ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

КУКУШКИН Александр Васильевич

УДК 537.876.6 : 621.372.8

АВТОМОДЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ОТКРЫТЫХ НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ

Специальность 05.12.01 - теоретические основы радиотехники

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Нижний Новгород - 1995

Работа выполнена в Нижегородском Государственном Техническом Университете, г. Нижний Новгород.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор С.М.Никулин

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук, профессор В.В.Шевченко,
- кандидат технических наук, с.н.с. В.А.Козлов

Ведущая организация - Нижегородский Научно-исследовательский приборостроительный институт

Защита диссертации состоится 5 октября 1995г. в 15 часов на заседании специализированного Совета Д 063.85.03 Нижегородского Государственного Технического Университета по адресу: 603600, г. Нижний Новгород, ГСП-41, ул. Минина, 24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан 12 июля 1995г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
к.т.н., доцент А.Н.Салов

Подп. к печ. 28.06.95. Формат 60x84 1/16. Бумага газетная. Печать офсетная. Уч.-изд.л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 131. Бесплатно.

Лаборатория офсетной печати полиграфической базы НГТУ.
603155, Н.Новгород, ул. Минина, 24.

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Хорошо известно, что общая структура построения современной теории открытых волноведущих систем [1] заимствована у исторически возникшей гораздо раньше нее теории волноводов экранированных. В основание обеих теорий положена идеализированная модель "бесконечного волновода", откуда возникает понятие "моды бесконечного волновода". Модальное представление поля собственных волн экранированного волновода, обладающее существенно нелокальной (охватывающей сразу все поперечное сечение волновода) структурой, вполне адекватно тем волновым процессам, которые возникают в экранированном пространстве за исключением, может быть, случая сверхразмерных волноводов.

Переходя к последним и еще далее - к неэкранированным волноводам, а, говоря вообще, - к явлениям дифракции и распространения волн в открытом пространстве, можно отметить, что здесь модальное представление поля далеко не всегда является безусловно полезным, что отмечалось такими авторами, как Келлер и Фелсен [2,3]. В данном случае локальные (лучевые) представления поля ведут к более простому математическому формализму и главное - к более глубокому пониманию наиболее существенной стороны распространения и дифракции волн.

В соответствии с современными представлениями о том, что локальные или квазилокальные методы описания волновых процессов в открытых системах во многих случаях более адекватны самим этим процессам, чем чисто модальные разложения поля, возникает задача применения этих методов описания или приложения связанных с ними понятий и правил к теории открытых волноведущих структур. С другой стороны, как отмечал тот же Фелсен в [4], "модовое и геометрооптическое представления акцентируют наше внимание на различных аспектах задачи". Это требует разработки более гибких методов, где оба подхода были бы синтетически объединены.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ состоит в разработке физико-математического подхода, объединяющего локальное и нелокальное описания волновых процессов в планарных открытых направляющих системах, который позволил бы уточнить и упростить решение задач возбуждения и излучения волн в этих структурах.

Без ограничения физической общности в диссертации рассматриваются только двумерные задачи, как наиболее простые в математической реализации.

В качестве отправной иллюстративной модели выбирается импедансная полуплоскость, способная направлять вдоль своей поверхности волны, возбуждаемые на ее кромке, выполняющей роль модельной нерегулярности тракта.

Составными частями данной задачи являются:

- получение квазимодального разложения дифрагирующего над полуплоскостью поля в виде разложения по автомодельным решениям двумерного уравнения Гельмгольца,

- математический анализ структуры автомодельных решений, позволяющий выявить их основное физическое содержание,

- приложение возникающего при этом понятия комплексно затухающего светового луча к теории рефракции лучей и волновых полей на границе раздела двух оптически прозрачных сред и далее - к теории диэлектрических волноводов,

- использование аппарата квазимодальных функций в решении практически значимых задач излучения и возбуждения волн в открытых направляющих структурах.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. При выполнении работы использовались методы таких разделов математической физики, как теория функций комплексного переменного, теория дифференциальных уравнений, математическая и физическая теория дифракции.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА работы заключается в отыскании математических объектов специального вида, удерживающих в себе свойства локальных и нелокальных представлений полей одновременно, и в применении этих объектов далее в качестве квазимодальных функций спектра волн полубесконечного тонкого (без учета торцевых эффектов) планарного диэлектрического волновода, что позволило выявить новые акценты в теории открытых волноводов, существенно использовав при этом комплексную форму геометрической оптики, основанную на разделении понятий фазовой траектории и комплексного светового луча, определенного, в отличие от известных форм комплексной геометрической оптики, в вещественном (т. е. в физическом) пространстве.

Новые акценты в теории открытых волноводов сводятся к следующему:

- показано и с использованием введенного понятия комплексного светового луча предложено физическое объяснение тому, что в базисе квазимодальных функций отсутствуют решения, соответствующие быстрым собственным и медленным несобственным волнам,

- показано, что задача на собственные значения для мод непрерывного спектра "полубесконечного волновода" имеет единственное решение, которое соответствует перевальному контуру интегрирования в интеграле по квазимодальным функциям,

- показано, что волны дискретного спектра, обладающие физическим смыслом и содержащиеся в автомодельном разложении - а именно: медленные собственные (поверхностные) и быстрые несобственные (вытекающие) - на своих критических частотах плавно переходят в волны непрерывного спектра, если выполняется некоторое условие, названное в диссертации условием спектральной самосогласованности,

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ заключается, во-первых, в построении (на примере рассмотрения модельных задач возбуждения оптически тонкого планарного диэлектрического волновода) асимптотического метода расчета коэффициента возбуждения основной поверхностной волны, позволяющего внести существенные (до нескольких десятков процентов) уточнения в расчеты по известным асимптотическим схемам. Во-вторых, на основе использования аппарата квазимодальных функций полуплоскости получены простые инженерные формулы для расчета диаграммы направленности антенны поверхностной волны конечной длины, что нашло практическое применение при конструировании полеобразующих систем для поверки измерителей плотности потока энергии (ИППЭ) электромагнитных излучений миллиметрового диапазона. В-третьих, полученные методы расчета дифрагирующих над полуплоскостью полей создают основу для оптимизации конструкции измерительного преобразователя - основного функционального узла ИППЭ.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались: на физическом семинаре под руководством проф. М.А. Миллера в ИПФ АН СССР, г. Горький, 1983 г, на Всесоюзной конференции "Средства измерений, диагностики и контроля РЭА 4-5 поколений", г. Горький, ГНИПИ, 1986 г., на заседании секции "Прикладная электродинамика" Верхне-Волжского отделения АТН РФ под руководством проф. Раевского С.Б., 1995г.

ПУБЛИКАЦИИ. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 8 печатных работах.

ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и содержит 251 стр. машинописного текста, из них 218 стр. основного содержания, 39 рисунка на 23 страницах, список литературы из 83 наименований на 10 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы ее цель и основные задачи, практическая значимость, научная новизна и основные положения, выносимые на защиту.

Во введениях к главам определяется круг рассматриваемых в них вопросов. В заключениях к главам кратко сформулированы основные результаты и выводы.

Первая глава посвящена отысканию адекватного поставленным в диссертации задачам математического аппарата, элементы которого обладали бы как признаками нелокальных представлений поля (модальных представлений), так и локальных (лучевых). Решение этой задачи проводится с помощью процедуры объединения переменных в двумерном уравнении Гельмгольца, записанном в полярной (цилиндрической) системе координат, и дальнейшего отыскания двух автомодельных решений этого уравнения, одно из которых (факториальное) и выбирается затем в качестве базисного для построения на его основе квазимодального разложения полей, дифрагирующих на полуплоскости с произвольными граничными условиями.

В п.1.1 на основе анализа математической структуры решения Зоммерфельда (дифракционная задача с идеально проводящей и бесконечно тонкой полуплоскостью) производится выбор способа объединения переменных в двумерном уравнении Гельмгольца для дальнейшего получения из него уравнения в полных дифференциалах.

В п.1.2 показана схема решения уравнения Гельмгольца, которая переводит его приведенную форму в уравнение в полных дифференциалах. Эта схема сводится к следующему.

Имеется двумерное уравнение Гельмгольца:

$$z^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(z\,\frac{\partial U}{\partial z}\right) + z^{-2}\,\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + U = 0\,, \qquad (1)$$

в котором $z = kr$, r, φ - полярные координаты, k - волновое число в пустоте.

Посредством объединения переменных по формуле

$$x = \sqrt{2iz}\,\sin\varphi/2, \qquad (2)$$

уравнение (1) сводится к одному уравнению в полных дифференциалах относительно переменной (2), имеющему два частных атомодельных решения:

$$U_1 = A\,\exp(-iz\cos(\varphi+\gamma))\operatorname{erfc}\left(\sqrt{2iz}\,\sin[(\varphi+\gamma)/2]\right), \qquad (3)$$

$$U_2 = B\exp(-iz\cos(\varphi+\gamma)), \qquad (4)$$

где γ - произвольный и в общем случае комплексный параметр.

На основе исследования аналитических свойств решения (3) установлено, что собственным геометрическим пространством этого решения (его нетривиальной областью определения) является двулистная риманова поверхность с разрезом на полупрямой (для трехмерных задач - на полуплоскости).

В п.1.3 проводится обоснование выбора автомодельного решения (3) в качестве базисного для построения на его основе разложения полей, ассоциированных с полуплоскостью, на которой заданы граничные условия произвольного типа. По аналогии с тем, как строится смешанный спектр разложения по функциям (4) (по плоским волнам), в модельных задачах с полуплоскостью предлагается в общем случае использовать следующее названное в диссертации автомодельным разложение:

$$U = \sum_k A_k \exp[-iz\cos(\varphi + \gamma_k)]\operatorname{erfc}\left(\sqrt{2iz}\sin\frac{\varphi+\gamma_k}{2}\right) +$$

$$+ \sum_k B_k \exp[iz\cos(\varphi + \delta_k)]\operatorname{erfc}\left(\sqrt{2iz}\cos\frac{\varphi+\delta_k}{2}\right) +$$

$$+ \int A(\gamma)\exp[-iz\cos(\varphi + \gamma)]\operatorname{erfc}\left(\sqrt{2iz}\sin\frac{\varphi+\gamma}{2}\right)d\gamma +$$

$$+ \int B(\delta)\exp[iz\cos(\varphi + \delta)]\operatorname{erfc}\left(\sqrt{2iz}\cos\frac{\varphi+\delta}{2}\right)d\delta . \qquad (5)$$

Показано, что решение Зоммерфельда для "жестких" граничных условий на полуплоскости есть частный случай автомодельного разложения (5). Сверх того, физический анализ структуры элементов разложения (5) с комплексным параметром γ (или δ) позволяет ввести в рассмотрение такое понятие, как комплексные световые (геометрооптические) лучи, представляющие собой прямые линии, проведенные в вещественном пространстве, вдоль которых фазовая скорость волнового процесса равна скорости света в той среде, где он протекает, а его амплитуда экспоненциально затухает.

Эти лучи являются обобщением обычных геометрооптических лучей в том смысле, что именно они определяют в пространстве границу света и тени для неоднородных плоских волн, в частности, направляемых полуплоскостью с "мягкими" граничными условиями.

Вторая глава посвящена аналитическому продолжению законов геометрической оптики, регулирующих преломление комплексных световых лучей границей раздела двух однородных и оптически прозрачных сред, когда возникает явление полного внутреннего отражения.

В п.2.1 дан краткий обзор литературных источников, связанных с комплексной формой герметрической оптики. В частности, показано принципиальное отличие введенных в диссертации комплексных световых лучей и просто комплексных лучей, которые уже сравнительно давно [5-10] используются в квазиоптике и физический смысл которых неясен до сих пор, так как они проходят не в вещественном (физическом) пространстве, а в некотором дополнительном комплексном пространстве. Предложено наряду с понятием фазовых траекторий (линии, по которым течет энергия) использовать в комплексных ветвях геометрической оптики вместо этих комплексных лучей или наряду с ними комплексные световые лучи. Тогда аналитическое продолжение закона Снелля при полном внутреннем отражении для прошедших лучей будет иметь геометрический (физический) смысл.

Показана взаимодополняемость двух понятий: фазовых траекторий и комплексных световых лучей. В частности, когда имеется незатухающий волновой процесс (однородная плоская волна), то оба этих понятия совпадают (относятся к одному и тому же объекту). Как только переходят к "затухающим полям" (неоднородные плоские волны), то направления движения лучей и фазовых траекторий расходятся, и если первые для однородных сред всегда прямые линии, то вторые в случае затухающих полей могут в переходных областях дифракционного поля искривляться [3].

Показано, что причинно-следственным закономерностям расщепления первичного луча в точке скачка плотности удовлетворяют именно лучи, а не фазовые траектории.

В п.2.2 сформулирована математическая запись закона Снелля для углов скольжения (отсчитываются от касательной к поверхности раздела в точке скачка плотности) падающего и прошедшего световых лучей, когда последний становится комплексным (полное внутреннее отражение). Угол скольжения прошедшего комплексного светового луча дается формулой:

$$\varphi_1 = \arccos\,[(n\cos\eta_1)^{-1}]\ ,$$

где n - относительная величина коэффициента преломления, η_1- угол скольжения первичного луча.

Показано, что условие на поперечной бесконечности для поля во внешней среде должно быть заменено условиями каузального характера в точке расщепления первичного луча. Если это сделать, то такие волны как быстрые собственные и медленные несобственные заранее будут исключены из рассмотрения как не удовлетворяющие принципу причинности.

Показано, что в закритической области углов падения просачивание энергии из первой среды во вторую осуществляется только благодаря дифракционным эффектам при рассмотрении закономерностей преломления ограниченных волновых пучков и искривлению фазовых траекторий в полутеневых областях пучка прошедших комплексных световых лучей.

Наиболее важным выводом этого пункта является выяснение распределения ролей, которые отводятся в физических процессах преломления полей фазовым траекториям и комплексным световым лучам.

Если первые осуществляют перенос энергии из одной среды в другую, то вторые как бы прокладывают курс для движения первых. А именно, косая конгруэнция комплексных световых лучей " высвечивает" во внешней среде ту часть пространства, в которую только и могут просочиться модальные участки фазовых траекторий (т.е. участки их прямолинейных конгруэнций, котрые в отличие от конгруэнций комплексных световых лучей являются нормальными).

Если конгруэнция комплексных световых лучей только скользит по поверхности раздела, то никаких модальных участков фазовых траекторий во внешней среде быть не может, что, конечно, очень важно с точки зрения самой возможности образования мод и формы их существования.

В п.2.3 продолжается обсуждение физической роли комплексных световых лучей в условиях, когда прошедший комплексный световой луч с произвольным коэффициентом затухания находится в состоянии скольжения по поверхности раздела. В этом случае никаких модальных участков фазовых траекторий вовне не будет. Получается, что при наличии второй (параллельной первой) переотражающей границы поперечный резонанс поля образующейся моды как бы замкнут лишь на внутреннюю среду волновода. Рассмотренный режим рефракции комплексных световых лучей с различными коэффициентами затухания (их значения составляют континуум) объясняет причины возникновения непрерывного спектра колебаний полубесконечной пластины, не привлекая сюда геометрооптического объяснения появления непрерывного спектра с внешними источниками на бесконечности или с отнесением туда внешнего отражающего экрана.

В п.2.4 рассмотрен режим рефракции комплексных световых лучей (падающий луч тоже комплексный) в докритическом состоянии падающих фазовых траекторий. Этот случай имеет отношение к образованию дискретного спектра вытекающих волн. Получены выражения для углов рефракции лучей.

Третья глава диссертации посвящена рассмотрению свойств идеализированной модели полубесконечного волновода, которая появляется в теоретической схеме вместо модели бесконечного волновода в результате физической интерпретации свойств автомодельного базиса (5), заменившего собой разложение по плоским волнам (4), порождающее понятие мод бесконечного волновода. В третьей главе кроме этого проводится апробация разложения (5) в задаче излучения с поверхности антенны медленной бегущей поверхностной волны.

В п.3.1 исследуется вопрос, удовлетворяют ли поверхностные моды полубесконечного волновода условию ортогональности. Для выяснения этого вопроса соответствующие модальные элементы базиса (5) подставляются в математическое выражение для леммы Лоренца. Показано, что если поверхность интегрирования в лемме Лоренца охватывает торец волновода, то из-за наличия общего для двух возбуждаемых мод излучения вовне (исходит от ребра волновода) они не будут удовлетворять условию ортогональности, которому удовлетворяют моды бесконечного волновода. Однако, при достаточном удалении от ребра волновода модальные элементы базиса (5) переходят в моды бесконечного волновода, удовлетворяющие условию ортогональности, вытекающему из леммы Лоренца с поверхностью интегрирования, уже не охватывающей торец волновода.

В п.3.2 рассматриваются математические особенности элементов автомодельного базиса (5). В частности, показано, что их характерной особенностью является наличие в их составе как модальных, так и немодальных составляющих. Поэтому элементы этого разложения названы в диссертации квазимодальными функциями мод полубесконечного волновода.

Показано, что модальные части квазимодальных функций отличаются от мод бесконечного волновода добавочной характеристикой, которая обусловлена наличием у мод полубесконечного волновода начала движения. Эта новая характеристика представляет собой полярный угол локализации моды над направляющей поверхностью, вершина которого совпадает с точкой начала движения моды.

Отмечается также, что для отдельно взятой квазимодальной функции граничные условия выполняются только применительно к ее модальной части (задача на собственные значения). Немодальная составляющая остается свободной от выполнения граничных условий. Именно эта особенность элементов автомодельного разложения является предпосылкой для решения задачи возбуждения, которая будет построена на взаимной компенсации всех немодальных составляющих полного разложения (5) на поверхности волновода.

В п.3.2 показано, что автомодельное разложение в принципе не содержит таких мод дискретного спектра, как быстрые собственные и медленные несобственные. Это относится к пассивным волноводам. Если в системе имеет место накачка энергии, то независимо от механизма накачки дискретный спектр мод автомодельного базиса ограничен лишь собственными поверхностными модами, но в отличие от пассивных структур здесь присутствуют как медленные, так и быстрые волны.

В п.3.3 рассмотрены возможности базиса (5) в решении задач по расчету излучения с поверхности тонких импедансных антенн (антенн поверхностной волны). Для этих целей были использованы два метода: метод интеграла Гюйгенса - Кирхгофа и подход, аналогичный методу краевых волн [11].

Для представления поля в зоне Фраунгофера оба метода приводят к следующей формуле:

$$U^{+} = \tau^{+}L,$$

где τ^{+}- поле в дальней зоне полубесконечной антенны, L- фазовый множитель, учитывающий конечную длину антенны x_0:

$$L = [1-\exp[ikx_0(ch\xi+\cos\varphi)]], \quad (ch\xi\text{-коэффициент замедления})$$

Тогда мощность в дальней зоне будет вычисляться в соответствии с теоремой о перемножении диаграмм:

$$P^{+} = f^{+}\cdot F, \qquad (6)$$

где " множитель решетки" F имеет стандартный вид, а f^{+}- функция диаграммы направленности элементарного излучателя антенны поверхностной волны, которая с учетом вклада непрерывного спектра мод полубесконечного волновода в функцию τ^{+}, как показано в п.3.3, имеет следущий вид:

$$f^{+} = (1-\cos\varphi)\Big\{(2\pi)^{-1}(\mathrm{ch}\xi-1) + 2\mathrm{sh}\,\xi/2\,\sin\varphi/2\,(\mathrm{ch}\xi+\cos\varphi)\times$$

$$\times\sin(1-\cos\varphi) + \tfrac{1}{4}\pi(1-\cos\varphi)(\mathrm{ch}\xi+\cos\varphi)^{2}\Big\}.$$

В п.3.3 показано, что диаграммы излучения антенн, рассчитанные по формуле (6), если их длина не превышает оптимальную, при некоторых условиях могут иметь максимум, отжатый от осевого направления. Рассматривается геометрооптический механизм отжатия главного луча диаграммы.

В четвертой главе диссертации проводится апробация разложения (5) в двух модельных задачах возбуждения оптически тонкого планарного диэлектрического волновода. В первой задаче возбуждение производится набегающей из бесконечности поверхностной волной основного типа, во второй - падающей плоской волной.

В п.4.1 определяется область практической применимости автомодельного разложения (5), которая сводится к оптически тонким полубесконечным пластинам. Здесь же намечается метод решения задач возбуждения, особенности которого фактически навязываются математическими свойствами квазимодальных функций смешанного спектра (5). А именно, решение задач возбуждения сводится к краевой задаче для полного поля на контуре пластины (за вычетом ее торца). Применительно к немодальным остаткам разложения (5) краевая задача сводится к занулению на обеих гранях пластины их полной суммы.

В п.4.2 строится самосогласованный полный спектр волн полубесконечной диэлектрической пластины. Вводится условие спектральной самосогласованности полного поля пластины, физическое содержание которого сводится к таким ограничениям, накладываемым на спектральную (амплитудную) функцию непрерывного спектра, при которых моды дискретного спектра на своих критических частотах плавно вливаются в состав непрерывного. Это условие имеет вид:

$$A(t^2)\Big|_{t^2=\gamma_n} = A_n\,, \qquad (7)$$

где $A(t^2)$ - спектральная функция непрерывного спектра, A_{2n} - амплитудные коэффициенты мод дискретного спектра (как поверхностных, так и вытекающих), γ_{2n}- мнимые части нормированного продольного волнового числа мод дискретного спектра на их критических частотах (критические значения вещественной части этих чисел для любой моды - поверхностной или вытекающей - тождественно равны единице), $t^2 \in [0, \infty]$ - нормированный коэффициент затухания комплексных световых лучей, скользящий по поверхности пластины, континуум которых соответствует здесь модальной части поля непрерывного спектра (нормированный коэффициент распространения этих лучей по определению равен единице), откуда и вытекает возможность сшивки двух спектров в (7) по продольному волновому числу.

Кроме того, в п.4.2 показано, что краевая задача для модальной части непрерывного спектра сводится к требованию, чтобы контур интегрирования на комплексных плоскостях γ и δ в (5) соответствовал контуру наибыстрейшего спуска. Это означает, что краевая задача для мод непрерывного спектра полубесконечного волновода в отличие от таковой применительно к модели бесконечного волновода допускает одно-единственное решение.

В п.4.3 рассматриваются чисто математические задачи асимптотического приближения ($z > 1$) волнового поля непрерывного спектра. Показано, что если точка наблюдения не лежит на плоскости пластины и спектральная функция удовлетворяет условию

$$\lim_{t \to \infty} A(t^2) = 0,$$

то интеграл вида

$$U_{нс} = \int_{\gamma} A(\vartheta)[S_u+S_l]d\vartheta \ , \qquad (\cos\vartheta = 1 - it^2) \ , \tag{8}$$

при том, что

$$S_u = \tfrac{1}{4} \exp[(-iz\cos(\varphi+\vartheta)]\mathrm{erfc}\left(\sqrt{2iz}\,\sin\frac{\varphi+\vartheta}{2}\right) ,$$

$$S_l = \tfrac{1}{4} \exp[(-iz\cos(\varphi-\vartheta)]\mathrm{erfc}\left(\sqrt{2iz}\,\sin\frac{\varphi-\vartheta}{2}\right) ,$$

имеет асимптотическое приближение

$$U_{нс} \sim \exp(-iz)\left[\sqrt{\pi i/2z}\ A(t^2)\ \Big|_{t^2= -2i\sin^2 \varphi/2} + O(z^{-3/2})\right] .$$

С другой стороны, показано, что асимптотическое приближение для немодального остатка амплитудной части интеграла (8), когда точка набдения касается плоскости волновода, имеет следующий вид:

$$\exp(iz)\,\Psi(0) \sim \frac{2i}{(\pi z)^{1/2} z} \int_0^\infty (2t)^{-1} \frac{dA(t^2)}{dt}\,dt + O(z^{-5/2}). \qquad (9)$$

В п.4.4 решается математическая задача интерполяции спектральной функции $A(t^2)$ на оси $t^2 \in [0, \infty]$ по спорным точкам γ_n в соответствии с условием спктральной самосогласованности (7). Приводится обоснование того, что главной последовательностью опорных точек, накрывающей весь интервал значений t^2, является неограниченно возрастающая с ростом номера волны n последовательность критических волновых чисел γ_n вытекающих волн на их нижних (а не на верхних) критических частотах. Доказывается, что наиболее подходящей в этих обстоятельствах является интерполяционная формула Лагранжа [12].

В п.4.5 решается первая модельная задача возбуждения.

Сначала проводится обзор литературных источников и методов решения поставленной задачи возбуждения. Далее среди источников выбирается работа, метод решения в которой, во-первых, не зависит от концепций мод бесконечного или полубесконечного волноводов и, во-вторых, обеспечивает получение численных результатов с достаточной точностью для не слишком "толстых" пластин. Анализ литературных источников показал, что в наибольшей степени всем этим требованиям удовлетворяет работа [13], численные результаты которой выбраны в качестве эталонных для дальнейших сравнений.

После этого на основе автомодельного разложения (5) записывается полное поле вне полубесконечной диэлектрической пластины, а поле внутри пластины представляется в обычной форме смешанного спектра четных мембранных функций (возбуждение осуществляется основной, т.е. четной поверхностной модой). Далее показывается, что условие взаимной компенсации всех немодальных остатков от нормальной производной волнового потенциала извне (к этому условию после решения задачи на собственные значения сводится краевая задача для полного поля на гранях пластины) эквивалентно следующему интегральному уравнению:

$$A_{0i} f_{0i}(\vartheta_{0i}, z) + A_{0s} f_{0s}(\vartheta_{0s}, z) + \int_0^\infty A(t^2) f_{\text{нс}}(t, z)\,dt = 0, \qquad (10)$$

которое является основным уравнением задачи возбуждения.

В уравнение (10) входят следующие величины и функции:

A_{0i}, A_{0s} - амплитудные коэффициенты падающей и отраженной по-ерхностных волн;

ϑ_{oi}, ϑ_{os} - собственные волновые числа этих волн, соответственно;

f_{oi}, f_{os}, $f_{нс}$ - функции немодальных остатков падающей, отражен-ой волн и волн непрерывного спектра, соответственно;

$A(t^2)$-спектральная функция, которая для одномодового режима в оответствии с условием (7), будет выражаться через коэффициенты A_{0i} A_{0s} и счетное множество собственных значений вытекающих волн чет-ого типа ($б_{2n}$) на их нижних критических частотах:

$$A(t^2) = \exp(-t^2)\left[A_{0s}\prod_{j=1}^{\infty}(1-t^2/б_{2j}) + A_{0i}t^2\prod_{j=1}^{\infty}(1-t^2/б_{2j})\right]. \qquad (11)$$

равнение (10) решено в асимптотическом приближении с использованием ормулы (11) и асимптотических представлений для функций f_{oi} и f_{os}. олученное приближение для коэффициента отражения основной волны меет вид:

$$\Gamma = -\frac{a_{os}^2}{b_{os}}\left[\frac{\sqrt{2\pi}\,Q_m + (1+i)\,b_{oi}/a_{oi}^2}{(1+i) - (2\pi)^{1/2}\,P_m\,a_{os}^2/b_{os}}\right], \qquad (12)$$

де $a_{oi,s}$, $b_{oi,s}$ - некоторые коэффициенты, зависящие от собственных олновых чисел падающей и отраженной волн, Q_m и P_m - числовые коэф-ициенты, зависящие от числа "m" учтенных сомножителей в бесконечных роизведениях (11) . Эти коэффициенты являются некоторыми функциями исел $б_{2n}$ ($1 \leqslant n \leqslant m$), причем, такими функциями, что выражение (12) о мере роста m быстро сходится к некоторому значению, так что про-едуру наращивания числа учитываемых критических точек вытекающих олн (по аналогии с теорией экранированных волноводов эти волны иг-ают здесь, таким образом, роль реактивно затухающих мод) можно борвать на третьем - четвертом шаге.

Далее проводится сравнение результатов рассчетов с эталонными и елается заключение о внешней оправданности выбранной схемы решения , следовательно, - о целесообразности использования автомодельного аложения (5) с вытекающими отсюда выводами относительно полезности ой комплексной ветви геометрической оптики, элементы которой возни-ают в базисе (5).

В п.4.6 приводится асимптотическое решение второй модельной за-ачи возбуждения.

Построение материала здесь полностью аналогично последовательности его изложения в п.4.5. Различие состоит только в том, чт здесь отсутствуют надежные эталонные расчеты, полученные на компь ютере для не слишком "толстых" пластин. Поэтому сравнительные оценк проводятся для этой задачи на основе сопоставления с результатами полученными для "тонких" пластин с помощью так называемого "борновс кого приближения" [14], скорректированного в диссертации посредство введения аддитивной дифракционной поправки.

Сравнение соответствующих результатов расчетов по двум различ ным схемам показывает в данном случае весьма значительные (до 100%) расхождения, которые вполне объяснимы, так как даже скорректирован ное "борновское приближение" представляет собой "нулевое приближе ние", как бы не учитывающее влияния волн высших типов. Напротив, асимптотическое приближение, полученное в схеме квазимодального раз ложения (5), является своего рода "четвертым приближением" (m=4). Поэтому, строго говоря, вопрос о том, какой из подходов ведет к пра вильному результату в данном случае остается открытым до тех пор, пока не появится надежных и независимых эталонных расчетов на компьютере для достаточно тонких пластин.

В п.4.7 рассмотрены вопросы практического применения результа тов диссертационной работы.

А именно: на основе отмеченного в третьей главе факта существо вания плоского осевого максимума диаграммы направленности планарной антенны поверхностной волны была рассчитана конструкция такой антен ны с плоским максимумом, которая использовалась в поверочной схеме при разработке прибора П3-21, предназначенного для измерения плот ности потока энергии электромагнитных излучений миллиметрового диа пазона. Назначение антенны - создание в заданном объеме дальней зоны поля плоской волны с минимально возможной в диапазоне частот 35-55 ГГц степенью неоднородности. В результате применения разрабо танной конструкции на практике была достигнута неоднородность поля в пределах 1,3 дб, что на 1,7 дб меньше, чем требуется стандартной ме тодикой при использовании рупорных излучателей, не имеющих плоского максимума диаграммы направленности.

Кроме этого, в диссертации создана методика расчета дифракцион ных полей, применимая к тонкой резистивной полуплоскости. Предложен ная методика рекомендуется к использованию в расчете и оптимизации конструкции измерительного преобразователя прибора П3-21, что позво лит оптимизировать конструкцию прибора с точки зрения расширения его намического диапазона. В Заключении перечислены основные результаты и выводы диссертационной работы:

1. Предложен новый способ решения однородного волнового уравнения в полярной (цилиндрической) системе координат, основанный на объединении двух пространственных независимых переменных - угловой и радиальной, в результате чего получены два автомодельных решения - простое (мнимая экспонента или плоская волна) и факториальное (произведение мнимой экспоненты и дополнительной функции ошибок).

2. Предложено использовать разложение полей по смешанному спектру факториального решения в дифракционных задачах с полуплоскостью, на которой ставятся обычные граничные условия для электромагнитного поля.

3. Предложена физическая интерпретация такого представления поля как разложения по квазимодальным функциям полубесконечного диэлектрического волновода (планарный вариант).

4. Исследованы физические свойства такого разложения, которые позволяют ввести понятие комплексно затухающего в вещественном (физическом) пространстве светового луча, обобщающего понятие геометрооптического луча.

5. На задачах рефракции лучей на границе раздела двух оптически прозрачных сред показана целесообразность дополнить комплексную формулировку геометрической оптики поперечно затухающих полей введенным понятием комплексных световых лучей.

6. Показано, что закономерности рефракции комплексных световых лучей объясняют отсутствие в факториальном автомодельном разложении таких волн полубесконечного планарного диэлектрического волновода как быстрые собственные (волна типа Ценнека) и медленные несобственные.

7. Проведена проверка квазимодального разложения в задаче расчета диаграммы излучения антенны поверхностной волны и в задачах рассеяния волн (плоской и поверхностной) на полубесконечном тонком диэлектрическом слое.

8. Исследована сходимость расчетов коэффициента рассеяния основной поверхностной волны в одномодовом режиме от числа учитываемых комплексных собственных значений волновых чисел вытекающих волн; показано, что наращивание числа этих значений в расчетах можно оборвать на третьем-четвертом номере вытекающей моды при достижении точности вычислений, удовлетворительной для практики.

9. Результаты диссертационной работы были использованы в НИОКР "Пакет", "Поверка", "Пакет-М" по разработке прибора ПЗ-21 и средств его поверки

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. А.В.Кукушкин. Об одном способе решения волнового уравнения и возникающих при этом новых возможностях в некоторых физических приложениях // УФН. - 1993.- Т.163,N2.- С.81-95.

2. А.В.Кукушкин. Обобщение зоммерфельдовской формы рассеянного поля на случай описания явлений дифракции на импедансной полуплоскости. //Изв.вузов.Радиофизика. - 1990.-Т.33, N10.- С.1138-1143.

3. А.В.Кукушкин. Применение базиса разрывных решений волнового уравнения к описанию дифракции поверхностной волны на обрыве тонкого планарного диэлектрического волновода // Изв.вузов. Радиофизика.- 1990.- Т.33, N11.- С.1242-1257.

4. А.В.Кукушкин. Дифракционная поправка к борновскому приближению задачи возбуждения тонкого полубесконечного диэлектрического слоя // Радиотехника и электроника.- 1986.- Т.31,N2.-С.387-389.

5. А.В.Кукушкин, М.К.Макаров. Программа вычисления собственных значений полного спектра волн плоского диэлектрического волновода с произвольно большими тепловыми потерями // Инф.листок N 87-2933. - М: ВИМИ, 1987.

6. А.В.Кукушкин. Исследование спектрального состава собственных волн неэкранированных резистивных пленок // Тезисы докл. Всесоюзн. конф. "Средства измерений, диагностики и контроля РЭА 4-5 поколений". - М: ЭКОС, 1986. - С.120-122.

7. Жилин А.В., Зимин С.В., Кукушкин А.В. Учет влияния краевых эффектов в расчете диаграммы направленности антенны поверхностной волны // Тезисы докл. Научно-технической конф. факультета радиоэлектроники и техн. киберн., посвященной 100-летию изобр. радио А.С. Поповым и 50-летию победы в Великой Отечественной войне. - Н.Новгород: НГТУ, 1995. - С.16.

8. Кукушкин А.В. К вопросу о полноте автомодельного базиса функций полуплоскости и о физическом смысле волны Ценнека // Тезисы докл. Научно-технической конф. факультета радиоэлектроники и техн. киберн., посвященной 100-летию изобр. радио А.С. Поповым и 50-летию победы в Великой Отечественной войне. - Н.Новгород: НГТУ, 1995. - С.18.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. - М.: Наука, 1969. - 192 с.

2. J.B.Keller. Proceedings of the Symposium on Applied Matematics.- NY.: McGraw-Hill, 1958. - p. 27.

3. L.B.Felsen. Evanescent Waves // J. Opt. Soc. Am. - 1976.- vol.66, N8. - P.751-760 .

4. Л.Фелсен. Квазиоптические методы в дифракции // Квазиоптика. Избранные доклады на международном симпозиуме. - перевод с англ. и нем. под редакцией Б.З.Каценеленбаума и В.В.Шевченко.- М.: Мир, 1966. 504 с. - С.15.

5. P.S.Epstein. Geometrical optics in absorbian media // Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.- 1930.- vol.16.- P. 37-45.

6. H.Bremmer. Terrestrial radio waves.- NY.: Elsevier, 1949. P.174-182.

7. Ю.А.Кравцов. Комплексные лучи и комплексные каустики // в сб. Труды 4 Всесоюзного симпозиума по дифракции волн.- М: Наука.- 1967.

8. J.B.Keller, W.Streifer. Complex rays with an application to Gaussian beams // J. Opt. Soc. Am. - 1971.- vol.61.- P.40-43.

9. Вэй-и Д.Ван,Дж.Дешамп. Использование комплексных лучей в задачах рассеяния // ТИИЭР.- 1974.- Т.62,N11.- С.150-162.

10. С.Чоудхари, Л.Фелсен. Распространение и дифракция гауссовых пучков в приближении геометрической оптики неоднородных волн // ТИИЭР.- 1974.- Т.62,N11.- С.136-149.

11. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции.- М.: Сов.радио, 1962. - 243 с.

12. Математический энциклопедический словарь.- М.: Сов.энциклопедия, 1988.- 848 с.

13. S.Ray, R.Mittra. Numerical analysis of open waveguide discontinuities// Radio Science.- 1984.- vol.19,N5.- P.1289-1293.

14. Е.Н.Коршунова. Решение некоторых задач электродинамики для тел сложной формы методом контурных интегральных уравнений: Дис.на соискание уч.ст. канд. физ.-мат. наук.- М.: ИРЭ АН СССР, 1975.- 148с.