматриваемыми.точками. С целью выбора аппроксимирующего выражения проведен анализ моментных функций: они построены на тетрагональной и гексагональной- сетках, проводилось нормирование аргумента на величины, характеризующие свойства структуры (область статистической: зависимости, среднее расстояние между включениями, диаметр включения).

Выбраны новые, аппроксимирующие выражения для нормированных моментных функций второго и третьего порядков для структур со сферическими (1), (2) и эллипсоидальными включениями. Определены входящие в них приведенные константы *(c1* и c2), которые в дальнейшем необходимы при решении краевых задач механики композитов.

$$f_\lambda^2(|\bar r-\bar r_1|)=\exp(-c1\frac{|\bar r-\bar r_1|}{d_{cp}})\left[\cos(c2\frac{|\bar r-\bar r_1|^2}{d_{cp}^2})\right] \qquad (1)$$

$$f_\lambda^3(\bar r,\bar r_1,\bar r_2)=\exp(-c1\frac{|\bar r-\bar r_1|+|\bar r-\bar r_2|+|\bar r_1-\bar r_2|}{2d_{cp}})\left[\cos(c2\frac{|\bar r-\bar r_1|^2+|\bar r-\bar r_2|^2+|\bar r_1-\bar r_2|^2}{2d_{cp}^2})\right] \qquad (2)$$



○ △ ◊ обозначены значения нормированных корреляционных функций, построенных на реальной структуре,—— с приведенными константами

Рис.1. Аппроксимированная нормированная корреляционная функция для случайных разреженных структур со сферическими включениями (p=0,12 - 0,28), построенная на гексагональной сетке

Во втором разделе сформулирована стохастическая краевая задача теории упругости структурно-неоднородных. сред в перемещениях применительно, к двухфазным матричным композитам, состоящая из уравнений:

$$\sigma_{ij,j}(\vec{r})=0, \qquad \varepsilon_{ij}(\vec{r})=\frac{1}{2}\left(U_{i,j}(\vec{r})+U_{j,i}(\vec{r})\right),$$

$$\sigma_{ij}(\vec{r})=C_{ijkl}(\vec{r})\varepsilon_{kl}(\vec{r}), \tag{3}$$

с граничными условиями $U_i(\vec{r})\big|_\Gamma=e_{ij}r_j$, $e_{ij}=\varepsilon^*_{ij}$, где $\varepsilon^*_{ij}(\vec{r})$- однородная макродеформация.

Структурная модель материала представляет собой двухфазный композит, состоящий из матрицы и хаотически расположенных включений. Матрица является -линейно упругой; однородной и изотропной, полностью скреплена с включениями по всей их поверхности; включения — сферы или эллипсоиды равных размеров.

Поле структурных модулей упругости $C_{ijkl}(\vec{r})$ двухкомпонентного матричного композита является статистически однородным и описывается зависимостью

$$C_{ijkl}(\vec{r})=\lambda(\vec{r})C^f_{ijkl}+(1-\lambda(\vec{r}))C^m_{ijkl},$$

где C^f_{ijkl}, C^m_{ijkl} -детерминированные модули упругости соответственно включения и матрицы, $\lambda(\vec{r})$ -случайная индикаторная функция, описывающая геометрию двухфазной структуры.

Приведена общая схема решения стохастической краевой задачи в моментных функциях, заключающаяся в разложении переменных на осредненные и флуктуационные составляющие и осреднении уравнений равновесия. Решение ищется в полном корреляционном приближении с помощью функции Грина $G_{ij}(\vec{r},\vec{r}_1)$ и имеет вид

$$\frac{\partial U'_i}{\partial x_\alpha}=\int_V\frac{\partial G_{ij}(\vec{r},\vec{r}_1)}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_{1n}}\left(C'_{jnkl}(\vec{r}_1)e_{kl}\right)dV_1 \tag{4}$$

В результате получены формулы для моментов структурных деформаций и напряжений, в которые входят упругие свойства изотропных компонентов композита, параметры аппроксимирующих выражений моментных функций структурного модуля упругости и компоненты произвольно заданного тензора макродеформаций. Получены аналитические выражения для вычисления средних значений, дисперсий структурных деформаций и напряжений в компонентах пористого материала

$$M^{(\varepsilon)}_{ij\alpha\beta}=\langle\varepsilon'_{ij}(\vec{r})\varepsilon'_{\alpha\beta}(\vec{r})\rangle=\frac{1}{4}e_{mn}e_{\nu\mu}\tilde{C}_{klmn}\tilde{C}_{\gamma\theta\nu\mu}\int_V\int_V(G_{ik,j}(\vec{r},\vec{r}_1)+G_{jk,i}(\vec{r},\vec{r}_1))*$$
$$*(G_{\alpha\gamma,\beta}(\vec{r},\vec{r}_2)+G_{\beta\gamma,\alpha}(\vec{r},\vec{r}_2))\langle\lambda'(\vec{r}_1)\lambda'(\vec{r}_2)\rangle_{,l\theta}\,dV_1dV \tag{5}$$

$$M^{(\sigma)}_{ij\alpha\beta}=<\sigma'_{ij}(\vec r)\sigma'_{\alpha\beta}(\vec r)>=e_{kl}e_{\gamma\mu}\widetilde{C}_{ijkl}\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}D^2_{\lambda}+$$

$$+e_{kl}<C_{\alpha\beta\gamma\mu}>\widetilde{C}_{ijkl}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)>+e_{\gamma\mu}<C_{ijkl}>\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>+$$

$$+<C_{ijkl}><C_{\alpha\beta\gamma\mu}><\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>+$$

$$+e_{kl}\widetilde{C}_{ijkl}\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)>+e_{\gamma\mu}\widetilde{C}_{ijkl}\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>+$$

$$+<C_{ijkl}>\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>+$$

$$+<C_{\alpha\beta\gamma\mu}>\widetilde{C}_{ijkl}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>- \tag{6}$$

$$-\widetilde{C}_{ijkl}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)>\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)>+$$

$$+\widetilde{C}_{ijkl}\widetilde{C}_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{kl}(\vec r)\lambda'(\vec r)\varepsilon'_{\gamma\mu}(\vec r)>,$$

где $\widetilde{C}_{ijkl}=C^f_{ijkl}-C^m_{ijkl}$.

$$T^{(\varepsilon)}_{ij\alpha\beta}=\left\langle\varepsilon'_{ij}\varepsilon'_{\alpha\beta}\right\rangle_m=\left\langle\varepsilon'_{ij}\varepsilon'_{\alpha\beta}\right\rangle+e_{ij}e_{\alpha\beta}-\left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_m\left\langle\varepsilon_{\alpha\beta}\right\rangle_m-$$

$$-\frac{1}{1-p}\left(\left\langle\lambda'\varepsilon'_{ij}\varepsilon'_{\alpha\beta}\right\rangle+e_{ij}\left\langle\lambda'\varepsilon'_{\alpha\beta}\right\rangle+e_{\alpha\beta}\left\langle\lambda'\varepsilon'_{ij}\right\rangle\right) \tag{7}$$

$$T^{(\sigma)}_{ij\alpha\beta}=<\sigma'_{ij}\sigma'_{\alpha\beta}>_m=\frac{p(3p-2)}{1-p}C^m_{ijmn}C^m_{\alpha\beta\gamma\mu}\left(<\lambda'\varepsilon'_{\gamma\mu}>e_{mn}+<\lambda'\varepsilon'_{mn}>e_{\gamma\mu}\right)+$$

$$+C^m_{ijmn}C^m_{\alpha\beta\gamma\mu}<\varepsilon'_{\gamma\mu}\varepsilon'_{mn}>-\frac{1}{1-p}C^m_{ijmn}C^m_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'\varepsilon'_{\gamma\mu}\varepsilon'_{mn}>-$$

$$-\frac{1}{(1-p)^2}C^m_{ijmn}C^m_{\alpha\beta\gamma\mu}<\lambda'\varepsilon'_{mn}><\lambda'\varepsilon'_{\gamma\mu}>. \tag{8}$$

Полученные несобственные интегралы (5) содержат функцию Грина, которая имеет особенность в начале координат $\vec r=\vec r_1=0$ и в точках $|\vec r-\vec r_1|=0$. Поэтому вторые производные функции Грина раскладываем на сингулярную и формальную составляющие. Сингулярная составляющая будет соответствовать области, в которой функция Грина имеет особенность. Предложен и реализован новый подход, позволяющий учесть вклад сингулярной и формальной составляющих производных функции Грина в решение краевой задачи. Полученные интегралы вычислены с помощью численного интегрирования по методу Симпсона.

Особенность решения заключается в том, что корреляционное приближение построено путем вычисления интегралов задачи с учетом явного вида моментных функций по всей области статистической зависимости случайного поля упругости.

Как частный случай решения стохастической краевой задачи рассмотрены пористые материалы. Получены новые численные результаты расчета средних- значений и дисперсий структурных деформаций и напряжений, как для матрицы, так и для композита в целом в случае одноосного растяжения и чистого сдвига. Показано, что учет реального расположения' и взаимодействия компонентов структуры при деформировании дает ненулевые значения дисперсий деформаций' и напряжений в матрице пористого материала, что соответствует физической картине.[1] Обнаружено, что коэффициенты вариации компонент тензора структурных напряжений, сопоставимы с коэффициентами вариации-структурных модулей упругости.

В третьем разделе рассмотрена краевая задача для упругопластических композитов на стадии активного нагружения.

При постановке и решении упругопластической краевой задачи приняты основные допущения:

- физические и геометрические величины, описывающие свойства композита, считаются статистически однородными и эргодическими случайными полями;
- все процессы деформирования, протекающие в композиционных материалах под действием детерминированных нагрузок, являются квазистатическими;
- адгезия между материалами компонентов, по границам раздела предполагается идеальной;
- воздействие массовых сил на компоненты композитов не учитывается.

Геометрия и взаимное расположение элементов структуры предполагаются заданными и неизменяющимися в процессе деформирования, а сама среда обладает свойством макроскопической однородности.

Исследовано упругопластическое деформирование двухфазного композита, состоящего из матрицы и хаотически расположенных включений. Матрица является упругопластической, однородной и изотропной, полностью скреплена с упругими включениями по всей их поверхности; включения — сферы или эллипсоиды равных размеров.

Структурные напряжения среды в отсутствии массовых сил удовлетворяют уравнениям равновесия $\sigma_{ij,j}(\bar{r})=0$, структурные деформации - соотношениям Копш $\varepsilon_{ij}(\bar{r})=\frac{1}{2}\left(U_{i,j}(\bar{r})+U_{j,i}(\bar{r})\right)$. Нелинейные физические уравнения, описывающие упругопластическое поведение компонентов среды записаны через определяющие соотношения в инвариантной форме

$$\sigma_{ij}(\bar{r})=\left[3K(\bar{r},j_{\varepsilon}^{(1)},j_{\varepsilon}^{(2)})V_{ijkl}+2\mu(\bar{r},j_{\varepsilon}^{(1)},j_{\varepsilon}^{(2)})D_{ijkl}\right]\varepsilon_{kl}(\bar{r}),$$

где $K\left(\bar{r},j_{\varepsilon}^{(1)},\bar{j}_{\varepsilon}^{(2)}\right)$ и $\mu\left(\bar{r},\bar{j}_{\varepsilon}^{(1)},\bar{j}_{\varepsilon}^{(2)}\right)$ являются материальными, функциями инвариантов тензора деформаций $\bar{j}_{\varepsilon}^{(1)},\bar{j}_{\varepsilon}^{(2)}$ и описывают изменение деформационных свойств в процессе нагружения.

Непосредственно получить решение краевой задачи для такой системы обычно • не. удается, так как связь тензоров напряжений и деформаций является физически нелинейной, и применить к ней традиционные методы механики затруднительно. Поэтому системе уравнений структурно-феноменологической модели, как и в упругой задаче, ставится в соответствие система уравнений для- среды с эффективными' свойствами. Чтобы воспользоваться статистическими методами, физические уравнения' необходимо линеаризовать при определенных допущениях. Для решения поставленной задачи применен вариант метода статистического осреднения, в пределах объема каждого компонента композита пренебрегаются пульсации деформаций, стоящие под знаком материальных функций

$$
\begin{aligned}
&\mu_{f,m}\left(j_\varepsilon^{(1)}, j_\varepsilon^{(2)}\right) = \mu_{f,m}\left(<\varepsilon_{ii}>_{f,m}, \Lambda_{f,m}\right),\\
&K_{f,m}\left(j_\varepsilon^{(1)}, j_\varepsilon^{(2)}\right) = K_{f,m}\left(<\varepsilon_{ii}>_{f,m}, \Lambda_{f,m}\right),\\
&\Lambda_{m,f} = \sqrt{<\breve{\varepsilon}_{ij}>_{m,f}<\breve{\varepsilon}_{ij}>_{m,f}}\,.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Для определения эффективных и статистических характеристик композита требуется найти связь между деформациями- в компонентах $<\varepsilon_{mn}>_{f,m}$ и макродеформациями $e_{mn} =<\varepsilon_{mn}>$ в целом композите. Для этого использована итерационная процедура, в которой на каждом шаге решается упругопластическая краевая задача.

Итерационная процедура выглядит следующим образом:

$$\left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_m^{(n)} = e_{ij} - \frac{1}{1-p}\left\langle\lambda'\varepsilon'_{ij}\right\rangle^{(n-1)}, \quad \left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_f^{(n)} = e_{ij} + \frac{1}{p}\left\langle\lambda'\varepsilon'_{ij}\right\rangle^{(n-1)} \tag{10}$$

$$<\lambda'\varepsilon'_{ij}>^{(n-1)} = \frac{1}{2}\tilde{C}_{\alpha\beta kl}e_{kl}\int_V (G_{i\alpha,j\beta}^{(n-1)} + G_{j\alpha,i\beta}^{(n-1)})K_\lambda^{(2)}dV_1 \tag{11}$$

$$\tilde{C}_{\alpha\beta kl}^{(n-1)} = C_{\alpha\beta kl}^{f}(\left\langle\varepsilon_{kk}\right\rangle_f^{(n-1)}, \Lambda_f^{(n-1)}) - C_{\alpha\beta kl}^{m}(\left\langle\varepsilon_{kk}\right\rangle_m^{(n-1)}, \Lambda_m^{(n-1)})$$

$$G_{i\alpha,j\beta}^{(n-1)} = G_{i\alpha,j\beta}^{(n-1)}(\left\langle\varepsilon_{kk}\right\rangle_{f,m}^{(n-1)}, \Lambda_{f,m}^{(n-1)})$$

$$\left|\left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_{m,f}^{(n)} - \left\langle\varepsilon_{ij}\right\rangle_{m,f}^{(n-1)}\right| < \gamma$$

$$<C_{ijmn}(\left\langle\varepsilon_{kk}\right\rangle_{f,m}, \Lambda_{f,m})> \frac{\partial^2 U'_m(\vec{r})}{\partial x_n \partial x_j} = -\Pi_{ij,j}(\vec{r}) \tag{12}$$

Применив линеаризацию, стохастическая упругопластическая краевая задача (12) решена по методике предложенной во втором разделе для упругой задачи с помощью численного интегрирования, с учетом реального вида моментных функций.

В качестве примера решения краевой задачи рассмотрены пористые материалы с физически нелинейной матрицей с линейным упрочнением. Исследованы два частных случая материалы- с порами сферической и эллипсоидальной формы.

Для моделирования неупругого поведения матриц композитов использованы соотношения теории малых упругопластических деформаций, в рамках которой модуль сдвига для матрицы $\mu_m(j_\varepsilon^{(2)})$ является функцией второго инварианта тензора микродеформаций. Модуль объемного сжатия остается постоянным $K_m = const$. Матрица имеет упругую область и область с линейным упрочнением, точка перехода соответствует пределу текучести.

Модуль сдвига для матрицы имеет вид

$$\mu(j_\varepsilon^{(2)}) = \begin{cases} j_\varepsilon^{(2)} < j_{\varepsilon_T}^{(2)}, & G_m \\ j_\varepsilon^{(2)} > j_{\varepsilon_T}^{(2)}, & G_m\left[\dfrac{G'_m}{G_m} - \dfrac{(G'_m - G_m)}{G_m}\dfrac{j_{\varepsilon_T}^{(2)}}{j_\varepsilon^{(2)}}\right], \end{cases} \tag{13}$$

где G_m - модуль сдвига матрицы, G'_m - модуль упрочнения матрицы, $j_{\varepsilon_T}^{(2)}$ - инвариант тензора деформаций, соответствующий пределу упругости.

Построены диаграммы деформирования для структур со сферическими (рис.2) и эллипсоидальными включениями, впервые построены зависимости условных и безусловных моментов структурных напряжений и деформаций от макродеформаций (рис.4 - 6,8) для таких частных случаев деформирования как одноосное деформирование и чистый сдвиг.

Проведено исследование в зависимости от объемной доли (рис.2, рис.4 - 6) и в зависимости от вида линейного упрочнения (рис.3). Проведено сравнение поведения упругопластических композитов со сферическими и эллипсоидальными порами (рис.8).

Установлено, что несмотря на пластическую несжимаемость матрицы, в целом композит проявляет пластическую сжимаемость. Показано, что материалы подвергаются большим пластическим деформациям в случаях, когда обладают большей пористостью и меньшим упрочнением.-

Получено небольшое отклонение от простого деформирования на структурном уровне (рис.7), что подтверждает возможность использования деформационной теории в данной работе.

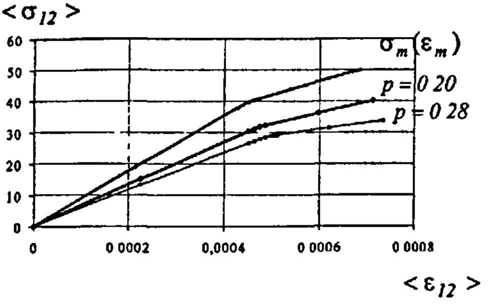
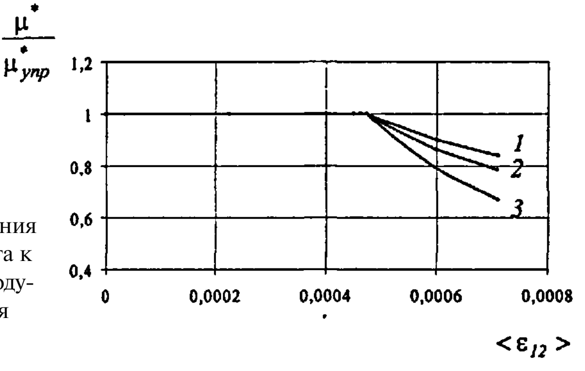


Рис 2. Диаграмма деформирования для пористого материала с различным объемным содержанием

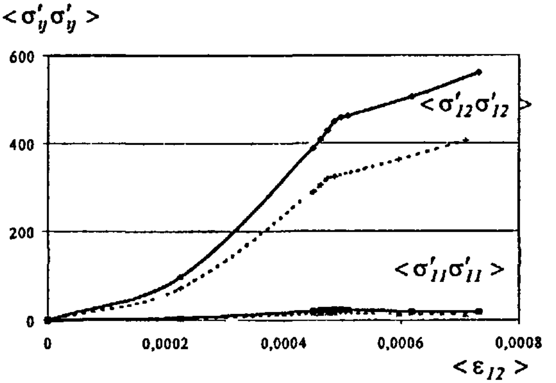


$1 - G'/G = 1/2;$

$2 - G'/G = 1/3;$

$3 - G'/G = 0.$

Рис. 3. Зависимость отношения эффективного модуля сдвига к упругому эффективному модулю от макродеформации для пористого материала



— $p = 0{,}28$; ---- $p = 0{,}20$

Рис. 4. Зависимость моментов структурных напряжений от макродеформации для пористого материала с различным объемным содержанием

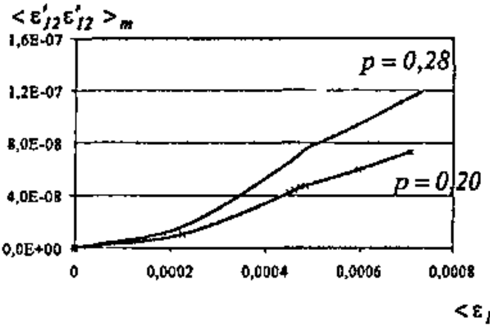
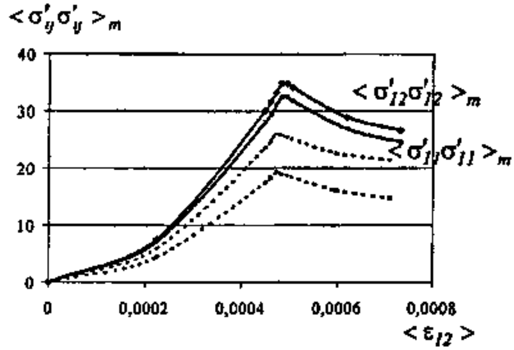


Рис. 5. Зависимость дисперсий напряжений в матрице пористого материала с различным объемным содержанием



--- с p=0,20, — с p=0,28

Рис. 6. Зависимость дисперсий напряжений в матрице пористого материала с различным объемным содержанием

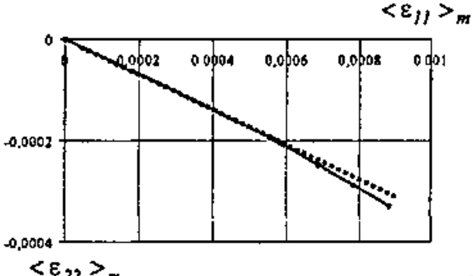
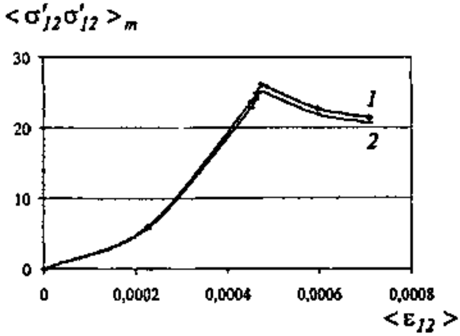


Рис. 7. Зависимость средних деформаций в матрице пористого композита с объемным содержанием $p = 0,20$



1- структуры со сферическими включениями
2- структуры с эллипсоидальными включениями

Рис. 8. Зависимости дисперсий деформаций и напряжений в матрице от макродеформаций при чистом сдвиге

В заключении сформулированы основные научные результаты выполненных исследований:

1. Произведен синтез разреженных структур, состоящих из сферических и эллипсоидальных включений. Определена совокупность моментных функций структурных модулей упругости двухкомпонентного композита с детерминированными свойствами компонентов.
2. .Разработан способ построения моментных функций структурных модулей упругости второго и третьего порядков для структур со сферическими и эллипсоидальными включениями. Найдена новая аппроксимирующая зависимость, наиболее точно описывающая для синтезированных разреженных структур реальные моментные функции второго и третьего порядков.
3. Построено полное корреляционное приближение решения упругой и упругопластической стохастической краевой задачи микронеоднородных сред с учетом реального взаимодействия элементов структуры при деформировании. Получены аналитические выражения для условных и безусловных моментов структурных деформаций и напряжений для упругих и упругопластических пористых композитов.
4. Разработана новая методика расчета средних значений и дисперсий полей деформирования, основанная на численном интегрировании и позволяющая учесть явный вид моментных функций второго и третьего порядков структурных модулей упругости.
5. Получены новые численные результаты для статистических характеристик полей деформирования в упругих и упругопластических композиционных материалах, состоящих из сферических и эллипсоидальных полых включений равного размера. Построены диаграммы деформирования, характеризующие зависимости макроскопических свойств от макродеформаций. Впервые для данных структур рассчитаны дисперсии структурных деформаций и напряжений в матрице и в упругопластическом композите.
6. Показано, что учет реального взаимодействия компонентов структуры при деформировании дает ненулевые значения дисперсий деформаций и напряжений в компонентах композита, что соответствует физической картине. Коэффициенты вариации компонент тензора структурных напряжений сопоставимы с коэффициентами вариации структурных модулей упругости.
7. Изучена зависимость статистических характеристик полей деформаций и напряжений в матрице материала от пористости и от параметров упрочнения матрицы.
8. Установлено, что несмотря на то, что модуль объемного сжатия материала матрицы остается постоянным, эффективный модуль объемного сжатия композита изменяется, композит проявляет макроскопическую пластическую сжимаемость. Показано, что материалы подвергаются наибольшим пластическим деформациям в случаях, когда обладают большей пористостью и меньшим упрочнением.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ

1. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А..* Исследование структурных геометрических и физических полей в механики упругопластических композитов. // 13-я зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов.-Екатеринбург. УрО РАН, 2003. С. 145.
2. *Evlampieva KK, Ivanov D.S. and Tashkinov A.A.* The influence of structure on the strains and stresses in stochastically reinforced composites.// Mechanics of Composite Materials. - June 9-13, 2002, Riga, Latvia - Book of Abstr. - Riga, 2002.-P.54:
3. *Евлампиева Н.В., Ташкинов А.А., Иванов Д.С.* Исследование структурных, геометрических и физических полей в задачах статистической механики композитов.// Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. - Екатеребрург: УрО РАН, 2001.С.234-244.
4. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А.* Исследование случайных полей структурных напряжений и деформаций двухфазных композитов со сферическими и эллипсоидальными включениями. Математическое моделирование в естественных науках. 10-я Всероссийская конференция молодых ученых. Тезисы докладов. — Пермь: ill ГУ, 2001. С.16.
5. *Евлампиева КВ.* Моментные функции для разреженных структур со сферическими и эллипсоидальными включениями.// Молодежная наука Прикамья. Сборник научных трудов. Выпуск 1, 2001, — Пермь: ПГТУ, с.56-64.
6. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А., Аристова Ю.О.* Компьютерный синтез разреженных структур и расчет статистических характеристик полей деформирования. Механика микронеоднородных материалов и разрушение. Второй Всероссийский семинар им. С.Д. Волкова. Тезисы докладов. — Пермь: ПГТУ, 2000. С.58.
7. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А.* Компьютерный синтез разреженных структур и расчет статистических характеристик полей деформирования. Молодежная наука Прикамья - 2000. Областная научная конференция молодых ученых, студентов и аспирантов. Тезисы докладов. Т.1 — Пермь: ПГТУ, 2000. С. 23.
8. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А., Аристова Ю.О.* Моментные функции стохастической краевой задачи структурной механики матричных композитов. Математическое моделирование систем и процессов. Межвузовский сборник научных трудов. / Перм. гос. тех. ун-т. Пермь: ПГТУ, 1999,№7.С.4-10.
9. *Евлампиева КВ., Ташкинов А.А., Аристова Ю.О.* Стохастическая краевая задача теории упругости композитов с учетом моментных функций упругих свойств. Математическое моделирование физико-механических процессов. Всероссийская конференция молодых ученых. Тезисы докладов. — Пермь: ПГТУ, 1998. С.4.

10. *Евлампиева Н.В, Ташкинов А.А., Аристова Ю.О.* Статистические характеристики полей деформирования композита со сферическими включениями при чистом сдвиге. Математическое моделирование физико-механических процессов. Всероссийская конференция молодых ученых. Тезисы докладов. — Пермь: ППУ, 1997. С.4.
11. *Ташкинов А.А., Аношкин А.Н., Евлампиева Н.В., Иванов Д.С, Иванов С.Г., Соловьев Ю.В., Фоминых А.В., Шавшуков В.Е.* Нелинейные модели термомеханики углерод-углеродных композиционных материалов с модифицированными пространственными схемами армирования на основе цельнотканых каркасов.// Региональный конкурс РФФИ-Урал. Результаты научных исследований, полученные за 2002 г. Аннотационные отчеты. - Пермь: ПНД УрО РАН, 2003. - С. 86-91.

Сдано в печать 14.01.2004 г. Формат 60x84/16.
Объем 1 п.л. Тираж 100. Заказ 1004.

Ротапринт Пермского государственного технического университета