

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГЕОДЕЗИИ
И КАРТОГРАФИИ

РГБ ОА
6 6 ИЮН 2000

На правах рукописи

ОА Спиридова Юлия Николаевна

Спиридонова Юлия Николаевна

УДК 528.235

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ И ВАРИАНТОВ
ПЕРСПЕКТИВНО-КОНИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ ЭЛЛИпсоиДА ВРАЩЕ-
НИИ

Специальность 05.24.03. - картография

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Москва 1999

Работа выполнена в Московском государственном университете
геодезии и картографии.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Л.М.Бугаевский

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
С.В.Лебедев
кандидат технических наук
Б.В.Зорин

Ведущая организация - Центральный научно-исследовательский
институт геодезии, аэросъемки и
картографии (ЦНИИГАиК).

Защита состоится "27" декабря 1999 г. в "10" часов
на заседании диссертационного совета К 063.01.02 в Московском
государственном университете геодезии и картографии по адресу:
103064, Москва, Гороховский пер., 4, МИИГАиК, ауд. 321.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МИИГАиК.

Автореферат разослан "24" ноября 1999 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Краснопецев Б.В.

0172,0

актуальность. За 2500 лет своего существования математическая картография прошла большой путь развития, трудами ученых разных стран разработано большое количество различных классов и вариантов проекций. Вместе с тем многие проблемы этой научной дисциплины как в теоретическом, так и в практическом аспекте до сих пор не решены.

Большое распространение получили в картографии только перспективные проекции шара и эллипсоида; используются также перспективно-цилиндрические проекции шара. Но до сих пор отсутствует общая теория перспективных проекций, согласно которой можно было бы получать перспективные азимутальные, цилиндрические и конические проекции как частные случаи общей теории.

Кроме того, почти не разработана теория перспективно-цилиндрических и перспективно-конических проекций эллипсоида, в связи с чем они практически не используются.

По проблеме перспективно-конических проекций имеются отдельные исследования:

- Мерлока, В.В. Каврайского, В.К. Христова, разработавших отдельные варианты перспективно-конических проекций шара;
- Л.М. Бугаевского, рассмотревшего общую методику получения перспективных проекций шара способом визирования;
- А.И. Петренко, А.В. Шапошникова, С.Ф. Кобыляцкого и др., получивших перспективно-конические проекции, но только в местных системах координат и без разработки теории искажений этих проекций.

Из всей совокупности проблем математической картографии, требующих дальнейшего разрешения, можно выделить необходимость разработки методики определения проекций с заданными свойствами, например, заданной кривизной геодезических линий, меридианов, параллелей и п.

Особенно важно подчеркнуть необходимость разработки проекций с данной кривизной параллелей, что имеет большое значение для пра-

вильного отображения относительного положения географических регионов при создании ряда карт, например, школьных.

В последние годы, в связи с разработкой сканерных систем, возникла необходимость получения математических моделей сканерных снимков.

Следует отметить, что:

- математическими моделями кадровых космических снимков, а также сканерных снимков с коническим горизонтальным развертыванием, являются перспективно-азимутальные проекции;
- математическими моделями сканерных снимков с линейной однострочной разверткой являются перспективно-цилиндрические проекции;
- математическими моделями сканерных снимков с вертикальным коническим развертыванием являются перспективно-конические проекции.

Требования к разработке новых проекций и совершенствованию их теории вытекают из потребностей различных наук, в том числе связанных с разработкой разнообразных геоинформационных систем различного назначения, освоением космического пространства, развитием планетной картографии, углубленным изучением недр Земли, развитием и более широким применением картографических методов исследования в различных науках, например, в мелиорации, в лесном и сельском хозяйстве и т. п.

Таким образом, как с точки зрения общей теории, так и теории классов перспективных проекций и их применения, возникает необходимость решения группы задач.

Цель настоящего исследования заключается в разработке общей теории перспективных проекций эллипсоида вращения, а также детальной разработке теории перспективно-конических проекций эллипсоида вращения.

В соответствии с целью в работе поставлены и решаются следующие задачи:

- разработать общую теорию перспективных проекций эллипсоида;
- провести исследование и разработку теории перспективно-конических проекций эллипсоида вращения с негативным и позитивным изображением;
- получить варианты перспективно-конических проекций эллипсоида с заданными свойствами;
- выполнить дополнительные исследования перспективно-конических проекций, разработанных другими учеными в местных системах координат, и получить такие проекции в единой системе, принятой для конических проекций;
- разработать теорию и методику получения проекций непосредственного отображения эллипсоида в косо́й ориентировке взамен проекций "двойного" отображения;
- разработать способы определения перспективно-азимутальных и перспективно-цилиндрических проекций на основе общей теории перспективных проекций эллипсоида;
- выполнить исследования, направленные на создание математических моделей сканерных космических снимков, обеспечивающие их использование при решении практических задач и анализе полученных результатов.

Предметом защиты и научной новизны работы являются:

- общая теория перспективных проекций эллипсоида вращения;
- теория перспективно-конических проекций эллипсоида вращения с негативным и позитивным изображением на касательном и секущем конусах;
- варианты перспективно-конических проекций эллипсоида вращения с заданными свойствами;
- перспективно-конические проекции, разработанные другими учеными

ми в местных системах координат и полученные в единой системе, принятой для конических проекций;

- способы определения перспективных азимутальных и цилиндрических проекций на основе общей теории перспективных проекций эллипсоида;
- результаты исследований, направленные на создание математических моделей сканерных космических снимков.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложения.

Во введении обоснована актуальность темы, раскрыто состояние вопроса, определена цель, задачи, научная новизна работы.

В первой главе на основе анализа современного состояния общей теории перспективных проекций и теории перспективно-конических проекций определяются тенденции их развития.

Во второй главе исследуется общая теория перспективных проекций эллипсоида вращения, теория перспективно-конических проекций, на основании последней разрабатываются различные варианты перспективно-конических проекций с негативным и позитивным изображением на касательном и секущем конусах, а также проводятся дополнительные исследования по приведению перспективно-конических проекций других тел к общей системе координат и разрабатывается теория искажений этих проекций.

В третьей главе дается обзор и анализ материалов по математическим моделям сканерных космических снимков с коническим вертикальным сканированием, обеспечивающие их использование при решении ряда практических задач. Также выполняются экспериментальные исследования полученных вариантов перспективно-конических проекций.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В перспективных проекциях земная поверхность принимается за по-

ерхность шара или эллипсоида вращения. Ее изображение получают путем прямолинейного визирования из точки пространства, называемой точкой зрения, на развертывающуюся поверхность цилиндра, конуса, плоскость.

Наиболее часто используются перспективно-азимутальные проекции шара, так и эллипсоида. Перспективно-цилиндрические проекции шара нашли достаточно большое применение. Наименее часто используются недостаточно теоретически разработанные перспективно-конические проекции. В настоящее время они могут найти большое использование для издания различных карт с заданными свойствами и для описания математических моделей сканерных космических снимков.

Основной задачей исследования была разработка теории перспективно-конических проекций.

В первой главе проведен обзор и анализ известных работ по этой проблеме.

Анализ современных способов получения перспективно-конических проекций выявил две основные группы работ. К первой можно отнести исследования Мердока, В.В. Каврайского, В.К. Христова, Л.М. Бугаевского, которые получили перспективно-конические проекции шара как в отдельных, так и в единой системе координат. Во вторую входят работы И. Петренко, А.В. Шапошникова, С.Ф. Кобыляцкого и др., получивших формулы перспективно-конических проекций шара только в местных системах координат.

Кроме того, С.Ф. Кобыляцкий рассматривает принцип получения равноугольных, равнопромежуточных и равновеликих проекций. Эти проекции в существующем виде не являются перспективными, так как они получены аналитическим путем.

В проекциях, относящихся ко второй группе, практически отсутствуют разработки теории искажений; вычисления по формулам этих проекций представляют определенное неудобство, т. к. углы здесь даются в ли-

не¹ной, а не в угловой мере, что не совсем привычно и требует выполнения дополнительных вычислений.

Во второй главе рассмотрены теоретические аспекты создания общей теории перспективных проекций разных классов на основе метода визирования отображаемой поверхности на соответственно образующие цилиндра, конуса и на плоскость.

Общая схема получения таких изображений показана на рис. 1.

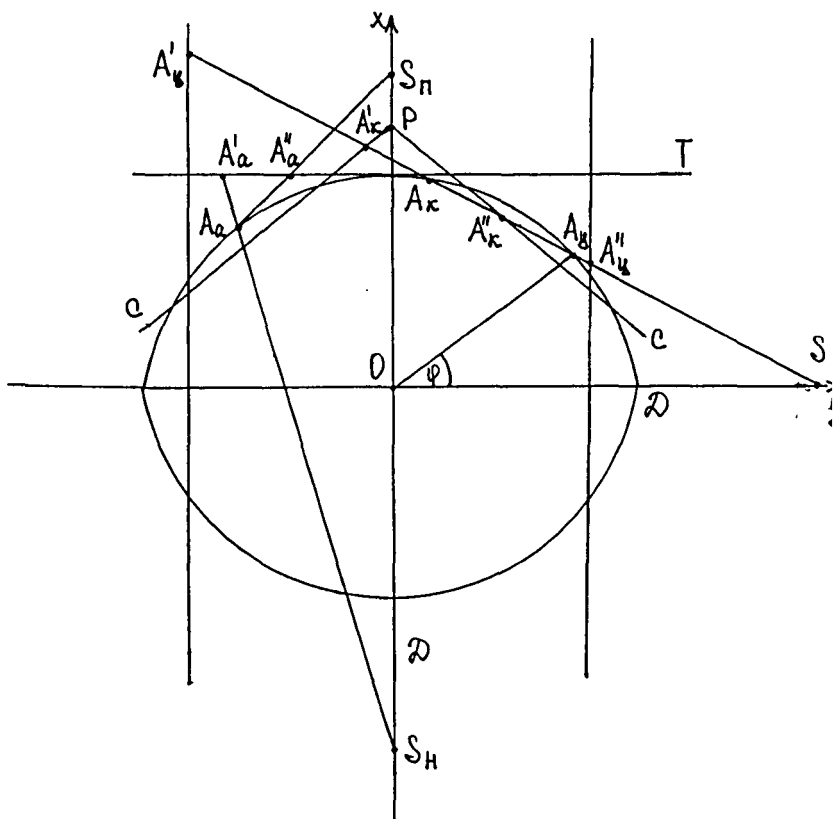


рис. 1

Рассмотрим определение перспективных проекций эллипсоида.

В каждой из перспективных проекций построение изображения осуществляется последовательно по каждому сечению $\lambda = const$ (или сечениям по вертикалам $a = const$ - для проекций в косо́й или поперечной ориентировках).

Совокупность отображаемых точек в каждой из этих плоскостей определяется пересечением визирных лучей и линий образующих цилиндра С-С или конуса Р-С, а при получении азимутальных проекций - линии картинной плоскости Т (рис. I).

Для всех этих проекций уравнения визирных лучей имеют вид:

$$x(Y_A - Y_S) - y(X_A - X_S) - x_S(Y_A - Y_S) + y_S(X_A - X_S) = 0,$$

где X_A, Y_A, X_S, Y_S - прямоугольные координаты текущих проектируемых точек А и точек зрения (проектирования) S в системах координат каждой плоскости.

Уравнения образующих конуса, цилиндра, соответствующих линий картинной плоскости Т можно представить следующим образом:

- для конических проекций

$$x(Y_2 - Y_1) - y(X_2 - X_1) - x_1(Y_2 - Y_1) + y_1(X_2 - X_1) = 0;$$

- для цилиндрических проекций

$$y = K_1;$$

- для азимутальных проекций

$$y = K_2.$$

Конкретные значения X_A, Y_A, X_S, Y_S, K_1 и K_2 зависят от выбранных систем прямоугольных координат, особенностей проектируемых поверхностей

тей и параметров отображения.

Используя данный метод визирования, была разработана теория и получены конкретные формулы перспективно-конических проекций с негативным и позитивным изображением на касательном и секущем конусе.

На рис. 2 представлены проекции с негативным и позитивным изображением на касательном конусе.

Общие формулы таких проекций:

$$x = \rho_0 - \rho \cos \delta; \quad y = \rho \sin \delta;$$

$$\delta = \alpha \lambda;$$

$$m = -\frac{\rho_0}{M}; \quad n = \frac{\alpha \rho}{N \cos \varphi}; \quad r = m \cdot n; \quad \sin \omega/2 = \frac{n - m}{n + m};$$

$$M = a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}; \quad N = a/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2};$$

$$\rho_H = \left[\left(\frac{[D \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 + N_0 (\operatorname{cosec} \varphi_0 - e^2 \sin \varphi_0)] N \sin \varphi (1 - e^2)}{N \sin \varphi (1 - e^2) + \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 (N \cos \varphi + D)} - N_0 (\operatorname{cosec} \varphi_0 - e^2 \sin \varphi_0) \right)^2 + \left(-\frac{[D \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 + N_0 (\operatorname{cosec} \varphi_0 - e^2 \sin \varphi_0)] (N \cos \varphi + D)}{N \sin \varphi (1 - e^2) + \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 (N \cos \varphi + D)} + D \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\rho_n = \left[\left(\frac{[N_0 (\operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0 (1 - e^2)) - D \operatorname{ctg} \varphi_0] N \sin \varphi (1 - e^2)}{N \sin \varphi (1 - e^2) + (N \cos \varphi - D) \operatorname{ctg} \varphi_0} - N_0 (\operatorname{cosec} \varphi_0 - e^2 \sin \varphi_0) \right)^2 + \left(\frac{[N_0 (\operatorname{ctg} \varphi_0 \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0 (1 - e^2)) - D \operatorname{ctg} \varphi_0] (N \cos \varphi - D)}{N \sin \varphi (1 - e^2) + (N \cos \varphi - D) \operatorname{ctg} \varphi_0} + D \right)^2 \right]^{1/2};$$

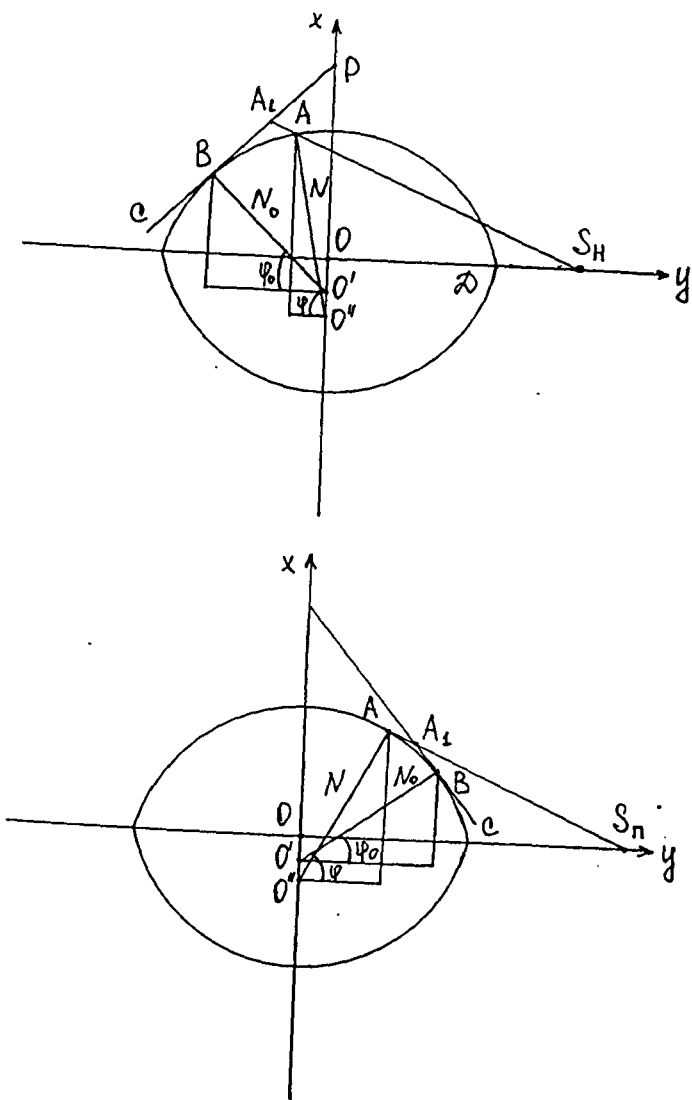


рис. 2

На рис. 3 представлены проекции с негативным и позитивным из-бражением на секущем конусе.

Общие формулы таких проекций:

$$x = \rho_{10} - \rho \cos \delta; y = \rho \sin \delta; \delta = \alpha \lambda; m = -\rho \varphi / M; n = \alpha \rho / N \cos \varphi;$$

$$\mu = m \cdot n; \sin \omega/2 = \frac{n-m}{n+m}; \alpha = \frac{N_2 \cos \varphi_2 - N_1 \cos \varphi_1}{\rho'_2 - \rho'_1};$$

$$c = \frac{N_1 \cos \varphi_1}{\alpha} + \rho'_1 = \frac{N_2 \cos \varphi_2}{\alpha} + \rho'_2;$$

$$\rho_H = c - \rho' = c - \left[\frac{(N_2 \sin \varphi_2 (N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2) + (\mathcal{D} + N_1 \cos \varphi_1) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1)) N \sin \varphi}{N \sin \varphi (N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2) + (N \cos \varphi + \mathcal{D}) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1)} \right. \\ \left. - \frac{(1-e^2)}{N_1 (1-e^2) [\sin \varphi_1 + \cos \varphi_1 \frac{N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1}{N_2 \cos \varphi_2 - N_1 \cos \varphi_1}]^2} + \left(\frac{N_2 \sin \varphi_2 (N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2)}{N \sin \varphi (N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2)} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(\mathcal{D} + N_1 \cos \varphi_1) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1) (N \cos \varphi + \mathcal{D})}{(N \cos \varphi + \mathcal{D}) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1)} + \mathcal{D} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\rho_H = c - \rho' = c - \left[\frac{(\mathcal{D} - N_1 \cos \varphi_1) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1) N \sin \varphi (1-e^2)}{N \sin \varphi (N_2 \cos \varphi_2 - N_1 \cos \varphi_1) - (N \cos \varphi - \mathcal{D}) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1)} \right. \\ \left. - N_1 (1-e^2) [\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1 \frac{N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1}{N_2 \cos \varphi_2 - N_1 \cos \varphi_1}]^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{(\mathcal{D} - N_1 \cos \varphi_1) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1) (N \cos \varphi - \mathcal{D})}{N \sin \varphi (N_2 \cos \varphi_2 - N_1 \cos \varphi_1) - (N \cos \varphi - \mathcal{D}) (N_2 \sin \varphi_2 - N_1 \sin \varphi_1)} + \mathcal{D} \right)^2 \right]^{1/2};$$

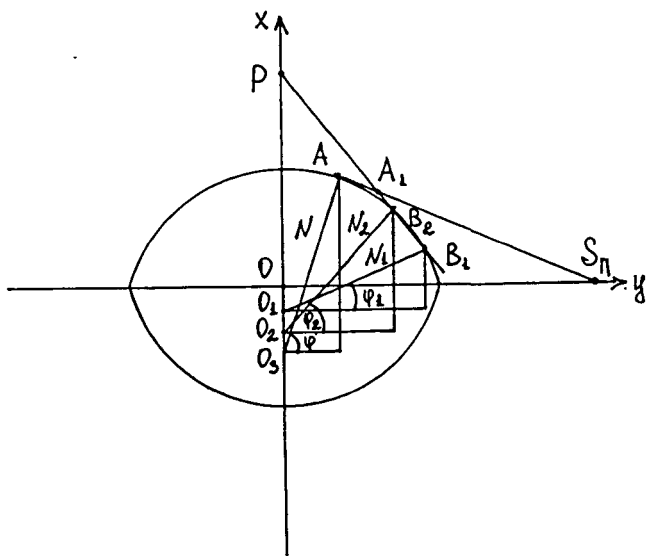
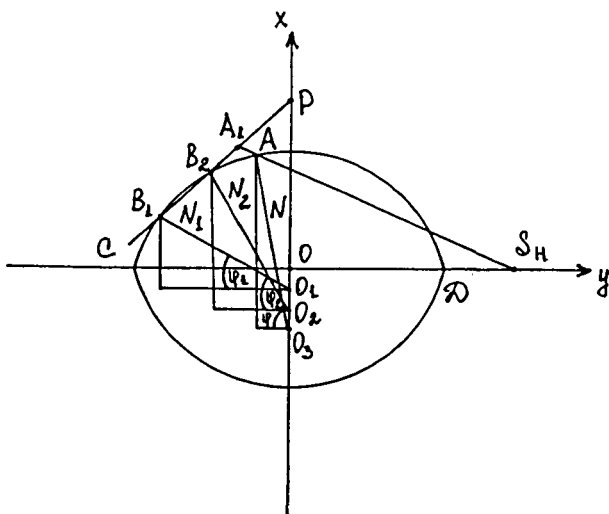


рис. 3

Разработана теория и получены формулы комбинированной перспективно-конической проекции с негативным и позитивным изображением на касательном и секущем конусе.

На рис. 4 показан первый вариант этих проекций.

Общие формулы:

$$x = \kappa_1 X_H + \kappa_2 X_n; \quad y = \kappa_1 Y_H + \kappa_2 Y_n;$$

$$X_H = \frac{N \sin \varphi (1 - e^2) (N \cos \varphi + d) \sin \varphi_0 [N_0 \cos \varphi_0 (1 - e^2) + d (1 - \cos \varepsilon \varphi_0)]}{(N \cos \varphi + d) [\sin \varphi_0 (1 - \cos \varepsilon \varphi_0) (N \cos \varphi + d) - N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2)]};$$

$$Y_H = \frac{d N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2) + N_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 (1 - e^2) (N \cos \varphi + d)}{\sin \varphi_0 (1 - \cos \varepsilon \varphi_0) (N \cos \varphi + d) - N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2)};$$

$$X_n = \frac{N \sin \varphi (1 - e^2) (N \cos \varphi - \mathcal{D}) \sin \varphi_0 [N_0 \cos \varphi_0 (1 - e^2) - \mathcal{D} (1 - \cos \varepsilon \varphi_0)]}{(N \cos \varphi - \mathcal{D}) [\sin \varphi_0 (1 - \cos \varepsilon \varphi_0) (N \cos \varphi - \mathcal{D}) - N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2)]};$$

$$Y_n = \frac{N_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 (1 - e^2) (N \cos \varphi - \mathcal{D}) - \mathcal{D} N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2)}{\sin \varphi_0 (1 - \cos \varepsilon \varphi_0) (N \cos \varphi - \mathcal{D}) - N \sin \varphi \cos \varphi (1 - e^2)}.$$

Здесь κ_1, κ_2 — постоянные коэффициенты, выбираемые из различных условий и влияющие на свойства проекции.

Эти коэффициенты определяются с использованием критерия Эйри из условия обеспечения минимальных искажений в пределах изображаемой территории.

Таким образом разработанная теория перспективно-конических проекций эллипсоида на касательном и секущем конусе с негативным и позитивным изображением завершает исследования разных ученых по получению таких проекций и создает практические возможности получения этих проекций для создания карт различного назначения.

Важно отметить, что на основе полученных конкретных способов из

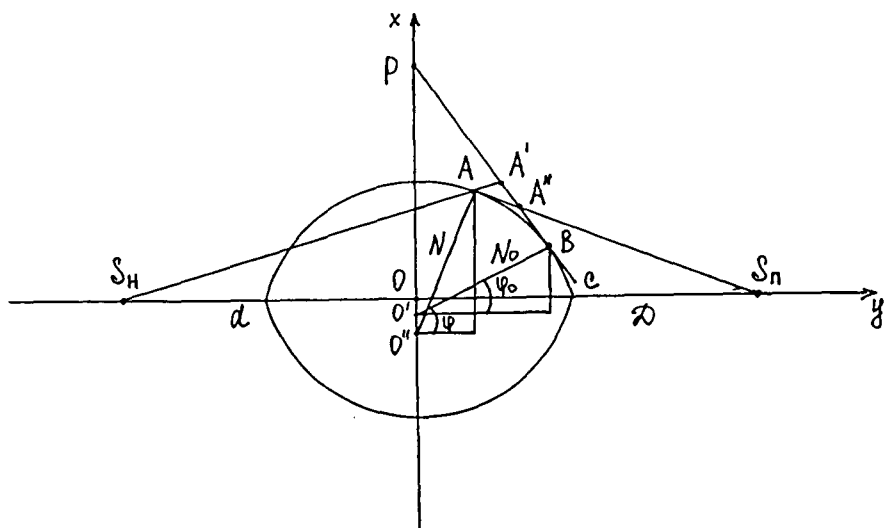


рис. 4

скания этих проекций и конкретных формул, представляется возможным получить проекции с различными свойствами, например, проекции, имеющие заданную кривизну параллелей и желаемое распределение искажений.

Как известно, в ряде случаев, например, при создании школьных карт очень важно, особенно в младших классах, иметь карты, правильно отображающие относительное положение географических территорий. Использование полученных проекций позволяет решать эту проблему.

Одна из важных задач получения и использования конических проекций возникает при картографировании территорий, расположенных в средних широтах и вытянутых по произвольному направлению. В этом случае обычно применяются проекции "двойного" отображения: эллипсоид отображают на сфере; определяют координаты нового полюса проекции; осуществляют преобразование сферической системы координат и, наконец, получают "двойную" проекцию. Таким образом возникает необходимость достаточно большого объема вычислений.

В работе рассмотрен способ получения перспективно-конической про-

сильно эллипсоида в косо́й ориентировке как "дво́йного", так и непосредственного отображения. Последний уменьшает объем вычисления и, самое главное, обеспечивает уменьшение величин искажений при отображении таких областей (рис.5).

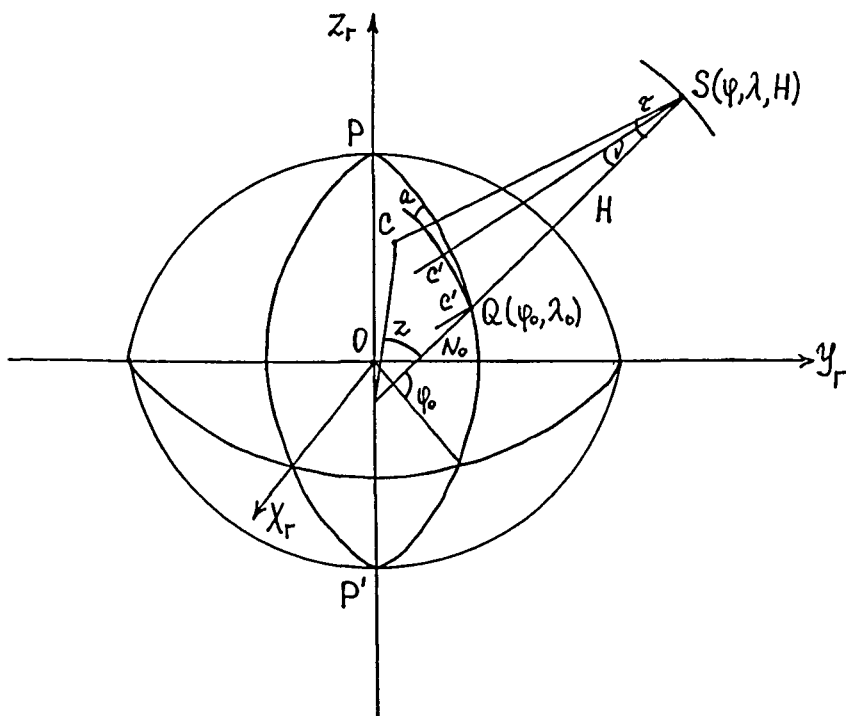


рис. 5

Формулы этой проекции:

$$X = \frac{H(N+h)[\sin\varphi \cos\varphi_0 - \cos\varphi \sin\varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0) + e^2(N_0 \sin\varphi_0 - N \sin\varphi) \cos\varphi_0]}{(N+h)[\sin\varphi \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cos\varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0)] + e^2(N_0 \sin\varphi - \alpha/\sin\varphi) \sin\varphi - (N+h)'}$$

$$y = \frac{H[(N+h) \cos\varphi \sin(\lambda - \lambda_0)]}{(N+h)[\sin\varphi \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cos\varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0)] + e^2(N_0 \sin\varphi - \alpha/\sin\varphi) \sin\varphi - (N+h)}$$

Анализ исследований, выполненных другими авторами, как отмечалось выше, поставил задачу получения этих проекций в единой принятой системе координат, так как А.И. Петренко и А.В. Шапошников ограничились только разработкой проекций в местных системах координат. Полученные видоизмененные формулы дают возможность создания карт в единой системе координат.

На рис. 6 показана для примера перспективно-коническая проекция шара с позитивным изображением на секущем конусе А.И. Петренко в единой системе координат начало местной системы координат находится в точке O .

Общие формулы этой проекции:

$$x = \rho \cos \delta;$$

$$y = \rho \sin \delta;$$

$$m = -\frac{\rho s}{R}; \quad n = \frac{d \rho}{R \cos \frac{s-s_0}{R}};$$

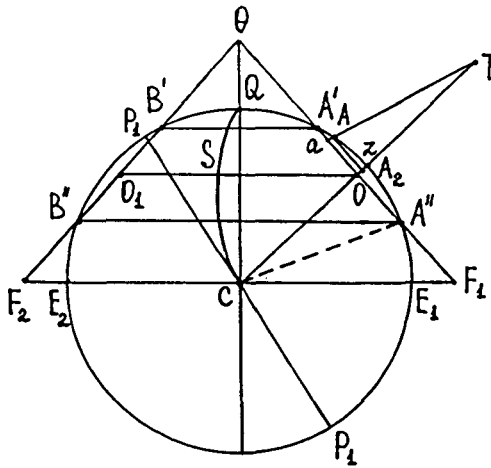
$$\rho = m \cdot n; \quad \sin \omega/2 = \frac{n-m}{n+m};$$

$$d = \frac{R \left(\cos \frac{S_1 - S_0}{R} - \cos \frac{S_2 - S_0}{R} \right)}{\rho'_2 - \rho'_1};$$

$$c = \frac{R \cos \frac{S_1 - S_0}{R}}{d} + \rho'_1 = \frac{R \cos \frac{S_2 - S_0}{R}}{d} + \rho'_2$$

$$\rho = c - \left[\left(\frac{(H + R - R \cos \frac{S'_0 - S_0}{R}) R \sin \frac{S - S_0}{R}}{H + R - R \cos \frac{S - S_0}{R}} - R \cos \frac{S'_0 - S_0}{R} \operatorname{ctg} \frac{S_0}{R} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{l \sin \frac{S_0}{R} \left[R \sin \frac{S'_0 - S_0}{R} + \frac{R \cos \frac{S'_0}{R}}{\sin \frac{S_0}{R}} - \frac{(H + R - R \cos \frac{S'_0 - S_0}{R}) R \sin \frac{S - S_0}{R}}{H + R - R \cos \frac{S - S_0}{R}} \right] \right]^2$$



pic. 6

В качестве теоретической завершенности и иллюстрации разработанной общей теории получения перспективных проекций разработаны теоретические аспекты и получены конкретные формулы перспективно-азимутальных и перспективно-цилиндрических проекций эллипсоида как частных случаев общей теории. Результаты таких исследований показаны на рис. 7, 8 соответственно.

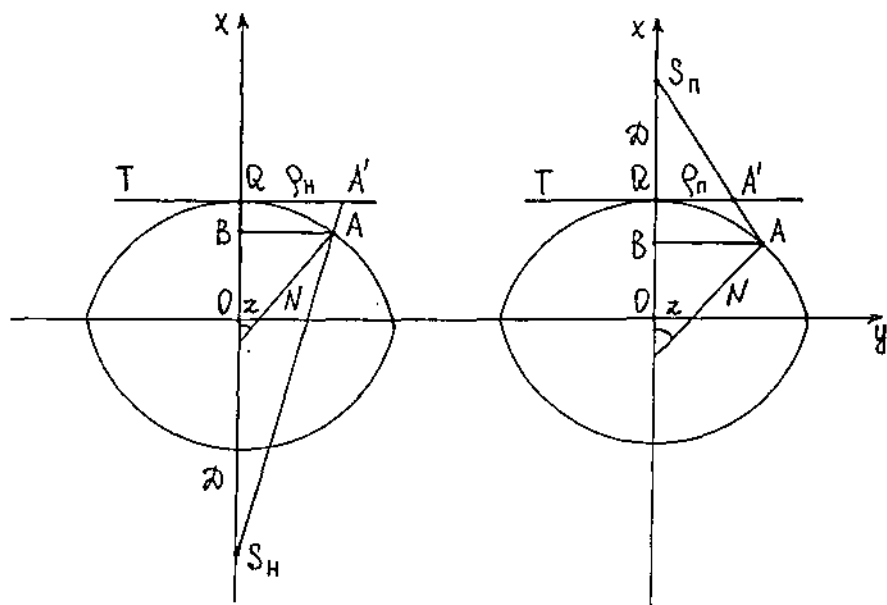


рис. 7

$$x = \rho \cos \alpha; \quad y = \rho \sin \alpha; \quad \rho = \mu_1 \cdot \mu_2; \quad \sin \omega/2 = (\mu_2 - \mu_1) / (\mu_2 + \mu_1);$$

$$\rho_H = (\varnothing + N) \frac{N \sin z (1 - e^2)}{N \cos z + \varnothing}; \quad \rho_n = (\varnothing - N) \frac{N \sin z (1 - e^2)}{\varnothing - N \cos z};$$

$$\mu_1 = \frac{1}{N} \frac{N(1 - e^2) [\cos z (N \cos z + \varnothing + N \sin^2 z)]}{(N \cos z + \varnothing)^2}; \quad \mu_2 = \frac{1}{N} \frac{N(1 - e^2) [\cos z (\varnothing - N \cos z) - N \sin^2 z]}{(\varnothing - N \cos z)^2};$$

$$\mu_2 = (D+N) \frac{1-e^2}{(N \cos \alpha + D)}; \quad \mu_2 = (D-N) \frac{1-e^2}{(D - N \cos \alpha)}$$

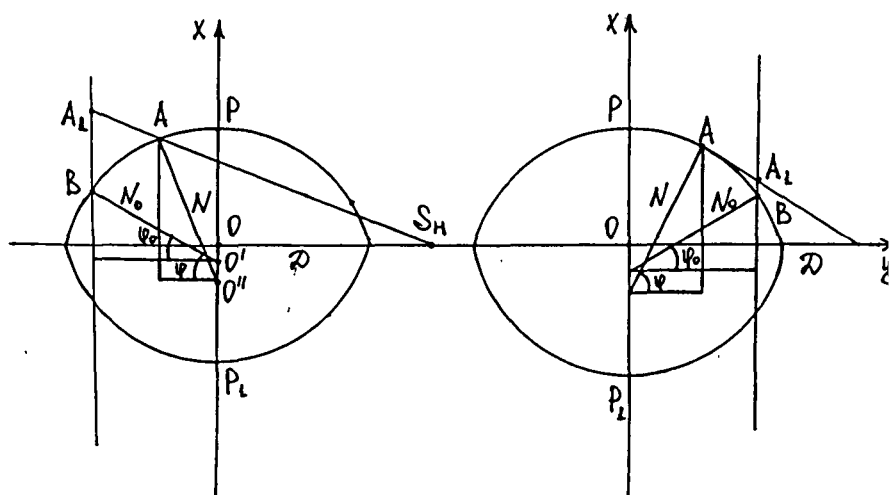


рис. 8

$$x_H = \frac{N \sin \varphi (1-e^2) (N_0 \cos \varphi_0 + D)}{N \cos \varphi + D}; \quad x_{\Pi} = \frac{N \sin \varphi (1-e^2) (N_0 \cos \varphi_0 - D)}{N \cos \varphi - D};$$

$$y = N_0 \cos \varphi_0 \lambda;$$

$$m_H = \frac{N (1-e^2) (N_0 \cos \varphi_0 + D) [(N \cos \varphi + D) \cos \varphi - \sin^2 \varphi]}{(N \cos \varphi + D)^2} \cdot \frac{1}{\lambda};$$

$$m_{\Pi} = \frac{N (1-e^2) (N_0 \cos \varphi_0 - D) [\cos \varphi (N \cos \varphi - D) + \sin^2 \varphi]}{(N \cos \varphi - D)^2} \cdot \frac{1}{\lambda};$$

$$n = \frac{\cos \varphi_0}{\cos \varphi}; \quad \mu = m \cdot n; \quad \sin \frac{\omega}{2} = \frac{n-m}{n+m}.$$

Эти исследования подтвердили единство теории получения перспективных проекций по одной методике с использованием визирования отображаемой поверхности с заданных пространственных точек зрения.

В настоящее время в связи с развитием космических исследований разрабатываются и используются, как известно, различные съемочные системы поверхностей небесных тел. Поэтому особое внимание уделяется разработке систем получения сканерных изображений, так как эти системы позволяют получать оперативную информацию о местности этих поверхностей и их изменениях. Как отмечалось выше, созданы и используются сканерные системы с линейным однострочным сканированием, системы с коническим вертикальным и горизонтальным сканированием.

В третьей главе выполнен обзор и анализ различных сканерных систем, их свойств, особенностей и достоинств. Особое внимание, учитывая тему диссертации, уделено рассмотрению сканерных систем с коническим вертикальным сканированием.

Следует отметить, что в этих системах по сравнению с кадровыми космическими снимками и со сканерными снимками с однострочным линейным сканированием величины искажений значительно меньше. Если на краю изображения кадровых космических снимков и сканерных снимков с горизонтальным развертыванием искажения длин вдоль меридианов достигают 100%, вдоль альмукантаратов 50%, искажения площадей 100%, наибольшие искажения углов 180° ; то в изображениях, получаемых системами с коническим вертикальным сканированием, искажения всех видов примерно на порядок ниже, что свидетельствует о целесообразности особого внимания к разработке и использованию сканерных систем с вертикальным коническим сканированием.

Выполненные теоретические исследования послужили основой для экспериментальных работ. Для этого исследовались величины искажений: частные масштабы длин вдоль меридианов и параллелей, частные масштабы площадей, наибольшие искажения углов, а также величины кривизны параллелей. Пример с результатами таких вычислений представлен в таблице.

Таблица. Частные масштабы длин, площадей, наибольшие искажения углов, коэффициенты кривизны параллелей в перспективно-конических проекциях эллипсоида вращения.

φ	40°	50°	60°	70°
	с негативным изображением на касательном конусе			
m	1,160	1,048	0,995	0,997
n	1,068	1,435	2,037	3,252
ρ	1,239	1,504	2,026	3,242
$\omega^{\circ}/2$	2,4	9,0	20,1	32,1
k_n	0,7	0,6	0,5	0,5
	с положительным изображением на касательном конусе			
m	1,095	1,015	1,000	1,049
n	0,673	0,648	0,644	0,659
ρ	0,738	0,658	0,644	0,691
$\omega^{\circ}/2$	13,8	12,8	12,5	13,2
k_n	1,1	1,3	1,7	3,1
	с негативным изображением на секущем конусе			
m	0,840	0,937	1,025	1,070
n	0,739	1,000	1,455	2,392
ρ	0,621	0,937	1,491	2,559
$\omega^{\circ}/2$	3,7	1,9	10,0	22,4
k_n	0,9	0,8	0,7	0,6

Продолжение таблицы.

	с: позитивным изображением на сечущем конусе			
m	1,090	1,010	1,000	1,040
n	0,670	0,640	0,645	0,660
p	0,730	0,640	0,645	0,686
$\omega^{\circ}/2$	13,0	12,0	12,7	13,4
k_n	1,0	1,2	1,6	2,5

Анализ этих результатов показал, что в ряде случаев искажения в полученных перспективно-конических проекциях несколько лучше распределяются, чем в классических вариантах проекций или находятся в тех же пределах; часто имеют меньшую кривизну параллелей и, таким образом, расширяют диапазон возможностей использования перспективно-конических проекций эллипсоида для создания карт различного назначения любым территориальным охватом.

Основные выводы и результаты

- Проведен обзор и анализ современных способов получения перспективных проекций различных классов, показавший незавершенность их теоретической разработки, особенно перспективно-конических проекций;
- Разработана общая теория перспективных проекций эллипсоида вращения, на основе которой могут быть получены любые перспективные азимутальные, цилиндрические или конические проекции;
- Проведены исследования и разработка теории перспективно-конических проекций эллипсоида вращения с негативным и позитивным изображением по методу визирования, дополняющие исследования отдельных ученых по этой проблеме;

- Получены варианты перспективно-конических проекций эллипсоида вращения на касательном и секущем конусе, с произвольным и фиксированным положением точки зрения, в нормальной и косо́й ориентировке. Причем проекции в косо́й ориентировке получены как традиционным трудоемким способом, т. е. проекции "двойного" отображения, так и проекции непосредственного отображения, обеспечивающие уменьшение величин искажений при отображении территорий, расположенных в средних широтах;
- Получена комбинированная перспективно-коническая проекция с негативным и позитивным изображением шара и эллипсоида на касательном и секущем конусе, позволяющая путем подбора постоянных коэффициентов обеспечивать минимальные искажения;
- Получены варианты перспективно-цилиндрических и азимутальных проекций эллипсоида как частных случаев общей теории перспективных проекций эллипсоида;
- Выполнены дополнительные исследования и получены перспективно-конические проекции в единой системе координат на основе проекций А.И. Петренко и А.В. Шапошникова в местных системах координат;
- Проведен обзор способов получения математических моделей сканерных космических снимков с конической разверткой и выполнены исследования, направленные на разработку их общих математических моделей, которые могут быть использованы при дальнейшем решении этой проблемы;
- Проведены экспериментальные исследования, в результате которых получены варианты перспективно-конических проекций эллипсоида, имеющие меньшую кривизну параллелей, чем в обычных конических проекциях, что особенно важно при создании карт, например, школьных, где необходимо правильное отображение относительного положения географических территорий, сильно вытянутых по долготе;

- Выполнена оценка искажений полученных перспективно-конических проекций эллипсоида по критерию Конусовой, показавшая принадлежность этих проекций к классу произвольных по характеру искажений.

Результаты выполненных исследований являются предметом защиты настоящей диссертации.

Материалы диссертации доложены и обсуждены на 53 и 54 научно-технических конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, г. Москва, 1998-1999 гг.

ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ.

1. Перспективно-конические проекции шара с негативным изображением на касательном конусе. - Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1998, № 6, с. 153-159.

2. Перспективно-конические проекции эллипсоида на касательном конусе. - Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1999, № 1, с. 104-113.

3. Анализ и модификация перспективно-конических проекций, разработанных в прошлые годы. - Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1999, № 1, с. 114-124.

Ю. Сидяков