

БТБ ОД

19 ИЮН 2000

На правах рукописи

Марченко Владимир Анатольевич

ДИНАМИКА НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛОГИХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

05.23.17 – строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Bligp

САМАРА – 2000г.

Работа выполнена в Самарской государственной архитектурно-строительной академии

Научный руководитель: заслуженный деятель науки РФ,
доктор технических наук, профессор
Сеницкий Ю.Э.

Официальные оппоненты:

заслуженный деятель науки РФ,
доктор технических наук, профессор
Горлач Б.А.

кандидат технических наук, доцент
Гордиенко Б.А.

Ведущая организация:

АО "СНТК",
Самарский научно-технический комплекс им. Н.Д.Кузнецова

Защита состоится "22" июня 2000г. в 13⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д.064.55.01 в Самарской государственной архитектурно – строительной академии по адресу: 443001, г.Самара, ул.Молодогвардейская, 194, ауд.0407

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке академии.

Автореферат разослан "20" мая 2000г.

Ученый секретарь диссертационного совета:

Коренькова С.Ф.

д.т.н., проф. Коренькова С.Ф.

Н 112.560.6,0

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Представляемые практикой требования надежности и экономичности при создании инженерных конструкций, подверженных интенсивным воздействиям от технологического оборудования, а также работающих в условиях высоких давлений и температур при возможном возникновении аварийных ситуаций связаны с расчетом на нестационарные динамические воздействия. Кроме того, в современных условиях многие специальные конструкции (защитные сооружения энергетических и химических реакторов, оболочки резервуаров, печей и т.д.) подвержены действию различных физико-механических и химических полей. При этом действия радиации, агрессивных сред, интенсивных температурных полей приводят к изменению физико-механических и прочностных характеристик материала подобных конструкций, то есть являются факторами наведенной неоднородности. Расчет пространственных систем и, в частности, оболочек на динамические воздействия с учетом изменения упругих и инерционных характеристик материала по толщине (при наведенной неоднородности) является сложной малоизученной проблемой современной строительной механики. Фактически отсутствуют исследования, в которых бы предлагались эффективные методы динамического расчета оболочек с учетом наведенной неоднородности.

Таким образом, расчет тонкостенных, неоднородных пластин и оболочек на динамические воздействия представляет актуальную проблему современной теории сооружений. Настоящая диссертация, как раз и посвящена теории и разработке точного в рамках сформулированной ниже модели метода расчета неоднородных пологих сферических оболочек на нестационарные воздействия.

Актуальность настоящего исследования подтверждается тем, что оно входит в "Перечень наименований основных направлений фундаментальных исследований высшей школы в области естественных и гуманитарных наук. Университеты России", а именно, "4.8.12. Математические модели механики оболочек".

Целью работы является разработка нового эффективного метода точного динамического расчета неоднородных пологих сферических оболочек в рамках кинематических гипотез уточненной гиперболической теории типа Тимошенко при наиболее общих условиях нестационарного нагружения и опирания на контуре.

Достижение поставленной цели предусматривает выполнение следующих задач:

- вывод расчетных соотношений и формулировка математической модели рассматриваемых начально-краевых задач динамики неоднородных пологих сферических оболочек;
- построение замкнутых решений для произвольных условий их закрепления на контуре при осесимметричных и неосесимметричных динамических воздействиях;
- анализ частных случаев построенных решений, соответствующих постоянным физико-механическим характеристикам материала (однородная конструкция), конкретным условиям закрепления оболочек и характеру динамических воздействий;
- разработка алгоритма и программного обеспечения для ПЭВМ расчета неоднородных (однородных) пологих сферических оболочек при различных условиях их опирания и динамических воздействиях;

- исследование динамических характеристик (частот и форм колебаний) при различных условиях опирания на контуре, а также напряженно-деформированного состояния пологих сферических оболочек в случаях действия распределенного скачка давления и локального ударного импульса для различных вариантов наведенной неоднородности.

Научная новизна работы состоит в том, что разработаны новые математические модели и на их основе построены новые точные решения нестационарной осесимметричной, а также неосесимметричной динамических задач для пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью и учетом факторов наведенной неоднородности в материале при наиболее общих условиях закрепления их на контуре (контур с тремя и пятью упругими характеристиками соответственно). Исследования основаны на уточненной теории оболочек, учитывающей деформации сдвига и инерцию поворота поперечных сечений конструкции. Применен современный эффективный математический аппарат биортогональных конечных интегральных преобразований, сформулированный профессором Сеницким Ю.Э. При этом:

- разработаны алгоритмы и программы, предназначенные для проведения конкретных динамических расчетов и численных экспериментов;
- исследовано влияние условий закрепления, а также факторов наведенной неоднородности на спектр частот и форм колебаний пологих сферических оболочек;
- проанализированы напряженно-деформированные состояния при действии распределенного скачка давления и локального воздействия ударного импульса для однородных и неоднородных пологих сферических оболочек при полной и частичной деградации материала на внутренней поверхности конструкции.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью вывода основных соотношений, математической постановки и метода решения рассматриваемых начально-краевых задач динамики, соответствием качественных результатов расчета физической картине исследуемых процессов, совпадением количественных результатов в частных случаях с известными в литературе данными расчетов, подтверждается сравнением частных случаев построенных решений с известными точными решениями других авторов.

Практическая значимость работы:

- результаты исследований, алгоритмы и программные модули могут использоваться проектными и научно-исследовательскими организациями при проведении конкретных практических расчетов специальных сооружений, взаимодействующих с агрессивными средами, и в частности, покрытий защитных оболочек реакторных отделений АЭС на внешние специальные аварийные воздействия (ударной волны при взрыве легковоспламеняющихся газов и паров, падении летательного аппарата);
- алгоритмы и программные модули являются универсальными, позволяющими проводить расчеты динамических характеристик и напряженно-деформированного состояния неоднородных (однородных) оболочек при произвольных условиях опирания на контуре и динамических воздействиях;
- полученные замкнутые решения могут быть использованы при оценке погрешностей различных приближенных алгоритмов и методов.

Работа выполнялась по двум научно-техническим программам Министерства общего и профессионального образования Российской Федерации:

- "Прочность и долговечность конструкций при нетрадиционных воздействиях нарушающих внутренние связи материала" проект 2.2.4. "Разработка методов решения задач расчета пространственных конструкций при воздействиях коррозионно-разрушающей среды и динамическом нагружении";
- программе, финансируемой из средств республиканского бюджета по единому заказ-наряду "Разработка эффективных методов динамического расчета пространственных конструкций на основе уточненных моделей", № гос.регистрации 1.23.97ф.

Апробация работы. Результаты проведенных исследований докладывались на международных, федеральных и областных научно-технических конференциях:

- XVIII международной конференции по теории оболочек и пластин (Саратов 1997г.);
- международной конференции "Численные и аналитические методы расчета конструкций" (Самара 1998г.);
- XXVI международном научно-техническом совещании по динамике и прочности двигателей (Самара 1996г.);
- международной конференции "Современные проблемы совершенствования и развития металлических, деревянных и пластмассовых конструкций" (Самара 1996г.);
- шестой межвузовской конференции "Математическое моделирование и краевые задачи" (Самара 1996г.);
- областных 54–57-ой научно-технических конференциях "Исследования в области архитектуры, строительства и охраны окружающей среды" (Самара 1997, 1998, 1999, 2000г.).

В целом, диссертационная работа докладывалась на научном семинаре кафедры сопротивления материалов и строительной механики Самарской Государственной архитектурно – строительной академии под руководством заслуженного деятеля науки РФ, д.т.н., профессора Ю.Э. Сеицкого. Основные результаты диссертации опубликованы в 10 печатных работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка литературы и двух приложений. Объем диссертации 198 страниц, в том числе 162 страницы основного текста, 47 рисунков и 8 таблиц. Список литературы содержит 191 наименований.

На защиту выносятся

- новые, основанные на кинематических гипотезах теории типа С.П.Тимошенко, дифференциальные уравнения и краевые условия для пологих неоднородных сферических оболочек;
- новые точные в рамках сформулированной модели решения нестационарных задач для неоднородных пологих сферических оболочек при наиболее общих упругих условиях закрепления на контуре и динамического нагружения;
- эффективные алгоритмы и программы исследования напряженно – деформированного состояния, частот и форм колебаний неоднородных пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью;
- результаты численного анализа НДС и динамических характеристик неоднородных пологих сферических оболочек.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы диссертации, сформулированы цель работы и методика исследования, дано краткое содержание по главам.

В первой главе представлен краткий исторический обзор и анализ современного состояния проблемы, связанной с исследованиями вынужденных колебаний и решениями задач нестационарной динамики однородных и неоднородных сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью.

Современная теория оболочек, являясь естественным продолжением и обобщением теории пластин, сформировалась благодаря фундаментальным исследованиям Н.А.Алумяз, Н.А.Алфугова, С.А.Амбарцумяна, В.В. Болотина, Н.В.Валишвили, И.Н.Векуа, В.З.Власова, С.Войновского-Кригера, А.С.Вольмира, К.З.Галимова, А.Л.Гольденвейзера, А.Г.Горшкова, Э.И.Григолоюка, Я.М.Григоренко, А.Калинса, Н.А.Кильчевского, М.С.Корнишина, В.А.Крысько, В.Е.Лидского, О.В.Лужина, А.И.Лурье, А.Лява, Р.Д.Миндлина, Х.М.Муштари, П.М.Нагди, У.К.Нигула, В.В.Новожилова, Н.Ф.Образцова, О.Д.Онишвили, В.В.Петрова, В.В.Пикуля, В.Д.Райзера, Э.Рейсснера, А.В.Саченкова, С.П.Тимошенко, П.Е.Товстика, В.М.Толкачева, Я.С.Уфлянда, К.Федергофера, А.И.Цейтлина, К.Ф.Черных, и др.

В большинстве классических фундаментальных исследований физико-механические характеристики материала конструкций считались постоянными, т.е. рассматривались однородные оболочки. Вместе с тем, актуальной проблемой современной строительной механики является разработка эффективных методов динамического расчета тонкостенных конструкций, и в частности, оболочек, взаимодействующих с агрессивными средами, к которым относятся ионизирующее излучение, действие химических и температурных полей. При взаимодействии одной из поверхностей оболочек с агрессивными средами упругие, инерционные и прочностные характеристики материала конструкции^{*)} существенно изменяются. При этом в расчетных моделях необходимо учитывать изменение по толщине конструкции упругих и инерционных характеристик.

Теории расчета неоднородных и слоистых (случай дискретной неоднородности) тонкостенных конструкций посвящены исследования А.Я.Александрова, С.А.Амбарцумяна, В.В.Болотина, К.З.Галимова, Э.И.Григолоюка, Я.М.Григоренко, В.А.Крысько, А.Д.Лизарева, И.Г.Овчинникова, В.В.Петрова, В.В.Пикуля, В.Г.Пискунова, А.О.Рассказова, Н.Б.Ростаниной, А.Ф.Рябова, Ю.Э.Сеницкого, В.М.Толкачева и ряда других отечественных и зарубежных ученых. В основном эти работы содержат постановку и методы решения статических задач. Задачи нестационарной динамики и устойчивости неоднородных и слоистых пластин и оболочек рассмотрены, как правило, для идеализированных условий закрепления на контуре, частных нагружений и решены приближенными и численными методами. При этом, практически отсутствуют исследования в области динамики неоднородных сферических оболочек, характеристики материала которых непрерывно изменяются по толщине конструкции. Настоящая работа посвящена этой проблеме.

В той же главе на основании составленного функционала энергии и вариационного

^{*)} Имеются в виду однородные распределения по поверхности поля агрессивных сред.

принципа Гамильтона–Остроградского выводятся новые дифференциальные уравнения движения и краевые условия, а также физические соотношения, связывающие внутренние усилия и перемещения для неоднородных пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. Они получены в предположении, что модуль упругости и плотность материала являются произвольными функциями, изменяющимися по толщине конструкции z , то есть

$$E(z) = E_0 f_1(z), \quad \rho(z) = \rho_0 f_2(z), \quad \nu = \text{const}, \quad z \in [-h_1, h_2], \quad (1)$$

где $f_1(z), f_2(z)$ – произвольные положительно определенные безразмерные функции, E_0, ρ_0 – модуль упругости и плотность однородной оболочки, ν – коэффициент Пуассона.

При выводе использовались гипотезы уточненной теории типа Тимошенко (учет деформаций сдвига и инерции поворота поперечных сечений) и обычные допущения теории пологих оболочек. Математическая формулировка рассматриваемой нестационарной неосесимметричной динамической задачи в общем виде описывается системой дифференциальных уравнений, граничных и начальных условий, представленных в полярных координатах (r, θ) в безразмерной форме:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \nabla_F^2(U) + \frac{1-\nu}{2r^2}(U)_{\theta\theta} + Q^-(V) + (1+\nu)\beta_1(W)_r - m^2\gamma_1(U)_n = -\rho_r; \\ 2) \quad & \nabla_F^2(V) + \frac{1}{r^2}(V)_{\theta\theta} + Q^+(U) + (1+\nu)\beta_1\left(\frac{1}{r}(W)_\theta - m^2\gamma_1(V)_n\right) = -\rho_\theta; \\ 3) \quad & k^2[\nabla_F^2(W) + \frac{1}{r^2}((W)_{\theta\theta} + W) + \frac{1}{r}(r\psi_r)_r + \frac{1}{r}(\psi_\theta)_\theta] + (1+\nu)\beta_1\left[\frac{1}{r}(rU)_r + \frac{1}{r}(V)_\theta + 2\beta_1 W\right] - m^2\gamma_1(U)_n = -\rho_z; \\ 4) \quad & \frac{1-\nu}{2}\nabla_F^2(\psi_\theta) + \frac{1}{r^2}(\psi_\theta)_{\theta\theta} + Q^+(\psi_r) - \frac{k^2}{\alpha_1^2}\gamma_{12}(\psi_\theta + \frac{1}{r}(W)_\theta) - s^2\gamma_2(\psi_\theta)_n = -m_\theta; \\ 5) \quad & \nabla_F^2(\psi_r) + \frac{1-\nu}{2r^2}(\psi_r)_{\theta\theta} + Q^-(\psi_\theta) - \frac{k^2}{\alpha_1^2}\gamma_{12}(\psi_r + (W)_r) - s^2\gamma_2(\psi_r)_n = -m_r. \end{aligned} \quad (2)$$

$$U(r, 0, t) = U(r, 2\pi m, t); \quad \left. \frac{\partial U}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = \left. \frac{\partial U}{\partial \theta} \right|_{\theta=2\pi m}, \dots, \left. \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} = \left. \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta} \right|_{\theta=2\pi m} \quad (3)$$

$$U(0, \theta, t) < \infty, \quad V(0, \theta, t) < \infty, \dots, \quad \psi_r(0, \theta, t) < \infty, \quad (r=0) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (U)_r + \frac{\nu}{r}[(V)_\theta + U] + (1+\nu)\beta_1 W = \chi_1 U; \quad \frac{1-\nu}{2}\left[\frac{1}{r}[(U)_\theta - V] + (V)_r\right] = \chi_4 V; \\ k^2[(W)_r + \psi_r] = \chi_2 W; \quad \frac{1-\nu}{2}\left[\frac{1}{r}[(\psi_r)_\theta - \psi_\theta] + (\psi_\theta)_r\right] = \chi_3 \psi_\theta; \quad (r=1) \quad (5) \\ (\psi_r)_r + \frac{\nu}{r}[(\psi_\theta)_\theta + \psi_r] = \chi_3 \psi_r \end{aligned}$$

$$U = U_0(r, \theta), \quad (U)_r = \dot{U}_0(r, \theta), \quad V = V_0(r, \theta), \dots, \quad (\psi_r)_r = \dot{\psi}_{r,0}(r, \theta) \quad (t=0) \quad (6)$$

Здесь $\nabla_F^2(\dots) = (\dots)_n + \frac{1}{r}(\dots)_r - \frac{1}{r^2}(\dots)$; $Q^\pm(\dots) = \frac{1-\nu}{2r}[(1+\nu)(\dots)_r \pm \frac{3-\nu}{r}(\dots)_\theta]$; $U(r, \theta, t), V(r, \theta, t),$

$W(r, \theta, t), \psi_r(r, \theta, t), \psi_\theta(r, \theta, t)$ – искомые компоненты вектора линейных и угловых перемещений; $p_n^*(r^*, \theta, t), p_r^*(r^*, \theta, t), p_\theta^*(r^*, \theta, t), m_n^*(r^*, \theta, t), m_\theta^*(r^*, \theta, t)$ – соответственно нормальная, радиальная, тангенциальная и моментные компоненты вектора произвольной распределенной

динамической нагрузки; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_{12}$ - безразмерные коэффициенты неоднородности, зависящие от $f_1(z)$ и $f_2(z)$; $\alpha^2 = \frac{1}{12} \left(\frac{h}{a} \right)^2$; $\beta = \frac{a}{R}$; $k^2 = \frac{k_f(1-\nu)}{2}$; $m^2 = 1 + \alpha^2 \beta^2$; $s^2 = 1 + 1.8\alpha^2 \beta^2$;

R, k_f, a - радиус кривизны, коэффициент сдвига и радиус оболочки в плане. Индексы обозначают дифференцирование по соответствующей переменной. Начальные перемещения (несовершенства) U_0, V_0, \dots и скорости перемещений $\dot{U}_0, \dot{V}_0, \dots$ считаются известными. Соотношения (3),(4),(5) соответственно условия периодичности, ограниченности в полюсе оболочки ($r=0$) и упругого закрепления относительно линейных смещений и углов поворота на контуре ($r=1$).

Соотношения (1) в случае теории пологих оболочек приводят к потере симметрии матрицы коэффициентов разрешающей системы дифференциальных уравнений (2), а рассматриваемая начально-краевая задача (2) - (6) становится несамосопряженной. Это существенно осложняет ее решение, так как нельзя воспользоваться при этом обычным методом разложения по собственным вектор-функциям в том числе традиционной формой конечных интегральных преобразований. В работе применен введенный и математически обоснованный профессором Ю.Э.Сеничкиным новый класс векторных биортогональных конечных интегральных преобразований^{*)}, что позволило в настоящем исследовании построить в рамках принятой расчетной модели точные решения осесимметричной и неосесимметричной динамических задач для упруго закрепленных неоднородных пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью.

Во второй главе приводится новое замкнутое решение нестационарной осесимметричной динамической задачи для круговой в плане неоднородной пологой сферической оболочки при наиболее общих упругих (относительно углов поворота и линейных смещений) условиях закрепления на контуре и действии произвольной динамической нагрузки, не зависящей от угловой координаты. В расчетной схеме учитываются силы инерции, соответствующие процессу деформирования, а расчетные соотношения получены для любых моментов времени и позволяют учитывать возможность начальных отклонений срединной поверхности от сферической (начальных несовершенств).

Сформулированная начально-краевая задача является частным случаем (2) - (6), если принять $V = \psi_s = 0$ и все функции считать не зависящими от угловой координаты θ . Она включает в себя систему трех дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных с переменными коэффициентами (первое, третье и пятое уравнения (2)), где в качестве неизвестных приняты два линейных перемещения U, W и угол поворота в меридиональной плоскости $\psi = \psi_s$; шесть граничных условий, состоящих из трех условий ограниченности в полюсе оболочки (4) и трех условий упругого опирания на контуре относительно линейных перемещений в двух направлениях и угла поворота (5); шесть неоднородных начальных условий (6), позволяющих учесть начальные несовершенства оболочки.

Решение начально-краевой задачи осуществляется методом биортогональных конечных интегральных преобразований. Для этой цели вводится прямое преобразование (транс-

^{*)} Доклады РАН 1993, Т. 341, №4, С.474-477; Известия вузов. Математика 1996, №8, С.71-86

форманта $\varphi(\lambda_i, t)$

$$\varphi(\lambda_i, t) = \int_0^1 [b_1 U(r, t) G_1(\lambda_i, r) + b_2 W(r, t) G_2(\lambda_i, r) + b_3 \psi(r, t) G_3(\lambda_i, r)] dr, \quad (7)$$

и три формулы обращения

$$U(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_i, t) K_1(\mu_i, r) (\bar{G}, \bar{K})^{-1}, \quad W(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_i, t) K_2(\mu_i, r) (\bar{G}, \bar{K})^{-1}, \quad (8)$$

$$\psi(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_i, t) K_3(\mu_i, r) (\bar{G}, \bar{K})^{-1},$$

$$(\bar{G}, \bar{K}) = \int_0^1 \left[\sum_{k=1}^3 b_k G_k(\lambda_i, r) K_k(\mu_i, r) \right] r dr, \quad (9)$$

где $G_1(\lambda_i, r), G_2(\lambda_i, r), G_3(\lambda_i, r)$ и $K_1(\mu_i, r), K_2(\mu_i, r), K_3(\mu_i, r)$ – неизвестные компоненты двух ядровых вектор-функций сопряженной и инвариантной задач, формирующихся в процессе решения; λ_i, μ_i – параметры, образующие счетные множества ($i = \overline{1, \infty}$); (\bar{G}, \bar{K}) – скалярное произведение вектор-функций ядер биортогонального конечного интегрального преобразования; b_1, b_2, b_3 – весовые коэффициенты, определяемые в процессе решения.

В результате применения введенного трехкомпонентного биортогонального конечного интегрального преобразования исходная краевая задача распадается на две независимые подзадачи:

а) счетное множество задач Коши относительно трансформанты преобразований $\varphi(\lambda_i, t)$

$$\frac{d^2}{dt^2} \varphi(\lambda_i, t) + \lambda_i \varphi(\lambda_i, t) = P(\lambda_i, t), \quad i = \overline{1, \infty} \quad (10)$$

$$\varphi(\lambda_i, 0) = \varphi_0(\lambda_i), \quad \frac{d\varphi(\lambda_i, 0)}{dt} = \dot{\varphi}_0(\lambda_i), \quad \text{при } t = 0, \quad (11)$$

с решением
$$\varphi(\lambda_i, t) = \varphi_0(\lambda_i) \cos(\lambda_i t) + \frac{\dot{\varphi}_0(\lambda_i)}{\lambda_i} \sin(\lambda_i t) + \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t P(\lambda_i, \tau) \sin[\lambda_i(t - \tau)] d\tau \quad (12)$$

где $P(\lambda_i, t)$ – трансформанта динамической нагрузки, аналогичная (7), а $\varphi_0(\lambda_i), \dot{\varphi}_0(\lambda_i)$ – соответственно трансформанты начальных перемещений и скоростей перемещений;

б) сопряженную систему трех линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для компонент ядровой вектор-функции $\bar{G}(\lambda_i, r) = [G_1(\lambda_i, r), G_2(\lambda_i, r), G_3(\lambda_i, r)]^T$ с соответствующими граничными условиями

$$1) \nabla_r^2 G_1 + \beta(1 + \nu) G_2' + \lambda_i^2 \gamma_1 m^2 G_1 = 0,$$

$$2) k^2 \left(G_2 + \frac{1}{r} G_3 \right) + k^2 \gamma_{12} \left(G_3 + \frac{1}{r} G_2 \right) - \beta(1 + \nu) \left(G_1 + \frac{1}{r} G_2 + 2\mu G_3 \right) + \lambda_i^2 \gamma_1 m^2 G_2 = 0, \quad (13)$$

$$3) \alpha^2 \nabla_r^2 G_3 - k^2 (G_2' + \gamma_{12} G_3) + \lambda_i^2 \alpha^2 \gamma_2 s^2 G_3 = 0.$$

$$G_1(\lambda_i, r) < \infty, \quad G_2(\lambda_i, r) < \infty, \quad G_3(\lambda_i, r) < \infty, \quad \text{при } r = 0$$

$$G_1' + (\nu - \chi_1) G_1 + \beta(1 + \nu) G_2 = 0, \quad k^2 (G_2' + \gamma_{12} G_3) - \chi_2 G_2 = 0, \quad \text{при } r = 1 \quad (14)$$

$$G_3' + (\nu - \chi_3) G_3 = 0,$$

Здесь $1 + \alpha^2 \beta^2 = m^2$; $1 + \frac{9}{5} \alpha^2 \beta^2 = s^2$.

Применяя затем ко второй подзадаче конечное интегральное преобразование (7) с компонентами ядра $\bar{K}(\mu_i, r) = [K_1(\mu_i, r), K_2(\mu_i, r), K_3(\mu_i, r)]^T$, приходим к известному соотношению биортогональности

$$(\bar{G}(\lambda_i, r), \bar{K}(\mu_j, r)) = 0, \quad i \neq j \tag{15}$$

и инвариантной по отношению к исходной системе, однородной краевой задаче для компонент ядровой вектор-функции $\bar{K}(\mu_i, r) = [K_1(\mu_i, r), K_2(\mu_i, r), K_3(\mu_i, r)]^T$:

- 1) $\nabla_r^2 K_1 + \beta(1 + \nu)K_1' + \mu_1^2 \gamma_1 m^2 K_1 = 0,$
- 2) $k^2 \left(K_2' + \frac{1}{r} K_2' \right) + k^2 \left(K_3' + \frac{1}{r} K_3' \right) - \beta(1 + \nu) \left(K_1' + \frac{1}{r} K_1 + 2\beta K_2 \right) + \mu_1^2 \gamma_1 m^2 K_2 = 0,$
- 3) $\alpha^2 \nabla_r^2 K_3 - k^2 \gamma_{12} (K_2' + K_3) + \mu_1^2 \alpha^2 \gamma_2 s^2 K_3 = 0.$

$$K_1(\mu_i, r) < \infty, \quad K_2(\mu_i, r) < \infty, \quad K_3(\mu_i, r) < \infty, \quad \text{при } r = 0$$

$$k^2 (K_2' + K_3) - \chi_2 K_2 = 0, \quad K_1' + (\nu - \chi_1) K_1 + \beta(1 + \nu) K_2 = 0, \quad \text{при } r = 1$$

$$K_3' + (\nu - \chi_1) K_3 = 0, \tag{17}$$

Интегрируемость систем (13) и (16) определяет возможность построения точного решения рассматриваемой динамической задачи. Обе системы сводятся к разрешающему уравнению шестого порядка, содержащего дифференциальный оператор ∇_r^2 . С использованием порождающего дифференциального уравнения второго порядка

$$\nabla_r^2 (\bar{K}; \bar{G}) = -\xi_2^2 (\bar{K}; \bar{G}), \tag{18}$$

разрешающее уравнение интегрируется в функциях Бесселя нулевого и первого порядков. Компоненты $G_1(\lambda_i, r), G_2(\lambda_i, r), \dots, K_3(\mu_i, r)$ выражаются в виде линейных комбинаций цилиндрических функций. В результате подстановки найденных решений в соответствующие краевые условия формируются две однородные алгебраические системы уравнений, из условия нетривиальности решения которых формируются частотные уравнения для параметров $\lambda_i(\mu_i)$ и связанных с ними частот собственных колебаний ω_i , и определяются произвольные постоянные интегрирования. После определения ядер введенного биортогонального конечного интегрального преобразования, по формулам обращения (8) находится общее решение рассматриваемой динамической задачи. Оно представляет спектральные разложения по базисным системам, являющимся линейными комбинациями цилиндрических функций.

Для вычисления функций Бесселя комплексного аргумента в Приложении 1 построены специальные разложения и разработана программа их вычисления. Частотный спектр определяется счетным множеством параметров λ_i , являющихся корнями соответствующего трансцендентного уравнения.

Подробно рассмотрены частные случаи способов опирания оболочки на контуре (жестко защемленный, шарнирно-неподвижный, шарнирно-подвижный, свободный, упругий и другие), а также два варианта динамических воздействий (внезапно приложенный скачок давления постоянной интенсивности, сосредоточенное импульсное воздействие, изменяющееся во

времени по линейно-кусочной диаграмме). Они соответствуют внешним аварийным воздействиям на покрытие защитных оболочек РО АЭС, а именно действию воздушной ударной волны и удару в результате падения летательного аппарата (импульс МАГАТЭ).

Третья глава посвящена построению точного, решения нестационарной задачи для круглой в плане неоднородной пологой сферической оболочки при действии произвольной несимметричной динамической нагрузки (рис. 1). Рассмотрен наиболее общий случай упругого опирания на контуре (контур с пятью упругими характеристиками относительно линейных смещений и углов поворота). Начально – краевая задача описывается соотношениями (2)-(6).

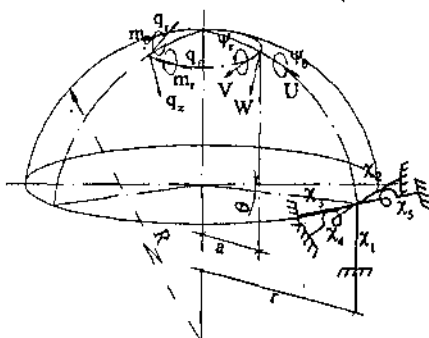


Рис. 1.

Решение осуществляется путем двукратного применения конечных интегральных преобразований по пространственным переменным. Для этой цели сначала к первому, третьему и пятому уравнениям системы (2) и соответствующим граничным и начальным условиям (4)-(6) применяем косинус-преобразование, а к оставшимся – синус-преобразование Фурье по угловой координате θ с учетом условий периодичности (3). Затем полученная в пространстве изображений Фурье краевая задача подвергается пятикомпонентному биортогональному конечному интегральному преобразованию по переменной r . Подобно тому, как это приведено во второй главе диссертации, в результате получаем счетную систему задач (10) с начальными условиями (11), а также две однородные (сопряженную и инвариантную) краевые задачи для компонент

$$\vec{G}(\lambda_n, r) = [G_1(\lambda_n, r), G_2(\lambda_n, r), G_3(\lambda_n, r), G_4(\lambda_n, r), G_5(\lambda_n, r)]^T,$$

$$\vec{K}(\mu_n, r) = [K_1(\mu_n, r), K_2(\mu_n, r), K_3(\mu_n, r), K_4(\mu_n, r), K_5(\mu_n, r)]^T.$$

Обе задачи представляют системы пяти дифференциальных уравнения с переменными коэффициентами, общее решение которых в результате введения двух потенциалов перемещений и усилий удастся проинтегрировать в замкнутой форме. При этом базисную систему, как и прежде, образуют линейные комбинации функций Бесселя $J_s(\dots), J_{s+1}(\dots)$, являющиеся решениями соответствующего порождающего дифференциального уравнения. Используя формулы обращения биортогонального конечного интегрального преобразования и соответствующих интегральных преобразований Фурье, компоненты искомого вектора перемещений представляются в такой форме

$$\{U(r, \theta, t), W(r, \theta, t), \psi, (r, \theta, t)\} = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n \left[\sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_{in}, t) \cdot \{K_1(\mu_{in}, r), K_2(\mu_{in}, r), K_3(\mu_{in}, r)\} \cdot (\bar{G}, \bar{K})^i \right] \cos n\theta,$$

$$\{V(r, \theta, t), \psi_\theta(r, \theta, t)\} = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n \left[\sum_{i=1}^{\infty} \varphi(\lambda_{in}, t) \cdot \{K_4(\mu_{in}, r), K_5(\mu_{in}, r)\} \cdot (\bar{G}, \bar{K})^i \right] \sin n\theta. \quad (19)$$

Собственные значения спектрального параметра λ_{in} ($i = 1, \infty$, $n = 0, \infty$) и связанные с ними частоты собственных колебаний ω_n вычисляются из соответствующего трансцендентного уравнения, формирующегося в процессе решения соответствующей ядровой задачи.

Рассмотрены частные случаи построенного решения, соответствующие в том числе и идеализированным схемам закрепления оболочки на контуре.

В четвертой главе приводится численный анализ результатов расчета динамических характеристик – частот и форм колебаний и напряженно-деформированного состояния неоднородных пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. Расчеты выполнялись для различных схем опирания оболочки на контуре при двух законах неоднородности материала по толщине конструкции:

$$1. f_1(z) = 0.5z/h + 0.78, \quad f_2(z) = 0.2z/h + 0.912; \quad (20)$$

$$2. f_1(z) = 0.9z/h + 0.673, \quad f_2(z) = 0.2z/h + 0.928; \quad (21)$$

Выражение (20) соответствует частичной, а (21) – полной деградации упругих при частичной деградации инерционных характеристик материала на внутренней поверхности оболочек. На внешней поверхности при этом значения E_n и ρ_n не изменяются.

В качестве базового примера рассмотрено широко применяемое в практике строительства атомных электростанций конструктивное решение железобетонного, пологого сферического покрытия защитных оболочек реакторных отделений АЭС с блоками ВВЭР-1000 (Запорожская АЭС, Балаковская АЭС, АЭС Козлодуй в Болгарии и другие им подобные станции).

Рассмотрены две схемы осесимметричных нелокального и локального нагружений. Первое из них соответствует внезапно-приложенному распределенному по поверхности оболочки скачку давления, моделирующему действие ударной волны, а второе – сосредоточенному в окрестности полюса импульсному воздействию, описываемому кусочно-линейной диаграммой МАГАТЭ. Последнее воздействие соответствует удару самолета в результате его аварийного падения на защитные оболочки АЭС. Для рассмотренных схем нагружений во второй главе диссертации вычислены интегралы нагрузки и найдены соответствующие значения трансформант.

На основании построенных во второй и третьей главах диссертации решений, составлены алгоритмы динамического расчета неоднородных пологих сферических оболочек при осесимметричном (неосесимметричном) деформировании и разработаны программы в среде TURBO BASIC и MATHCAD (Приложение 2). Следует отметить хорошую сходимость построенных спектральных разложений. При этом суммирование рядов заканчивалось, когда отбрасываемый член составлял менее 0.1% частной суммы разложения.

Расчеты проводились при следующих данных : $E_0 = 4.12 \times 10^{10} (2.06 \times 10^{11}) \text{Па}$, $\rho_0 = 2850(7850) \text{кг/м}^3$, $\nu = 0.16(0.3)$, $\kappa_1 = 0.86$, $a = 23.1\text{м}$, $R = 35.55\text{м}$. При этом варьировались параметры h/a и $f/2a$ (стрела подъема).

В таблице 1 представлены результаты сравнения частот собственных осесимметричных колебаний однородных пологих сферических оболочек, подсчитанные по предлагаемой в диссертации методике с соответствующими данными, приведенными в работе Х.Райзмана и П.Цулковского. Максимальное расхождение частот первых пяти тонов колебаний при этом не превысило $\leq 0.2\%$. Хорошая корреляция значений ω_i наблюдается также при сравнении с результатами другими авторами, что подтверждает достоверность полученных в диссертации расчетных соотношений.

Таблица 1.

Номер тона колебаний	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
Диссертация	0.5832	1.135	2.224	3.590	5.149
Х.Райзман, П.Цулковский	0.5841	1.137	2.220	3.590	5.147

В таблице 2 приведены собственные значения λ_i ($i = \overline{1,10}$) и соответствующие им частоты первых десяти тонов спектра свободных осесимметричных колебаний ω_i сферического покрытия защитной оболочки АЭС. Следует отметить, что при увеличении жесткости опорного контура спектр в его низкочастотной части становится более плотным. Вместе с тем происходит сдвиг всего спектра в его высокочастотную часть. Наведенная неоднородность оказывает существенное влияние на ω_i во всем диапазоне ($i = \overline{1,10}$) независимо от условий закрепления оболочки. Для рассмотренного характера неоднородности (при частичной и полной деградации упругих и инерционных характеристик материала) происходит снижение всего частотного спектра оболочек и одновременно некоторое его уплотнение.

На рис.2 приведены графики, характеризующие изменение частот первых семи тонов свободных осесимметричных колебаний упруго закрепленных на контуре однородных (пунктирные линии) и неоднородных (сплошные линии) оболочек при полной деградации материала на их внутренней поверхности в зависимости от относительной толщины h/a . Наблюдается аналогичная отмеченной выше тенденция снижения частотного спектра при деградации материала оболочки. При этом расхождение в значениях ω_i для однородной и неоднородной оболочек возрастает при увеличении h/a .

На рис.3 представлены графики изменения частот первых семи тонов свободных осесимметричных колебаний в зависимости от стрелы подъема $f/2a$ для жестко-зашемленных однородной (точечные линии) и неоднородных при частичной (пунктирные линии) и полной (сплошные линии) деградации материала оболочек. Следует отметить, что с увеличением стрелы подъема $f/2a$ возрастают частоты колебаний ω_i ($i = \overline{1,7}$), что полностью соответствует физической картине деформирования конструкции, связанной с увеличением изгибной жесткости непологих оболочек при нарастании $f/2a$.

Аналогичная тенденция наблюдается при анализе частот неосесимметричных колебаний. Для всех условий опирания оболочек на контуре – чем значительнее деградация материа-

Таблица 2

Параметры обтекаемого тела																		
Re=555 $\mu=23 \cdot 10^{-4}$ $\rho=1,14/2\pi=0,188$ $\nu=0,16 \cdot 10^{-4}$ $\lambda=1,2 \cdot 10^{-4}$ $\gamma_{0,0}=2800$ мг/л $\chi_0 \rightarrow \infty$ $\chi_2 \rightarrow \infty$																		
i	Одностороннее обтекание						Численные зависимости						Пиковые зависимости					
	$\chi_0 = 0$		$\chi_0 = 130$		$\chi_0 \rightarrow \infty$		$\chi_0 = 0$		$\chi_0 = 130$		$\chi_0 \rightarrow \infty$		$\chi_0 = 0$		$\chi_0 = 130$		$\chi_0 \rightarrow \infty$	
	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$	λ_1	$\alpha(\Gamma_0)$
1	0,7282	19,33	0,7527	19,98	0,7546	20,02	0,6396	16,97	0,6698	17,68	0,6681	17,72	0,5332	14,60	0,5609	15,01	0,5739	15,23
2	0,9404	25,04	0,9508	25,31	0,9546	25,33	0,8347	22,15	0,8498	22,40	0,8446	22,41	0,7247	19,23	0,6390	19,25	0,7265	19,28
3	1,215	32,26	1,348	35,78	1,361	35,12	1,050	27,85	1,182	31,37	1,198	31,67	0,8665	22,99	1,449	23,98	0,9767	25,90
4	1,940	51,49	2,121	56,30	2,145	55,92	1,679	44,56	1,855	49,23	1,876	49,77	1,349	35,81	2,140	37,56	1,510	39,99
5	2,925	77,62	3,134	83,17	3,167	84,06	2,539	67,38	2,739	72,69	2,769	73,47	2,000	53,87	2,977	55,73	2,223	58,86
6	3,895	103,4	3,895	103,4	3,895	103,4	3,456	91,72	3,460	91,81	3,460	91,81	2,853	75,71	2,964	78,16	3,016	79,95
7	4,120	109,3	4,347	115,4	4,389	116,5	3,988	95,23	3,801	100,9	3,838	101,9	3,054	81,04	3,875	81,38	3,108	82,35
8	5,455	149,8	5,691	151,0	5,741	152,4	4,753	126,1	4,977	132,1	5,022	133,3	3,835	101,0	4,695	104,6	4,044	107,0
9	6,920	183,6	7,089	186,8	7,043	186,9	6,042	160,3	6,231	165,4	6,247	165,8	4,849	128,7	5,061	133,1	5,101	135,0
10	7,000	187,9	7,196	191,7	7,233	192	6,272	166,4	6,311	167,9	6,340	168,3	5,111	146,25	5,511	146,26	5,512	146,27

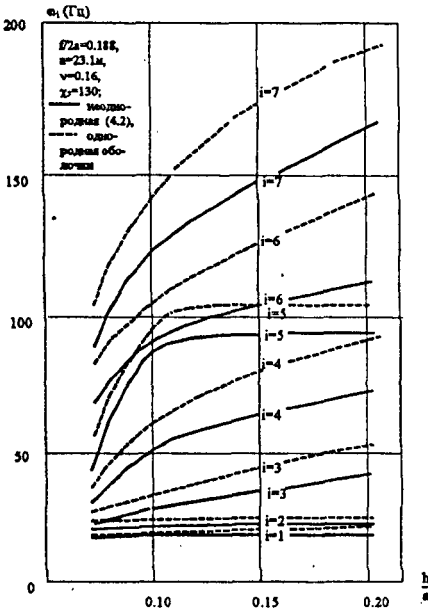


Рис.2

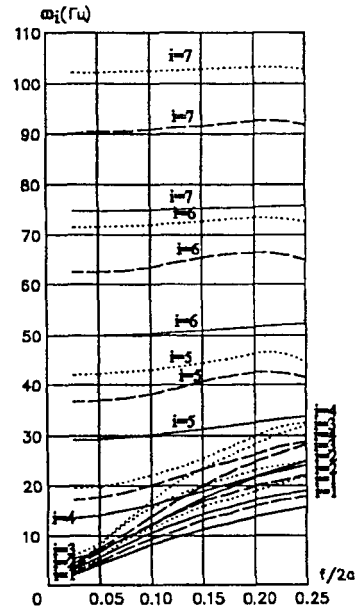
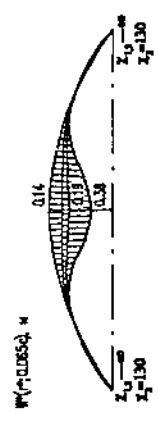
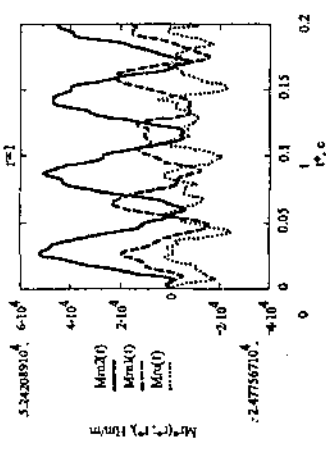
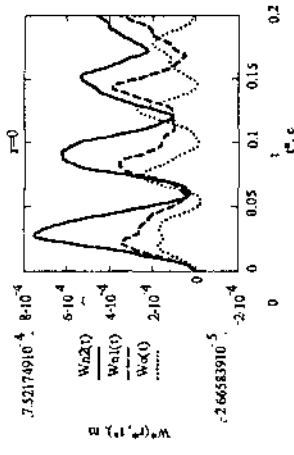
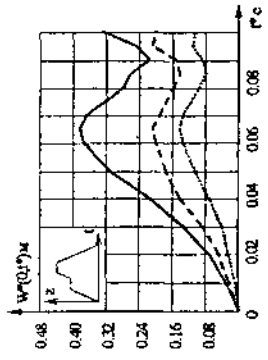
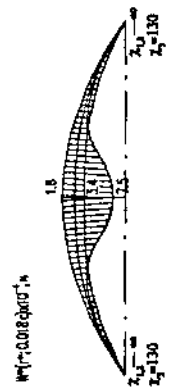
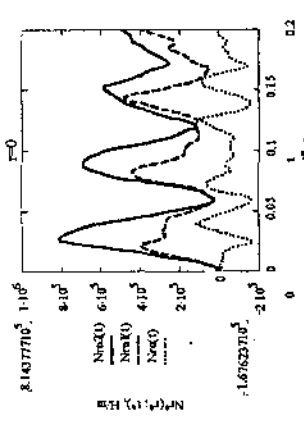


Рис.3



ла, тем в большей степени весь спектр ω , сдвигается в низкочастотную часть. При этом наблюдается интересный качественный эффект — перестройка тонов колебаний. Действительно, для рассмотренной пологой сферической оболочки при фиксированном i с ростом n (числа узловых диаметров) появляются более низкие частоты.

Нормальные формы колебаний $K_2(\mu, r)/(\bar{G}, \bar{K})$ низкочастотной части спектра как в осесимметричном, так и в неосесимметричном случаях аналогичны соответствующим балочным формам, наблюдаемым в безраспорных системах. Вместе с тем, некоторые из форм $K_1(\mu, r)/(\bar{G}, \bar{K})$, $K_2(\mu, r)/(\bar{G}, \bar{K})$, $K_3(\mu, r)/(\bar{G}, \bar{K})$, $K_4(\mu, r)/(\bar{G}, \bar{K})$ повторяются на более высоких гармониках, что указывает на их существенный вклад в динамическую реакцию оболочек.

На рис. 4, 6, 7 приведены осциллограммы линейных перемещений $W^*(r^*; t^*)$, а также нормальных сил $N_r^*(r^*; t^*)$ и радиальных изгибающих моментов $M_r^*(r^*; t^*)$ упруго защемленной относительно углов поворота ($\chi_1, \chi_2 \rightarrow \infty$, $\chi_3 = 130$) неоднородной (однородной) пологой сферической оболочки в различных характерных точках меридиана, соответствующих их максимальным значениям. Все результаты получены для распределенного по всей поверхности скачка давления интенсивностью $q^* = 3 \cdot 10^4$ Па. При этом рассматривались однородная оболочка (точечные линии), а также неоднородные оболочки при частичной деградации (20) материала на внутренней поверхности (пунктирные линии) и полной деградации (21) (сплошные линии). На рис. 5 представлена эпюра распределения перемещений $W^*(r^*; t^*)$ вдоль меридиана оболочки для момента времени $t^* \approx 0.18$ с, при котором соответствующие перемещения на осциллограммах достигают максимальных значений на первом размахе колебаний.

На рис. 8, 9 приведены соответственно осциллограмма и эпюра нормальных перемещений $W^*(r^*; t^*)$ полюса оболочки ($r = 0$) при сосредоточенном импульсном воздействии (хусочно-линейная диаграмма МАГАТЭ), приложенным по оси симметрии. Время его действия $t^* = 0.07$ с, максимальное усилие $F_{\max} = 11 \cdot 10^7$ Н соответствуют падению на защитную оболочку АЭС самолета «Фантом».

Как следует из приведенных расчетов (рис. 4–9) перемещения и внутренние усилия существенно возрастают при деградации материала на внутренней поверхности, что следует учитывать при проведении практических расчетов защитных оболочек на внутренние и внешние аварийные воздействия. При этом для моментов на контуре оболочки наблюдается ярко выраженный краевой эффект. Для сосредоточенного импульса (рис. 9) отмечается зона ярко выраженных деформаций в окрестности полюса оболочки и такая же зона максимальных нормальных усилий.

Для сравнения результатов были выполнены расчеты ω_1 , $W^*(0, t^*)$, $N_r^*(0, t^*)$, $M_r^*(0, t^*)$ неоднородной оболочки при частичной деградации материала на внутренней поверхности по приближенной расчетной схеме однородной оболочки с осредненными по толщине значениями E_r , ρ . При этом получаются заниженные результаты для частот ω_1 , а также перемещений $W^*(0, t^*)$ на $\approx 18\%$ и внутренних усилий в 2 раза. Это указывает на неточность

приближенной расчетной схемы в оценке напряженно-деформированного состояния неоднородных оболочек.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И КРАТКИЕ ВЫВОДЫ.

На основании выполненных теоретических исследований и численных расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Получены новые дифференциальные уравнения движения в перемещениях, крайевые условия и расчетные соотношения для внутренних усилий круговых в плане неоднородных пологих сферических оболочек в постановке линейных соотношений уточненной теории оболочек, учитывающей деформации сдвига, инерцию поворота поперечных сечений, а также произвольные законы изменения по толщине модуля упругости и плотности материала конструкции, на основе сформированного функционала энергии и вариационного принципа Гамильтона – Остроградского.

2. Методом биортогональных конечных интегральных преобразований получены новые точные в рамках сформулированных допущений аналитические решения нестационарных, несамосопряженных начально – крайевых задач динамики для неоднородных пологих сферических оболочек при наиболее общих упругих условиях закрепления (контур с тремя и пятью упругими характеристиками) и произвольных осесимметричных и неосесимметричных динамических воздействиях. Особенности построенных спектральных разложений как в осесимметричном, так и в неосесимметричном случаях является использование двух базисов, представляющих собственные функции сопряженной и инвариантной крайевых задач, формирующихся в процессе решения. Собственные частоты колебаний определяются при этом из соответствующих трансцендентных уравнений.

3. Вычислены трансформанты (интегралы) нагрузки для важных с практической точки зрения динамических нагрузок – равномерно-распределенного по поверхности оболочки внезапно приложенного давления постоянной интенсивности, а также сосредоточенного в полосу и изменяющегося во времени по кусочно-линейному закону воздействия (импульс МАГАТЭ). Полученные спектральные разложения для перемещений и внутренних усилий определяют напряженно-деформированное состояние пологих сферических покрытий защитных оболочек реакторных отделений АЭС при внешних аварийных воздействиях, соответствующих воздушной ударной волне в фазе отражения и обтекания, а также удару падающего самолета.

4. Получены частные решения для различных способов закрепления оболочек на контуре, конструкций из однородного материала, а также двух законов неоднородности, соответствующих частичной и полной деградации упругих и инерционных характеристик материала на внутренней поверхности оболочек.

5. Разработан комплекс программ для исследования на ПЭВМ напряженно-деформированного состояния, частот и форм колебаний упруго закрепленных на контуре неоднородных пологих сферических оболочек с конечной сдвиговой жесткостью при действии распределенных и сосредоточенных нестационарных нагрузок.

6. В результате проведенных количественного и качественного анализов численных результатов установлено:

- для рассмотренного характера неоднородности (частичная и полная деградация упругих и инерционных характеристик на внутренней поверхности) происходит снижение всего частотного спектра оболочек при одновременном его уплотнении. Частоты колебаний, вычисленные по осредненным значениям характеристик на внешней и внутренней поверхностях деградированной конструкции (как для однородных оболочек) заметно отличаются от соответствующих частот подсчитанных для неоднородных оболочек, поэтому подобной упрощенной методикой пользоваться нельзя;
- спектр частот колебаний упруго закрепленной на контуре конструкции заключен между спектрами соответствующих частот для шарнирно опертых и жестко защемленных оболочек;
- при увеличении относительной толщины и стрелы подъема оболочек частоты их колебаний возрастают;
- для однородных оболочек отмечается хорошее совпадение результатов для частотного спектра с аналогичными данными Х.Райзмана и П.Цулковского;
- кратные собственные частоты (внутренние резонансы) в неоднородных и однородных пологих сферических оболочках не наблюдаются;
- отмечается сложный характер спектра в неоднородных пологих сферических оболочках как в случае осесимметричного, так и неосесимметричного деформирования конструкции. Формы колебаний повторяются на более высоких гармониках, что указывает на значительный их вклад в динамическую реакцию системы;
- при действии осесимметричного распределенного скачка давления отмечаются максимальные нормальные перемещения и усилия в полусе у упруго защемленной оболочки, в то время как наибольшее значение изгибающих моментов наблюдается на контуре, то есть имеет место краевой эффект;
- оболочка совершает квазигармонические колебания относительно положения статического равновесия, не совпадающего с ее первоначальным недеформированным состоянием;
- при соударении самолета с покрытием защитной оболочки реакторного отделения АЭС в месте удара возникают локальные возмущения, уровень напряженно-деформированного состояния которых существенно превосходит соответствующие усилия и перемещения на периферии конструкции. При этом силовое поле изгибающих моментов имеет более локальную зону интенсивных усилий, чем поле нормальных сил;
- как в случае локального, так и нелокального динамических воздействий существенно возрастают перемещения и нормальные усилия в неоднородных оболочках при частичной и полной деградации материала на внутренней поверхности конструкции, что указывает на необходимость учета факторов наведенной неоднородности при исследовании напряженно – деформированного состояния конструкций, подверженных действию агрессивных сред.

8. Полученные в работе замкнутые решения и разработанные на их основе комплексы программ:

- позволяют рассчитывать широкий класс прикладных динамических задач для неоднородных (однородных) пологих сферических оболочек;

- могут быть использованы при оценке погрешностей различных приближенных алгоритмов и методов динамических расчетов пологих сферических оболочек.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНЫ В РАБОТАХ.

1. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Расчет неоднородной упруго закрепленной пологой сферической оболочки при нестационарных воздействиях. // Сб. "Прикладные проблемы прочности и пластичности" – М. 1998. Вып.58. С.58-73.
2. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Метод биортогональных конечных интегральных преобразований в решении начально-краевой задачи для неоднородной пологой сферической оболочки. // Труды международной конференции "Численные и аналитические методы расчета конструкций". Самара. 1998. С.173-183.
3. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Напряженно-деформированное состояние неоднородных пологих сферических оболочек при нестационарном локальном несимметричном нагружении. // Труды XVIII Международной конференции по теории оболочек и пластин. Саратов. 1997. т.1. с.53-58.
4. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Динамика двойной упругосвязанной балки. // Известие вузов. Строительство. 1996. №1. С.18-24.
5. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Колебания пологих сферических оболочек и круглых пластин из неоднородного материала. // Тезисы докладов XXVI Международного научно-технического совещания по динамике и прочности двигателей. Самара. 1996. С.132-133.
6. Сеницкий Ю.Э., Лычев С.А., Марченко В.А. Расчет неоднородных и трехслойных железобетонных оболочек на нестационарные динамические воздействия. // Материалы международной конференции "Современные проблемы совершенствования и развития металлических, деревянных и пластмассовых конструкций". Самара. 1996. С.
7. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Об одном представлении функций Бесселя, встречающихся в решении нестационарных задач динамики оболочек. // Труды шестой межвузовской конференции "Математическое моделирование и краевые задачи". Самара. 1996. ч.1. с.102-104.
8. Сеницкий Ю.Э., Марченко В.А. Динамическая реакция неоднородной пологой сферической оболочки при нестационарных воздействиях. // Тезисы докладов областной 54-й научно-технической конференции "Исследования в области архитектуры, строительства и охраны окружающей среды". Самара. 1997. Ч.1. с.23.
9. Марченко В.А., Сеницкий Ю.Э. О влиянии фактора наведенной неоднородности материала на динамические характеристики и реакцию пологой сферической оболочки. // Тезисы докладов областной 56-й научно-технической конференции "Исследования в области архитектуры, строительства и охраны окружающей среды". Самара. 1999. с.37.
10. Марченко В.А., Сеницкий Ю.Э. Анализ напряженно-деформированного состояния и частотного спектра неоднородной пологой сферической оболочки при осесимметричном и неосесимметричном деформировании. // Тезисы докладов областной 57-й научно-технической конференции "Исследования в области архитектуры, строительства и охраны окружающей среды". Самара. 2000. с.37.