

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

НИИ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

РГБ ОД

15.11.99 2303

На правах рукописи

УДК 530.145:535

СМИРНОВА Ольга Владимировна

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМНЫХ СИСТЕМ С  
ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

01.04.21 – лазерная физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико–математических наук

МОСКВА 2000

Работа выполнена в Отделе микроэлектроники НИИЯФ им. Д.В.

Скобельцына

Научные руководители: доктор физико-математических наук,  
профессор А. М. Попов,  
кандидат физико-математических наук  
О. В. Тихонова

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор С. П. Гореславский  
доктор физико-математических наук,  
профессор М. В. Фёдоров

Ведущая организация:

Московский Физико-Технический Институт


Защита состоится "19" апреля 2000г. в 15 часов на заседании  
диссертационного совета Д053.05.80 в МГУ им. М. В. Ломоносова по  
адресу: Москва, 119899, Воробьёвы горы, 19 корпус, НИИЯФ МГУ, ауд. 2-  
15

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИИЯФ МГУ.

Автореферат разослан "17" марта 2000г.

Учёный секретарь диссертационного совета

доктор физико-математических наук

 А. Н. Васильев

В 314.122,03

В 343.7с1,03

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В последнее время наиболее заметные сдвиги в экспериментальном исследовании взаимодействия атомных систем с электромагнитным полем произошли, во-первых, в связи с возможностью генерации импульсов сверхвысокой интенсивности ( $10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>) и сверхкороткой длительности ( $10^{-14}$  с) и, во-вторых, в связи с возможностью получения и исследования свойств высоковозбужденных состояний атомов и молекул. Это привело к обнаружению ряда новых эффектов (например, надпороговая ионизация атомов, диффузионная ионизация, генерация гармоник высокого порядка на атомах, молекулах, ионах, стабилизация) и закономерностей (например, вигнеровская статистика спектров высоковозбужденных состояний атомов и молекул, динамическая локализация). В теории освоение новых областей параметров поля (сверхвысоких полей) и системы (высоковозбужденных состояний) потребовало привлечения новых методов описания динамики атомных систем (например, метод Крамерса-Хеннебергера (КХ), методы теории квантового и классического хаоса). Широкое использование классических моделей атомных и молекулярных систем, часто обладающих хаотическим движением, стимулировало вопрос о корректной формулировке и применимости принципа соответствия.

С учётом перечисленных обстоятельств большой интерес представляет развитие квантово-классической аналогии с целью обогащения аппарата квантовой механики хорошо разработанными методами классической механики для решения квантовомеханических задач в квазиклассической области.

## Цель работы.

Использовать квазиклассические методы для

- установления границ применимости метода КХ, позволяющего оценить область параметров поля, в которой может наблюдаться эффект адиабатической стабилизации;
- построения высших поправок к приближению КХ;
- построения выражения для квазиклассического предела квадратичной восприимчивости, пригодного для вычисления отклика хаотических систем.

**Научная новизна** работы состоит в следующем.

1. Установлена формальная аналогия метода Крамерса-Хеннебергера и классического метода осреднения. На основе формальной аналогии метода КХ и метода осреднения определены границы применимости метода КХ и получен явный вид эффективного потенциала, описывающего квадратичный штарковский сдвиг невырожденных уровней в высокочастотном поле линейной поляризации с точностью до  $\omega^{-6}$  включительно. Показано, что эффективный потенциал, полученный в рамках квантового рассмотрения, совпадает с классическим, ранее установленным (Карпетян, 1999) в рамках метода Капицы.
2. В широком диапазоне значений параметров поля и системы определены области существования эффекта адиабатической стабилизации. Показано, что порог стабилизации в области низких частот не зависит от интенсивности. Результаты согласуются с данными лабораторных и компьютерных экспериментов по изучению стабилизации атомов.

3. Построен квазиклассический предел квадратичной восприимчивости, пригодный для вычисления отклика микроканонического ансамбля хаотических систем.
4. Для построения квазиклассического предела квадратичной восприимчивости предложен основанный на соотношениях симметрии и правилах сумм метод  $\hbar$ -разложений матричных элементов координаты и квантовых частот перехода, реализованный до членов порядка  $\hbar^2$  включительно.
5. Показано, что члены второго порядка по  $\hbar$  в  $\hbar$ -разложениях матричных элементов координаты и квантовых частот перехода не входят в выражение для квазиклассического предела квадратичной восприимчивости.

### **Практическая ценность.**

Проведённые исследования представляют практический интерес в связи с проблемой создания высокоинтенсивных источников коротковолнового (рентгеновского) излучения, перспективами использования в атомно-молекулярной спектроскопии быстропротекающих процессов, задачей описания свойств мезоскопических структур.

### **На защиту выносятся следующие положения.**

1. В условиях справедливости дипольного приближения приближение КХ является асимптотически точным в пределе сверхатомных полей при больших значениях параметра Риса.
2. Эффект адиабатической стабилизации существует в области низких частот. Порог эффекта адиабатической стабилизации в этой области не зависит от интенсивности поля.

3. Гамильтониан КХ допускает представление в виде асимптотического ряда по параметрам, контролирующим применимость приближения КХ. Учет первой неисчезающей поправки к потенциалу КХ по параметру  $\epsilon_\omega$ , где  $\epsilon_\omega$  - отношение характерной атомной частоты ( $\Omega_0 = \sqrt{V_0/a^2 m}$ ,  $V_0$ ,  $a$  - характерные параметры потенциала) к частоте поля  $\omega$ , в случае  $\delta \gg 1$ , где  $\delta$  - отношение характерного размера атома к амплитуде осцилляций свободного электрона в поле волны, определяет модифицированный потенциал КХ, положение энергетических уровней в котором аппроксимирует величину квадратичного штарковского сдвига невырожденных уровней в высокочастотном поле линейной поляризации с точностью до  $\omega^{-6}$  включительно.
4. Квазиклассический предел квадратичной восприимчивости может быть выражен через классические характеристики движения и использован для вычисления отклика хаотических систем.
5. Члены второго порядка по  $\hbar$  в  $\hbar$ -разложениях матричных элементов координаты и квантовых частот перехода не входят в выражение для квазиклассического предела квадратичной восприимчивости.

### Апробация работы.

Результаты работы доложены на

- конференции *SILAP IV (Super-Intense Laser-Atom Physics)*, Россия, 1995;
- конференции *ICONO XVI (International Conference on Coherent and Nonlinear Optics)*, Москва, Россия, 1998;
- конференции *ФАС-XVI (Фундаментальная атомная спектроскопия)*, Звенигород, Россия, 1998;
- научной сессии *МИФИ-2000*, Москва, Россия, 2000,

- семинаре “Многофотонные процессы” ИОФРАН,
- семинаре ОМЭ НИИЯФ МГУ.

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 10 работ, из них 3 – тезисы докладов. Список работ приведён в конце автореферата.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы. Общий объём диссертации составляет 101 страницу, включая 9 рисунков и список литературы из 125 наименований.

### Краткое содержание работы

Во введении обсуждается актуальность выбранной темы, научная новизна работы, формулируются защищаемые положения, обсуждается структура работы.

В первой главе метод Крамерса-Хеннебергера (КХ) (Kramers, 1950, Henneberger, Phys.Rev.Lett.,1968, 21, 838) приближенного описания динамики атомных систем в сильном монохроматическом поле используется для изучения особенностей эффекта стабилизации.

Эффектом стабилизации называется уменьшение вероятности фотоионизации атома с увеличением интенсивности поля. Обычно различают два вида стабилизации, соответствующих различной природе этого эффекта и проявляющихся при разных соотношениях между параметрами лазерного импульса и атомной системы: интерференционная стабилизация (Фёдоров, Мовсесян, ЖЭТФ, 1988, 94, 51) и адиабатическая стабилизация (Pont, Gavrilu, Phys. Rev. Lett, 1990, 65, 2362). Метод КХ позволяет раскрыть механизм адиабатической стабилизации. Основные идеи метода КХ хорошо известны: преобразование Крамерса

$$S_{KH} = \exp\left(\frac{ie}{\hbar cm} \bar{p} \int_0^t \bar{A}(t') dt'\right) \exp\left(-\frac{ie^2}{2\hbar mc^2} \int_0^t A^2(t') dt'\right)$$

приводит исходный гамильтониан атома

$$H = \frac{1}{2m} \left( \bar{p} - \frac{e}{c} \bar{A} \right)^2 + V_0 f(\bar{x})$$

в поле

$$\bar{A} = A_0 \bar{e}_x \sin \omega t, \quad A_0 = -Fc/e\omega$$

к следующему виду:

$$H_{KH} = p^2/2m + V_0 f(\bar{x} + \bar{e}_x a_e \cos \omega t),$$

где  $a_e = F/m\omega^2$ . В приближении КХ в гамильтониане  $H_{KH}$  зависящий от времени потенциал заменяется средним за период значением  $V_0 f_0(\bar{x}, a_e)$  - потенциалом КХ. Приближение КХ справедливо и продуктивно, если влияние поправок  $V = V_0 f(\bar{x} + \bar{e}_x a_e \cos \omega t) - V_0 f_0(\bar{x}, a_e)$  мало. В этом случае все необходимые величины, например, скорости ионизации, поляризуемости, могут быть вычислены по теории возмущений, а энергии стационарных уровней хорошо аппроксимируют точные квазиэнергии системы.

Однако, несмотря на то, что приближение КХ не содержит принципиальных сложностей, связанных с интерпретацией результатов, полученных на его основе, в настоящее время, по-видимому, не существует единого мнения относительно границ применимости этого приближения и роли различных параметров. Вопрос о границах применимости приближения КХ интересен не только с методической, но и с практической точки зрения. Определение границ применимости приближения КХ позволяет определить границы режима адиабатической стабилизации. С появлением первых экспе-



риментов по стабилизации (N. J. van Druten et al., Phys. Rev. A, 1997, 55, 622) становится важным, во-первых, подтвердить тот факт, что экспериментальная ситуация реализована в пределах применимости приближения КХ, а во-вторых, с помощью этого метода описать экспериментальные зависимости.

В разделе 1.1 обсуждение постановки задачи сопровождается обзором литературы.

В разделе 1.2 обсуждаются эффекты, связанные с включением поля. Показано, что при оптимальном режиме включения поля суммарная вероятность заселения состояний КХ составляет 20-25%.

В разделе 1.3 определяются границы применимости приближения КХ в квазиклассической области на основе формальной аналогии с классическим методом осреднения, четкие границы применимости которого устанавливает теорема Боголюбова. В качестве модельной системы используется потенциал притяжения  $-V_0 f(x/a)$  в поле электромагнитной волны с частотой  $\omega$  и напряженностью  $F/e$ . В задаче возникают два параметра квазиклассичности  $R \gg 1$  и  $B \gg 1$ , где  $R = F^2/m\hbar\omega^3$  - параметр Риса,  $B = \sqrt{2mV_0a^2/\hbar^2}$  - борновский параметр. Наличие двух параметров квазиклассичности позволяет рассмотреть с единых позиций как существенно квантовые ( $B \approx 1$ ), так и квазиклассические ( $B \gg 1$ ) системы. Рассмотрены случаи:  $R \gg 1$  при произвольном значении  $B$ ;  $B \gg 1$  при произвольном значении  $R$ .

В рамках единого подхода показано, что приближение КХ применимо в пределе сверхатомных частот, а также при нарушении вышеуказанного условия, т.е. при понижении частоты поля вплоть до некоторого значения  $\omega_{crit}$  в пределе сверхатомных полей.

Результаты работы сопоставляются с данными компьютерных и лабораторных экспериментов и с ранее полученными условиями применимости приближения КХ.

В широком диапазоне значений поля и системы определены области существования эффекта адиабатической стабилизации. Показано, что порог стабилизации в области низких частот не зависит от интенсивности. Результаты согласуются с данными лабораторных и компьютерных экспериментов по изучению стабилизации атомов.

В разделе 1.4 формулируются выводы и намечаются направления дальнейших исследований.

Целью работы, являющейся предметом второй главы, является представление гамильтониана КХ в виде асимптотического ряда по параметрам, контролирующим применимость приближения КХ, и обсуждение физического смысла формальных конструкций, определяющих высшие поправки к потенциалу КХ.

Для построения высших поправок к приближению КХ использована формальная аналогия метода КХ и метода осреднения.

В разделе 2.1 обсуждается постановка задачи.

В разделе 2.2 аппарат метода осреднения (канонические преобразования) используется для построения асимптотического разложения функции Гамильтона исследуемой системы.

В разделе 2.3 аналогичные преобразования проведены в случае квантовых систем для гамильтониана Крамерса-Хеннеберга.

В разделе 2.4 показано, что в случае поля линейной поляризации учет первой исчезающей поправки к потенциалу КХ по параметру  $\epsilon_\omega = (\Omega_0/\omega)$ ,  $\Omega_0 = \sqrt{V_0/a^2 m}$  при  $\delta \gg 1$  определяет модифицированный потенциал КХ следующего вида

$$-V_0 f_0(\bar{x}, \delta) + V_0 \varepsilon_\omega^2 \sum_{n, n \neq 0} \frac{1}{4n^2} [\bar{\nabla} f_n(\bar{x}, \delta)]^2,$$

$$f_n(\bar{x}, \delta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\bar{x} + \bar{e}_x \delta^{-1} \cos \varphi) \cos(n\varphi) d\varphi, \quad \delta = a/a_e,$$

положение энергетических уровней в котором аппроксимирует величину квадратичного штарковского сдвига невырожденных уровней в высокочастотном поле с точностью до  $\omega^{-6}$  включительно.

В разделе 2.5 формулируются выводы и намечаются направления дальнейших исследований.

В третьей главе рассматривается квазиклассический предел  $\hbar \rightarrow 0$  квадратичной восприимчивости автономных гамильтоновых систем к гармонически зависящему от времени внешнему полю.

Как известно, вопрос о величине восприимчивости к слабому гармонически зависящему от времени возмущению вида  $-\hat{x}F \cos \omega t$  универсальным образом решается в квантовой теории. Например, выражение для квадратичной восприимчивости квантовой системы с дискретным спектром, находящейся в стационарном состоянии  $|n\rangle$  и описывающей отклик системы на удвоенной частоте, имеет вид:

$$\beta(\omega) = \frac{3}{2\hbar^2} \sum_{m,k} x_{nm} x_{mk} x_{kn} \frac{\omega_{mn} \omega_{kn}^3 + \omega^2 \omega_{kn}^2 - 2\omega^2 \omega_{mn} \omega_{kn}}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)(\omega_{kn}^2 - \omega^2)(\omega_{kn}^2 - 4\omega^2)}.$$

Однако, если объектом исследования является квазиклассическая система, приведенное выражение для квадратичной восприимчивости может оказаться практически бесполезным. Действительно, из экспериментов по изучению спектров высоковозбужденных состояний атомов и молекул (E. Haller, H. Koppel, L. S. Cederbaum, Phys. Rev. Lett, 1984, **52**, 1665) следует,

что динамика квазиклассической системы может быть как регулярной, так и хаотической. Хаотическое движение приводит:

- к разрушению интегралов движения (кроме энергии) и, следовательно, к отсутствию соответствующих правил отбора;
- к нерегулярности спектра и матричных элементов;
- к чувствительности спектра и матричных элементов к изменению параметров невозмущенной задачи.

Таким образом, определяющий вклад в сумму по  $m, k$  в выражении для квадратичной восприимчивости даёт большое количество нерегулярно зависящих от  $m, k$  слагаемых. В такой ситуации для вычисления восприимчивости наиболее естественно использовать классический подход. Для установления вида классического предела многих физических величин достаточно известных принципов соответствия Бора и Гейзенберга, определяющих главные члены в асимптотических разложениях квантовых частот перехода  $\omega_{kn}$  и матричных элементов координаты  $x_{kn}$  по  $\hbar$ . Особый случай представляют физические величины, которые в квантовой теории выражаются формулами вида  $\hbar^{-m} F(\omega_{kn}, x_{kn})$ , где  $m$  - целое. Для таких величин классический предел определяется не главными, нулевого порядка по  $\hbar$ , членами в асимптотических разложения  $\omega_{kn}$  и  $x_{kn}$ , а поправками высших порядков по  $\hbar$ . Примерами таких величин являются восприимчивости, определяющие величину отклика системы на приложенное к ней поле, меняющееся со временем по гармоническому закону. Таким образом, при построении квазиклассического предела квадратичной восприимчивости возникает задача об определении  $\hbar$ -разложений матричных элементов и частот перехода с точностью до  $\hbar^2$  включительно.

В разделах 3.1-3.3 обсуждение постановки задачи сопровождается обзором литературы.

В разделе 3.4 для вычисления квазиклассического предела предложен основанный на соотношениях симметрии и правилах сумм метод  $\hbar$ -разложений матричных элементов координаты и квантовых частот перехода. Метод позволяет определить  $\hbar$ -разложения этих величин с точностью до  $\hbar^3$  включительно.

Показано, что для одночастичной системы с гамильтонианом вида

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x)$$

$\hbar$ -разложения частот и матричных элементов координаты имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega_{n+s,n} &= s\Omega + \hbar s^2 \frac{\Omega\Omega'}{2} + \hbar^2 \left( s^3 \frac{(\Omega\Omega')' \Omega}{6} - s\delta'\Omega^2 \right) \\ &+ \hbar^3 \left( \frac{s^4}{24} ((\Omega\Omega')' \Omega)' \Omega - \frac{s^2}{2} (\delta'\Omega^3)' \right) + O(\hbar^4), \\ x_{n+s,n} &= X_s + \hbar \frac{s}{2} X_s' \Omega + \hbar^2 \left( s^2 g_1 X_s + \frac{s^2}{4} X_s \Omega \Omega' + \right. \\ &\left. + \frac{s^2}{4} X_s' \Omega \Omega' + \frac{s^2}{8} X_s'' \Omega^2 + g_2 \Omega X_s - \delta \Omega' X_s \right). \end{aligned}$$

Здесь аргументом всех функций является энергия  $E_n \equiv E$ ,  $X_s$  - амплитуда  $s$ -ой гармоники в Фурье-разложении закона движения классической системы,  $\Omega(E)$  - частота классического движения,  $\delta(E) = -\frac{1}{24} \frac{d}{dE} \langle U_{xx} \rangle$ , угловые

скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по периоду, функции  $g_1(E)$ ,  $g_2(E)$  являются решениями задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.

В разделе 3.5 показано, что квазиклассический предел квадратичной восприимчивости одномерной системы имеет вид

$$\beta(\omega) = \sum_{s,q} \Omega \frac{d}{dE} \left\{ \Omega \left[ \frac{sq X_{-s} X_q X'_{s-q}}{(q\Omega + 2\omega)(s\Omega + \omega)} + \frac{(s-q)s X_{-s} X'_q X_{s-q}}{(q\Omega + 2\omega)(s\Omega + \omega)} + \frac{(s-q)sq\Omega X_{-s} X_q X_{s-q}}{(q\Omega + 2\omega)^2 (s\Omega + \omega)} \right] \right\}.$$

Заметим, что при  $\omega = 0$  указанное выражение можно привести к следующему виду:

$$\beta(0) = \frac{1}{2} \sum_{s,q} \Omega \frac{d^2}{dE^2} \left( \frac{1}{\Omega} X_{-s} X_q X_{s-q} \right).$$

В разделе 3.6 квазиклассический предел квадратичной восприимчивости выражен через трехточечные корреляционные функции

$$T_{xE}(\xi, \eta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{xE}(\tau, \theta) e^{i(\xi\tau + \eta\theta)} d\tau d\theta,$$

$$C_x(\tau, \theta) = \langle x(t)x(t+\tau)x(t+\theta) \rangle_t,$$

$$C_{xE}(\tau, \theta) = \langle x_E(t)\dot{x}(t+\tau)\dot{x}(t+\theta) - x(t)\dot{x}(t+\tau)\dot{x}_E(t+\theta) \rangle_t,$$

объем энергетической поверхности  $\rho(E)$  и их производные по энергии:

$$\beta(\omega) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dE} \left[ \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_{xE}(\xi, \eta)}{(\omega + \xi)(2\omega - \eta)} d\xi d\eta \right],$$

угловые скобки  $\langle \dots \rangle_t$  означают усреднение по времени, величины  $x_E$  и  $y_E$  определяются как решения системы уравнений

$$\begin{aligned}\ddot{x}_E &= -U_{xx}x_E - U_{xy}y_E, \\ \ddot{y}_E &= -U_{yx}x_E - U_{yy}y_E\end{aligned}$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned}x_E|_{t=0} &= \frac{\partial x_0}{\partial E}, \dot{x}_E|_{t=0} = \frac{\partial \dot{x}_0}{\partial E}, \\ y_E|_{t=0} &= \frac{\partial y_0}{\partial E}, \dot{y}_E|_{t=0} = \frac{\partial \dot{y}_0}{\partial E}.\end{aligned}$$

В частности,

$$\beta(0) = \frac{1}{2\rho} \frac{d^2}{dE^2} [\rho C_x(0,0)]$$

Полученное выражение может быть использовано для численного расчета квадратичной восприимчивости, например, в модели нелинейного осциллятора. Нелинейные осцилляторы обычно рассматриваются с целью описания колебательных спектров молекул в области сильного возбуждения, где становится существенным взаимодействие различных мод и ангармонизм колебаний. Полученное выражение также может быть использовано для расчета квадратичного отклика в модели бильярда. Модели бильярдных используются, например, для описания свойств мезоскопических систем.

Практически расчет по полученной формуле более удобен, чем прямая симуляция отклика в компьютерном эксперименте, предъявляющая высокие требования к численной процедуре и компьютерным ресурсам.

В разделе 3.7 формулируются выводы и намечаются направления дальнейших исследований.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

### Основные результаты работы

1. Границы применимости метода Крамерса-Хеннебергера (КХ) определены для квантовых (при больших значениях параметра Риса) и квазиклассических систем на основе формальной аналогии этого метода с классическим методом осреднения. В рамках единого подхода показано, что в условиях справедливости дипольного приближения приближение КХ является асимптотически точным в пределе сверхатомных полей при больших значениях параметра Риса и в пределе высоких частот.
2. В широком диапазоне значений поля и системы определены области существования эффекта адиабатической стабилизации. Показано, что порог стабилизации в области низких частот не зависит от интенсивности. Результаты согласуются с данными лабораторных и компьютерных экспериментов по изучению стабилизации атомов.
3. Предложен метод построения высших поправок к приближению КХ. Показано, что учет первой неисчезающей поправки к потенциалу КХ по параметру  $\epsilon_\omega$ , где  $\epsilon_\omega$  - отношение характерной атомной частоты к частоте поля  $\omega$ , в случае  $\delta \gg 1$ , где  $\delta$  - отношение характерного размера атома к амплитуде осциллирующей свободной электрона в поле волны, определяет модифицированный потенциал КХ, положение энергетических уровней в котором аппроксимирует величину квадратичного Штарковского сдвига невырожденных уровней в высокочастотном поле линейной поляризации с точностью до  $\omega^{-6}$  включительно. Предложенный метод также позволяет вычислять сдвиги уровней или поляризуемости потенциала КХ в сверхатомных полях в случае  $\delta \ll 1$ .



4. Квазиклассический предел квадратичной восприимчивости выражен через классические характеристики движения и пригоден для определения отклика хаотических систем.
5. Для вычисления квазиклассического предела квадратичной восприимчивости предложен основанный на соотношениях симметрии и правилах сумм метод  $\hbar$ -разложения матричных элементов координаты и квантовых частот перехода, реализованный до членов порядка  $\hbar^2$  включительно. Показано, что члены второго порядка по  $\hbar$  в  $\hbar$ -разложениях матричных элементов координаты и квантовых частот перехода не входят в выражение для квазиклассического предела квадратичной восприимчивости.

### Публикации

1. Е.А. Волкова, А.М. Попов, О.В. Смирнова. Стабилизация атомов в сильном поле в приближении Крамерса-Хеннебергера // ЖЭТФ, 1994, **106**, 1360-1372
2. E. A. Volkova, A. M. Popov, and O. V. Smirnova. Numerical simulations of electron potential scattering in a superatomic laser field // Laser Physics, 1995, **5**, 883-887
3. Е.А. Волкова, А.М. Попов, О.В. Смирнова. Вынужденный тормозной эффект в сверхатомном лазерном поле // ЖЭТФ, 1996, **109**, 138-150
4. Е.А. Волкова, А.М. Попов, О.В. Смирнова, О.В. Тихонова. Возникновение режима стабилизации в сильном лазерном поле и приближение Крамерса-Хеннебергера // ЖЭТФ, 1997, **111**, 1194-1206
5. P. V. Eluytin, O. V. Smirnova. On the quasiclassical limit of the quadratic susceptibility // ICONO XVI, 1998, technical digest, 142
6. П.В. Елютин, О.В. Смирнова. Применение метода  $\hbar$ -разложений для построения квазиклассического предела квадратичной восприимчивости // Тезисы докладов конференции ФАС-XVI, 1998, 132
7. П.В. Елютин, О.В. Смирнова. О квазиклассическом пределе квадратичной восприимчивости // ТМФ, 1999, **119**, 93-104
8. О.В. Смирнова. О применимости приближения Крамерса-Хеннебергера // Сборник трудов научной сессии МИФИ – 2000, **5**, 190
9. О.В. Смирнова. О применимости приближения Крамерса-Хеннебергера // ЖЭТФ, 2000, **117**, 702-709
10. O.V. Smirnova. Applicability Boundaries of the Kramers-Henneberger Approximation in the Quasi-Classical Region // Laser Physics, 2000, **10**(2).