

РГБ ОД

22 ИЮН 1998

На правах рукописи

АНДРОНОВА Вера Анатольевна

Андропова

**АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
СЛОЖНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ,
КОНТАКТИРУЮЩИХ С АГРЕССИВНОЙ СРЕДОЙ, С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ КОНЕЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ**

Специальность 05.23.17– Строительная механика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук.

Череповец 1998

Работа выполнена в Череповецком государственном университете.

Научные руководители -

Заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, профессор
Игнатьев В.А.;
кандидат технических наук, доцент
Ганчуков В.И.

Официальные оппоненты -

Заслуженный деятель науки и
техники РФ, доктор технических
наук, профессор Овчинников И.Г.;
кандидат технических наук,
доцент Макаров А.В.

Ведущая организация -

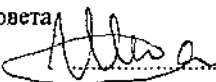
Муниципальное предприятие
проектный институт
«Череповецпроект»

Защита состоится "29" июня 1998 года в 10⁰⁰ часов на
заседании диссертационного совета К064.63.02 в Волгоградской
государственной архитектурно - строительной академии по адресу:
400074, г. Волгоград, ул. Академическая, д. 1, ауд. Г-901.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Волгоградской
государственной архитектурно - строительной академии.

Автореферат разослан "20" мая 1998 года.

Отзывы на автореферат можно направлять по адресу:
400074, г. Волгоград, ул. Академическая, д. 1, ВолгАСА.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат технических наук, доцент  Г.Г. Шкода

Общая характеристика работы.

Актуальность работы.

Сложные регулярные стержневые системы (далее СРСС), к которым относятся сетчатые пластинки, сетчатые оболочки, структурные плиты, отличаются легкостью, высокими показателями прочности и жесткости, конструктивности, транспортабельности, технологичности при изготовлении и сборке. Эти положительные качества обеспечивают их широкое использование в качестве несущих конструкций перекрытий больших пролетов стадионов, выставочных и концертных залов, рынков, цирков, крытых автостоянок, промышленных зданий, складов и т.п. Сетчатые пластинки и оболочки активно используются в качестве элементов конструкций подъемно-транспортного машиностроения, в авиастроении и судостроении, как элементы космических аппаратов. Следует упомянуть и об использовании сетчатых пластинок и оболочек как составных частей композитных материалов, где они являются основными воспринимающими нагрузку элементами. Широко применяются также континуальные пластинки и оболочки, в которых СРСС играют роль подкрепляющих ребер.

Конструкции металлургических предприятий, химических производств, предприятий теплоэнергетики в процессе эксплуатации в той или иной мере испытывают воздействие окружающей или технологической среды («агрессивной среды», далее АС). Такое воздействие, как правило, негативно сказывается на работоспособности конструкций, поскольку приводит к развивающемуся во времени процессу коррозионного разрушения поверхностного слоя конструкций. Поскольку элементами СРСС являются обычно *тонкостенные* элементы (балки трубчатого сечения, с тонкостенными профилями и т.п.), для стержневых систем коррозионное разрушение представляет особую опасность.

Из отмеченного выше становится ясным, что разработка методик определения изменяющихся с течением времени воздействия АС параметров напряженно-деформированного состояния СРСС, разработка методики прогнозирования дол-

говечности корродирующих регулярных стержневых конструкций при различных формах воздействия АС представляют собой актуальную задачу.

Цель работы состоит в разработке эффективных методик анализа напряженно - деформированного состояния (далее НДС) сложных регулярных стержневых систем (пластинок, сетчатых оболочек, структурных плит) с максимально полным учетом воздействия на них агрессивной среды. В качестве базового метода для анализа НДС используется метод дискретных конечных элементов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- 1). Предложены методики вычисления параметров жесткости сечений балок *при изгибе и продольной деформации* с учетом развивающегося во времени процесса коррозионного разрушения, описываемого различными формами математических моделей:
 - а) для случая, когда тип формы сечения балки не изменяется с развитием процесса коррозионного разрушения;
 - б) для случая, когда с течением времени воздействия агрессивной среды (АС) тип формы сечения изменяется, что характеризуется смещением центра тяжести сечения и поворотом его главных осей.
- 2). Получены соотношения для вычисления изменяющихся с течением времени параметров жесткости (при изгибе и продольной деформации) корродирующих балок:
 - а) с сечениями элементарной формы (прямоугольник, окружность, эллипс и их комбинации) – на основе аналитических решений и с использованием методов численного интегрирования;
 - б) с сечениями самого общего вида – на основе методов численного интегрирования.
- 3). Предложены методики вычисления жесткости корродирующих балок *при кручении*:
 - а) для сечений элементарной формы (окружность, эллипс) – на основе аналитических решений и методов численного интегрирования;

- b) для сечений в форме прямоугольника на основе известного решения Сен-Венана и методов численного интегрирования;
 - c) для сечений общего вида – на основе конечно-элементного решения физической нелинейной задачи о кручении бруса некруглого сечения.
- 4). Предложена методика вычисления параметров жесткости корродирующих балок с сечениями в форме тонкостенных профилей (типа швеллера, двутавра и т.п.).
- 5). Разработаны методики и получены необходимые соотношения для вычисления матриц жесткости дискретных конечных элементов в виде корродирующих (сплошная коррозия) сетчатых пластинок и оболочек, и структурных плит:
- a) для варианта коррозионного разрушения балок, не сопровождающегося изменением типа формы сечения;
 - b) для варианта разрушения, сопровождающегося изменением типа формы сечения и приводящего к возникновению состояния косоугольного изгиба (только для ДКЭ в форме сетчатых пластинок и оболочек).
 - c) для варианта двухсторонней коррозии балок;
 - d) для варианта *односторонней* коррозии балок, приводящего к возникновению дополнительных продольных усилий в балках.
- 6). Разработаны методики и получены необходимые соотношения для вычисления матриц жесткости дискретных конечных элементов в форме сетчатых пластинок и оболочек, а также структурных плит, коррозионное разрушение балок (стержней) которых носит локальный характер.
- 7). Разработана методика и получены необходимые соотношения для решения задачи термоупругости сложных регулярных стержневых систем на основе МДКЭ.
- 8). Разработаны методики и предложены алгоритмы решения задач расчета сложных регулярных стержневых систем, находящихся в процессе коррозионного разрушения:
- a) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения представлена алгебраическим соотношением;

- б) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения представлена дифференциальным (интегральным) соотношением;
 - в) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения предполагает зависимость скорости коррозионного разрушения от параметров напряженно-деформированного состояния конструкции.
- 9). Предложены методики и получены соотношения для вычисления долговечности регулярной стержневой системы по условиям прочности, жесткости и устойчивости.
- 10). Предложена методика применения конечно-элементного способа «статической конденсации» для уменьшения объема вычислений при решении задачи о локальном коррозионном разрушении стержневых конструкций.
- 11). Решением ряда числовых примеров подтверждены широкие возможности, высокая точность и эффективность предложенных методик расчета сложных регулярных стержневых конструкций, контактирующих с агрессивной средой.

Достоверность приводимых в диссертации результатов подтверждается применением научно обоснованного аппарата при выводе разрешающих уравнений, использованием для их решения детально изученных методов. Точность результатов расчета сетчатых конструкций на основе метода дискретных конечных элементов, являющегося базовым для представленной диссертационной работы, доказана многочисленными исследованиями. Сравнение выводов данной работы с результатами, полученными на основе МКЭ, также свидетельствует о достоверности полученных результатов.

Практическая ценность работы состоит в предложенных методиках и разработанных на их основе алгоритмах вычисления параметров НДС корродирующих сетчатых пластин, оболочек и структурных плит, а также в разработанном соответствующем программном обеспечении. Алгоритмы и программное обеспечение могут найти применение в научно - исследовательских, проектных и конструкторских организациях, занимающихся проектированием тонкостенных облегченных конструкций, при прочностных расчетах сложных РСС с учетом их коррозионного разрушения, определении остаточного запаса прочности, долговечности и т.д.

Полученные в диссертационной работе результаты используются в Череповецком государственном университете при чтении курса "Механика деформируемого твердого тела". Предложенные в диссертации методики расчета корродирующих РСС используются инженерными службами ряда крупных проектных и промышленных предприятий г. Череповца.

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы доложены на :

- первой международной конференции «Научно–технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности металлических конструкций и методы их решения» (Санкт–Петербург, СПбГТУ, ноябрь 1995 г.),
- 50–ой международной научно–технической конференции молодых ученых и студентов (Санкт–Петербург, СПбГАСА, май 1996 г.),
- 11–ой межвузовской военно–научной конференции Череповецкого высшего военно–инженерного училища радиоэлектроники, (Череповец, ЧВВИУРЭ, февраль 1996 г.),
- 1–ой международной конференции «Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах «ИНФОТЕХ 96» (Череповец, ЧГУ, май 1996 г.)
- 51–ой международной научно–технической конференции молодых ученых и студентов (Санкт–Петербург, СПбГАСА, апрель 1997 г.),
- 12–ой межвузовской военно–научной конференции Череповецкого высшего военно–инженерного училища радиоэлектроники, (Череповец, ЧВВИУРЭ, февраль 1997 г.),
- 2–й международной научно – технической конференции «Динамика систем, механизмов и машин».(Омск, ОГТУ, сентябрь 1997),
- научно–технической конференции Вологодского политехнического института (Вологда, ВоПИ, май 1997 г.).

Полностью работа докладывалась:

- на научном семинаре кафедры строительной механики Волгоградской государственной архитектурно - строительной академии под руководством доктора технических наук, профессора В.А. Игнатъева (Волгоград, ВолгАСА, 22 сентября 1997 г.).
- на межкафедральном научном семинаре Череповецкого госуниверситета под руководством доктора технических наук, профессора В.С. Грызлова (Череповец, ЧГУ, 12 мая 1998 г.),

Публикации. Основное содержание работы опубликовано в 11 научных статьях.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав (первая глава – обзор литературы), заключения, списка литературы из 285 наименований и приложения. Работа изложена на 217 страницах машинописного текста, иллюстрирована 75 рисунками. В приложение вынесены разработанные в ходе выполнения работы программные модули для ЭВМ.

Содержание работы.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель, показана научная новизна, практическая ценность, отражено краткое содержание диссертации.

В главе 1 приведен краткий обзор литературных источников, посвященных вопросам анализа напряженно-деформированного состояния регулярных стержневых систем, а также вопросам учета влияния агрессивной среды на параметры напряженно-деформированного состояния конструкции в конкретный момент времени.

Несмотря на принципиальную возможность использования для определения параметров напряженно-деформированного состояния сложных регулярных стержневых систем традиционных методов строительной механики (метода сил, перемещений, смешанного, комбинированного), эти методы для практических расчетов СРСС неприемлемы вследствие чрезмерно большого объема связанных с реализацией этих методов объема вычислительных операций. То же замечание от-

носится и к использованию для решения рассматриваемой задачи метода конечных элементов – с предположением, что в качестве отдельного конечного элемента будет использована балка между двумя узлами СРСС. В практических расчетах регулярных стержневых систем нашли применение приближенные методы, которые следует разделить на два существенно различающихся направления.

Первое направление связано с приемом континуализации дискретной регулярной стержневой системы. Расчет эквивалентной континуальной системы выполняется с использованием одного из известных методов строительной механики (представлением решения в виде бесконечного функционального ряда, разностными методами и т.д.). Из исследователей, разработавших расчетные методы первого направления, можно отметить проф. Г.И. Пшеничного, разработавшего теорию расчета сетчатых пластинок и оболочек с использованием их континуализации.

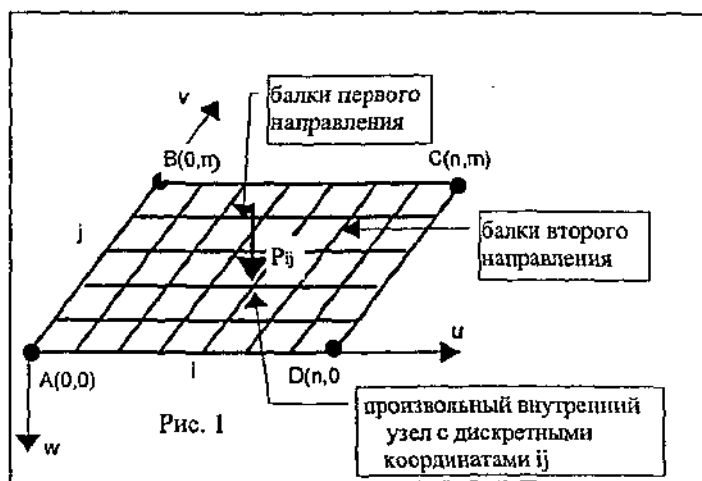
Второе направление рассматривает непосредственно дискретные СРСС, не прибегая к их континуализации. Наиболее известными работами в этом направлении являются труды проф. В.А. Игнатьева, предложившего использовать для расчета регулярных стержневых систем метод обобщенных неизвестных, а также разработавшего *метод дискретных конечных элементов* (МДКЭ). В МДКЭ используются дискретные конечные элементы (ДКЭ), представляющие собой фрагменты сложных регулярных стержневых систем – сетчатых пластин, оболочек, структурных плит. При вычислении матриц жесткости всех ДКЭ, векторов узловых нагрузок, при вычислении в результате решения внутренних усилий в сечениях балок учитывается дискретный характер рассматриваемых конструкций. МДКЭ удачно сочетает все достоинства метода конечных элементов с максимально полным учетом структуры регулярной стержневой конструкции.

В работах, посвященных учету влияния агрессивных сред на параметры НДС конструкций, даются варианты классификации типов коррозионных процессов материала конструкций. Предлагаются многочисленные виды математических моделей коррозионного разрушения, описывающие как изменение (за время воздействия АС) размеров сечений элементов конструкций, так и изменение механи-

ческих характеристик материала конструкций вследствие влияния АС. Большинство задач расчета элементов конструкций (пластинок, оболочек) с учетом коррозионного разрушения решаются с использованием сеточных методов и метода последовательного нагружения.

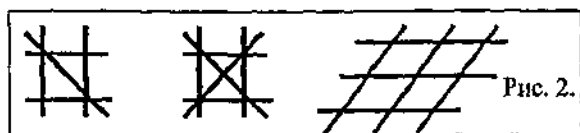
По результатам приведенного в главе I литературного обзора сделан вывод, что наиболее перспективным для разработки методик расчета СРСС, контактирующих с агрессивной средой, является использование метода дискретных конечных элементов.

В главе 2 даны краткие сведения о МДКЭ (в форме метода перемещений), а



также о математическом моделировании процесса коррозионного разрушения материала конструкций. Для расчета сетчатой пластинки по МДКЭ используется дискретный

КЭ, изображенный на рис. 1 (для определенности рассмотрена сетчатая пластинка с балками двух направлений).

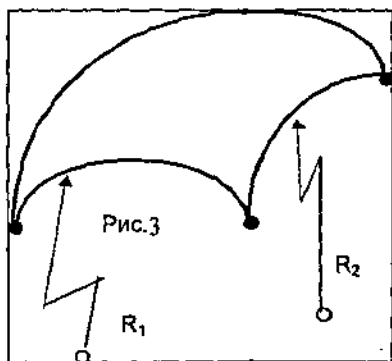


Вектор перемещений базовых узлов дискретного конечного элемента \bar{q}^T включает степени свободы – линейные перемещения (прогибы) базовых узлов и углы поворотов сечений балок относительно осей « u, v ».

В общем случае ДКЭ может представлять сетчатую пластинку с ячейкой произвольной формы (рис. 2).

Для расчета сетчатых оболочек может быть использован ДКЭ в форме фрагмента полой оболочки, схематично показанный на рис. 3. Вектор

перемещений базовых узлов включает три линейных перемещения узла – в плоскости, касательной к поверхности пластинки, и вдоль нормали к данной

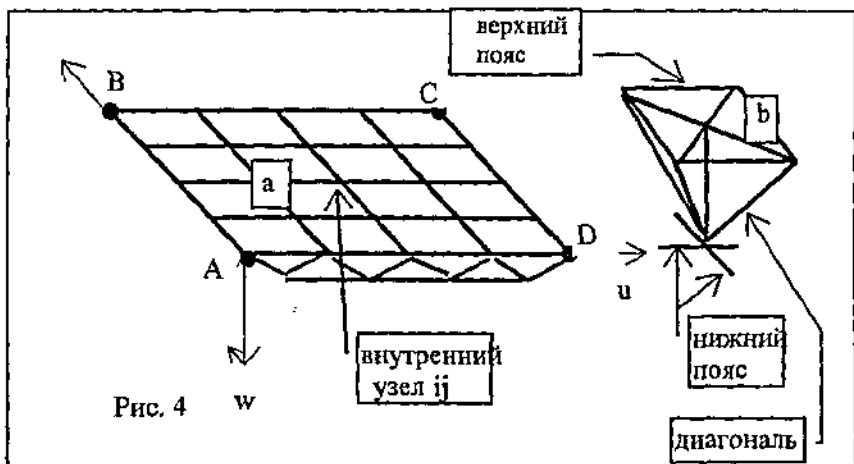


плоскости – и два угловых перемещения.

Дискретный конечный элемент в виде структурной плиты показан на рис.4. В его базовых узлах заданы три линейных перемещения вдоль координатных осей u, v, w .

Соответственно вектору перемещений базовых узлов конкретного ДКЭ определяется и вектор эквивалентных узловых нагрузок \bar{F}^e .

Соотношение для вычисления матриц



жесткости дискретных конечных элементов может быть записано в виде:

$$[K]^e = ([V]^{-1})^T \times [M] \times [V]^{-1} \quad (1)$$

Здесь $[V]$ – матрица формы ДКЭ; $[M]$ – матрица, учитывающая работу балок регулярной стержневой системы. Матрица $[M]$ определяется как сумма матриц, каждая из которых определяется одним из внутренних усилий в сечениях балок всех направлений (продольные силы, изгибающие моменты, перерезывающие си-

лы, крутящие моменты). В конкретном случае структура матрицы $[M]$ определяется типом используемого ДКЭ.

$$[M] = [M_N] + [M_{ux}] + [M_{xp}] + [M_{\varrho}] \quad (2)$$

В общем виде приведем выражение для вычисления матриц в правой части выражения (2) :

$$[M_{\zeta}^{\xi}] = G_{\zeta}^{\xi} \times \sum_i \sum_j \bar{\Psi}_{\zeta}(\bar{\Phi}_{ij}^{(\zeta)}) \quad (3)$$

Здесь G_{ζ}^{ξ} – соответствующий параметр жесткости сечения балки направления ζ (жесткость при продольной деформации EF^{ξ} , изгибе EJ^{ξ} , сдвиге GF^{ξ} , кручении GJ_{φ}^{ξ}). Здесь E, G – модули упругости первого и второго рода материала СРСС; $F^{\xi}, J^{\xi}, J_{\varphi}^{\xi}$ – соответственно площадь, момент инерции при изгибе и момент инерции при кручении сечения балки направления ζ . Выражение $\bar{\Psi}_{\zeta}(\bar{\Phi}_{ij}^{(\zeta)})$ представляет собой матричную функцию от векторного аргумента $\bar{\Phi}_{ij}^{(\zeta)}$. Вектор $\bar{\Phi}_{ij}^{(\zeta)}$ формируется из коэффициентов интерполяционного полинома, используемого для аппроксимации значений данного внутреннего усилия во внутренних узлах ДКЭ. Конкретный вид матричной функции и вектора-аргумента определяется типом рассматриваемого ДКЭ. Суммирование в (3) выполняется по всем отрезкам балок рассматриваемого ДКЭ.

Следует отметить, что в приведенном выше соотношении (3) параметр жесткости G_{ζ}^{ξ} вынесен за операторы суммирования; следовательно, соответствующая жесткость всех балок направления ξ данного ДКЭ полагается неизменной.

После вычисления матриц жесткости и векторов узловых нагрузок всех ДКЭ производится формирование глобальной матрицы жесткости и вектора нагрузок $([K], \bar{F})$. Из решения системы разрешающих уравнений:

$$[K] \times \bar{q} = \bar{F} \quad (4)$$

определяется глобальный вектор узловых перемещений \bar{q} . Вектор внутренних усилий в сечениях балок данного ДКЭ определяется из соотношения (записано в общем виде):

$$\bar{M}' = \bar{\Omega}(G_i^z, \bar{q}') \quad (5)$$

Конкретный вид функции $\bar{\Omega}(\dots)$ определяется типом используемого ДКЭ.

Влияние агрессивной среды на элементы конструкции проявляется в изменении толщины или размеров сечения элементов (при сплошной коррозии), к изменению сплошности металла в поверхностных слоях (коррозионное растрескивание, подповерхностная коррозия), в изменении механических свойств материала конструкции. Математически влияние агрессивной среды на конструкцию описывается введением в расчетные схемы одного или нескольких параметров, называемых параметрами повреждения. Соотношения, описывающие изменения параметров повреждения во времени (с учетом свойств агрессивной среды) называются математическими моделями кинетики коррозионного процесса. Обозначим: δ – глубину слоя коррозионного разрушения; t – время воздействия агрессивной среды на конструкцию; T^0 и $C_{\%}$ – температуру и концентрацию агрессивной среды; ε и σ – некоторые критерии деформированного и напряженного состояния в точке корродирующего тела. Математические модели коррозионного повреждения конструкции могут иметь вид алгебраических, дифференциальных и интегральных выражений:

$$\begin{aligned} \delta &= k \times (1 - e^{-\alpha t}); \quad \delta = k \times \sqrt[3]{t}; \quad \delta = \ln(k \times t); \\ \delta(t, \sigma) &= \int_0^t \frac{\partial \delta}{\partial t} \times dt + \int_0^t \sigma dt \quad (6 \div 8) \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \phi(t) \times [\alpha \cdot \varepsilon \cdot \sigma + \beta]^n \end{aligned}$$

Здесь k, m, α, β – коэффициенты, $\phi(\dots)$ – заданная функция.

В главе 3 разработаны методики и получены необходимые соотношения для вычисления характеристик жесткости (при изгибе, кручении, продольной

деформации) сечений балок, подвергающихся коррозионному разрушению вследствие влияния агрессивной среды. При вычислении жесткости сечений корродирующих балок использовано понятие функции сплошности материала (рис. 5).

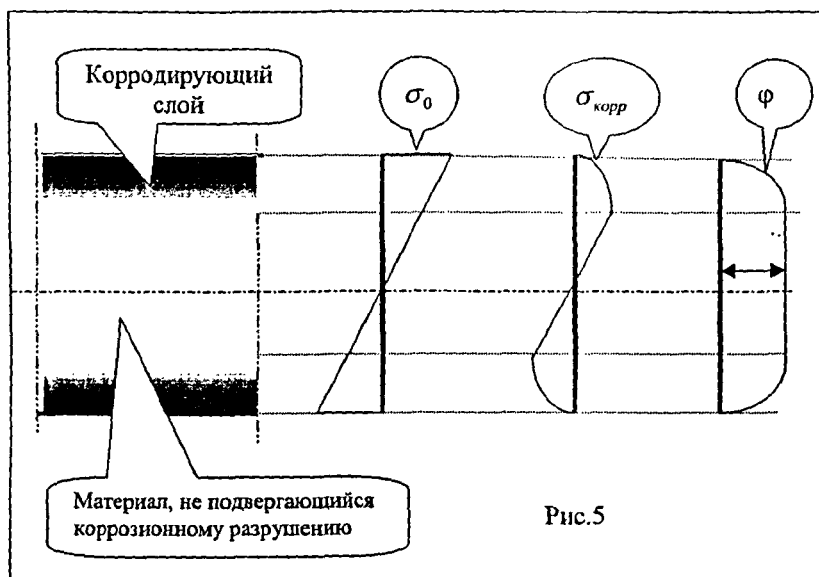


Рис.5

С использованием функции сплошности φ связь между напряжением в точке сечения корродирующей и не корродирующей балки, в момент времени \tilde{t} от начала воздействия на конструкцию агрессивной среды, записывается в виде :

$$\sigma_{корр}(x, y, \tilde{t}) = \sigma(x, y) \cdot \varphi(x, y, \tilde{t}) \quad (9)$$

С учетом последнего соотношения, для момента времени \tilde{t} запишем выражения для вычисления геометрических характеристик сечений корродирующих балок направления ξ (площадь сечения, статический момент относительно оси «х», осевые моменты инерции- определение полярного момента инерции рассмотрено ниже):

$$\begin{aligned}
 F_{\tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times dx dy; & S_{x, \tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times y \times dx dy; \\
 S_{y, \tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times x \times dx dy; & J_{x, \tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times y^2 \times dx dy; \\
 J_{x, \tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times x^2 \times dx dy; & J_{xy, \tilde{r}}^{\xi} &= \int_{x_i} \varphi(x, y, \tilde{r}) \times x \times y \times dx dy;
 \end{aligned}
 \tag{10÷13}$$

Приведенные соотношения позволяют в момент времени \tilde{t} вычислить положение главных центральных осей и главные моменты инерции сечения корродирующих балок. Координаты центра тяжести корродирующего сечения:

$$a_x(\tilde{r}) = S_{y, \tilde{r}} / F_{\tilde{r}}; \quad a_y(\tilde{r}) = S_{x, \tilde{r}} / F_{\tilde{r}};
 \tag{14}$$

Осевые и центробежный моменты инерции сечения относительно центральных осей корродирующего сечения, параллельных начальным:

$$J_{x, \tilde{r}} = J_{x, \tilde{r}} - (a_y)^2 \times F_{\tilde{r}}; \quad J_{y, \tilde{r}} = J_{y, \tilde{r}} - (a_x)^2 \times F_{\tilde{r}}; \quad J_{xy, \tilde{r}} = J_{xy, \tilde{r}} - (a_x \cdot a_y) \times F_{\tilde{r}};$$

Угол поворота главных центральных осей и главные моменты инерции корродирующего сечения определим из соотношений:

$$\begin{aligned}
 \alpha(\tilde{r}) &= \frac{1}{2} \times \text{ArcTg} \left(-\frac{2 \times J_{xy, \tilde{r}}}{J_{x, \tilde{r}} - J_{y, \tilde{r}}} \right); & J_{\frac{\min, \tilde{r}}{\max, \tilde{r}}} &= J_{\tilde{r}}^{(+)} \mp \sqrt{\{J_{\tilde{r}}^{(-)}\}^2 + \{J_{xy, \tilde{r}}\}^2}; \\
 J_{\tilde{r}}^{(+)} &= (J_{x, \tilde{r}} + J_{y, \tilde{r}}) / 2; & J_{\tilde{r}}^{(-)} &= (J_{x, \tilde{r}} - J_{y, \tilde{r}}) / 2;
 \end{aligned}
 \tag{15÷18}$$

Далее, для различных видов функции сплошности получены соотношения для практического вычисления площади и главных моментов инерции корродирующих сечений в момент времени \tilde{t} . Для сечений простой формы (окружность, прямоугольник) соотношения получены в замкнутом виде. В более сложных случаях предлагается при вычислении интегралов в (10÷13) использовать приемы численного интегрирования. Так, корродирующий слой сечения прямоугольной формы предлагается разбить на малые участки отрезками прямых линий, параллельными осям x - y (рис. 6). Функция формы может быть записана в виде:

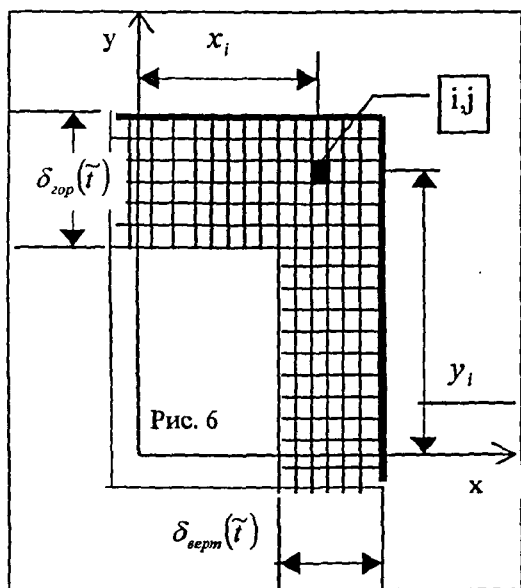
$$\varphi(x, y, \tilde{r}) = \begin{cases} \Omega(x, y, \tilde{r}), & \text{если } \left(\left(\frac{h_r}{2} \leq |y| \leq \frac{h_0}{2} \right) \wedge \left(\frac{b_r}{2} \leq |x| \leq \frac{b_0}{2} \right) \right) \\ 1, & \text{если } \left(\left(0 \leq |y| \leq \frac{h_r}{2} \right) \wedge \left(0 \leq |x| \leq \frac{b_r}{2} \right) \right) \end{cases} \quad (19)$$

Для данного случая площадь и главные моменты инерции могут быть вычислены из соотношений:

$$F_{\tilde{r}} = \{b_{\tilde{r}} \times h_{\tilde{r}}\} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \Omega(x_{ij}, y_{ij}, \tilde{r}) \times dF; \quad (20)$$

$$J_{x\tilde{r}} = \left\{ \frac{b_{\tilde{r}} \times (h_{\tilde{r}})^3}{12} \right\} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \Omega(x_{ij}, y_{ij}, \tilde{r}) \times y^2 \times dF; \quad \dots (21)$$

$$J_{y\tilde{r}} = \left\{ \frac{(b_{\tilde{r}})^3 \times h_{\tilde{r}}}{12} \right\} + \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} \Omega(x, y, \tilde{r}) \times x^2 \times dF; \quad \dots (22)$$



Исследовано влияние различных видов воздействия агрессивной среды на изменение параметров жесткости сечений. Получены соотношения для вычисления геометрических характеристик при условии, что (а) тип формы сечения не изменяется за время воздействия агрессивной среды и (б) с течением времени происходит смещение центра тяжести сечения и поворот его главных центральных осей. Рассмотрены

корродирующие сечения как элементарной формы (прямоугольник, круг, овал), так и сечения самого общего вида. Предложена методика вычисления параметров жесткости корродирующих балок с сечениями в виде тонкостенных профилей.

Для вычисления геометрических характеристик при кручении корродирующих балок круглого сечения использованы известные соотношения сопротивления материалов. Момент инерции при кручении сечения прямоугольной формы определен на основании известного решения Сен-Венана и теоретических выводов «мембранной аналогии»:

$$J_x = \frac{b}{2} \times \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-h/2}^{h/2} \hat{\varphi}(x, y, \tilde{r}) \times \left[1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{4}{a^3} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{a_n^3} \cdot \frac{ch(\alpha_n \cdot y)}{ch(\lambda_n)} \right] \times \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cos(\alpha_n \cdot x) - \left. \right] \times dx \times dy;$$

Для вычисления (23) предложено использовать прием численного интегрирования

Для вычисления момента инерции при кручении корродирующего сечения общего вида разработана методика, основанная на конечно-элементном решении задачи о кручении бруса.

Параметры жесткости корродирующих сечений в момент времени \tilde{t} определяются из соотношений:

$$(EF)_{\tilde{t}} = E \times F_{\tilde{t}}; \quad (EJ)_{\tilde{t}} = E \times J_{\tilde{t}}; \quad (GJ_{xp})_{\tilde{t}} = G \times J_{xp, \tilde{t}}; \quad (24,25,26)$$

В главе 4 получены соотношения для вычисления матриц жесткости регулярных стержневых систем – сетчатых пластин и оболочек, структурных плит – с учетом развивающегося во времени коррозионного разрушения их элементов. Поскольку параметр жесткости сечения корродирующей балки изменяется вдоль ее длины, введено понятие эквивалентной балки – балки с некоторой условной, постоянной по длине, жесткостью сечения, энергия упругой деформации которой равна энергии исходной балки (нагрузка на обе балки при этом одинакова). В первом приближении жесткость эквивалентной балки может быть вычислена из соотношения:

$$(EJ^*)_{ij}^{\tilde{t}} = \frac{\left((EJ)_{ij}^{\tilde{t}} + (EJ)_{i+1,j}^{\tilde{t}} \right)}{2} \quad (27)$$

Здесь $EJ_{i,j}^{\bar{r}}, EJ_{i+1,j}^{\bar{r}}$ - величина параметра жесткости в начале и конце стержня. Получены соотношения для вычисления жесткости эквивалентной балки по заданным значениям жесткости в трех и более сечениях исходной балки.

С учетом того, что в корродирующей стержневой конструкции (в общем случае) все балки имеют различные (к тому же, изменяющиеся во времени) значения параметра жесткости, соотношение (3) переписываем в виде:

$$[M_{\zeta}^{\xi}]_F = \sum_i \sum_j (G_{\zeta}^{\xi})_y \times \bar{\Psi}_{\zeta} (\bar{\Phi}_y^{(\zeta)}) \quad (28)$$

Соответственно изменяется и соотношение для вычисления матрицы жесткости:

$$[K]_F = ([V]^{-1})^T \times [M]_F \times [V]^{-1} \quad (29)$$

Здесь

$$[M]_F = [M_N]_F + [M_{\text{из}}]_F + [M_{\text{сп}}]_F + [M_Q]_F; \quad (30)$$

В качестве примера приведем соотношение (28), записанное для изгибающих моментов балок первого направления ДКЭ на рис. 1: (3 1)

$$[M_{1u}]_F = \frac{1}{6 \times l_1^3} \times \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m (EJ_1^*)_y \times \left\{ 2 \cdot (\bar{\Phi}_{ij}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{ij}^{(4)} + 2 \cdot (\bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)} + (\bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{ij}^{(4)} + (\bar{\Phi}_{ij}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)} \right\},$$

(l_1 - длина участка балки первого направления, $\bar{\Phi}_y^{(4)}$ - соответствующий вектор коэффициентов аппроксимирующего полинома).

Аналогичные соотношения получены для матриц, значение которых учитывает работу всех балок различных ДКЭ (для расчета сетчатых пластин, оболочек, структурных плит) при изгибе, продольной деформации, кручении.

Получены соотношения для вычисления матриц жесткости ДКЭ сетчатых пластинок и оболочек в предположении, что, вследствие неравномерной коррозии различных участков контура сечения, происходит изменение типа формы сечения, сопровождаемое изменением положения (поступательное перемещение и поворот

на угол α_y) главных осей сечения в узле ij . Показано, что при этом возникает необходимость учитывать работу балок при изгибе относительно обеих главных осей («косой изгиб») — изгиб *из плоскости* сетчатой конструкции и *в плоскости* ее. Для ДКЭ сетчатой пластинки (рис. 1) соотношение (31) при этом следует переписать в виде:

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_{ij}]_{\bar{i}} &= \frac{E}{6 \times I_1^3} \times \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \left\{ \hat{J}_{ij}^{y\bar{i}} \times \text{Cos}^2 \alpha_{y\bar{i}}^u + \hat{J}_{(ij)_u}^{y\bar{i}} \times \text{Sin}^2 \alpha_{y\bar{i}}^u \right\} \times \\ &\Rightarrow \times \left\{ 2 \cdot (\bar{\Phi}_{ij}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{ij}^{(4)} + 2 \cdot (\bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)} + \right. \\ &\quad \left. + (\bar{\Phi}_{ij}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)} + (\bar{\Phi}_{i-1,j}^{(4)})^T \cdot \bar{\Phi}_{ij}^{(4)} \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

Далее, в главе 4 предложена методика расчета по МДКЭ СРСС при локальном коррозионном разрушении отдельных балок. Получены соотношения для вычисления матриц жесткости ДКЭ для случая локального коррозионного разрушения. Соотношение (1) для решения данной задачи предложено записать в виде:

$$[K]_{\bar{i}} = ([V]^{-1})^T \times ([M]_0 + [M]_{\text{корр},\bar{i}}) \times [V]^1 \quad (33)$$

Матрица $[M]_0$ учитывает работу некорродирующих балок, и для ее вычисления используется соотношение, аналогичное (3). Матрица $[M]_{\text{корр},\bar{i}}$ учитывает работу корродирующих балок и вычисляется из соотношения, аналогичного (28).

Для расчета сетчатых пластин (оболочек), испытывающих неравномерное одностороннее коррозионное разрушение, предложен дискретный конечный элемент в виде двухслойной сетчатой пластинки (оболочки). Один слой (например, верхний) ДКЭ моделирует работу некорродирующего материала сетчатой конструкции; второй слой моделирует работу корродирующего материала. Данный дискретный элемент имеет сходство с ДКЭ для расчета тонкостенных конструкций, подкрепленных регулярной сеткой ребер. Показано,

что в балках обоих слоев, вследствие наличия между ними эксцентриситета, возникают продольные самоуравновешенные по объему ДКЭ усилия. Получены все соотношения, необходимые для вычисления матрицы жесткости данного ДКЭ (с учетом работы продольных сил).

Воздействие агрессивной среды часто сопровождается неравномерным нагревом (охлаждением) конструкции. В главе 4 разработана методика решения задачи термоупругости сложных регулярных стержневых конструкций. Система разрешающих уравнений МДКЭ (для отдельного дискретного КЭ) при этом приведена к виду:

$$[K]_T^r \times \bar{q}^r = \bar{F}_p^r + \bar{F}_{T^0}^r; \quad (34)$$

Выражение для вычисления вектора узловой эквивалентной нагрузки \bar{F}_p^r (определяемого внешними силами) известно. В диссертационной работе получено выражение для вычисления вектора $\bar{F}_{T^0}^r$, определяемого неравномерным нагревом верхней и нижней поверхности стержневой конструкции

$$\bar{F}_{T^0}^r = ([V]^{-1})^r \times \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \langle [U_{ij}]^r \times [D_{ij}] \times [L] \times [\alpha_{ij}] \times [Y] \times \bar{T}_{ij} \rangle \quad (35)$$

Получены выражения для вычисления всех входящих в последнее соотношение матриц.

В главе 4 также предложен ряд алгоритмов, позволяющих существенно снизить объем вычислительных операций, связанный с необходимостью учитывать изменяющиеся во времени жесткости сечений корродирующих балок.

В главе 5 предложены методики решения задач определения параметров напряженно-деформированного состояния СРСС, подвергающихся воздействию агрессивной среды. В случае, если, в соответствии с принятой моделью коррозионного разрушения, изменение параметров жесткости сечений балок определяется

только характеристиками АС (состав, T^0 , C_{α} ; пример – выражение 6), методика строится на пошаговом приращении времени действия коррозионной среды \tilde{t} :

$$[K(\tilde{t})]_{i_i}^r \times \bar{q}_{i_i}^r = \bar{F}^r, \quad \tilde{t} = \lambda \times \Delta \tilde{t} \quad (\lambda = 0, 1, 2, \dots) \quad (35)$$

Если принятая математическая модель коррозионного разрушения предполагает учет влияния параметров НДС элементов конструкции на величину параметров жесткости их сечений (пример – выражение 7), система уравнений (35) приводится к виду:

$$[K(\tilde{t}_{\lambda}, \bar{q}_{i_{\lambda-1}})]_{i_i}^r \times \bar{q}_{i_i}^r = \bar{F}^r, \quad \tilde{t} = \lambda \times \Delta \tilde{t} \quad (\lambda = 1, 2, \dots) \quad (36)$$

Здесь при получении решения для шага λ нагружения используются данные о напряженно-деформированном состоянии конструкции, полученные на шаге решения $\lambda-1$.

Предложена методика расчета СРСС в случае, когда принятая математическая модель коррозионного разрушения предполагает задание зависимости толщины коррозионного слоя от времени воздействия АС (и определенных параметров) в форме обыкновенного дифференциального уравнения (пример – выражение 8). Методика учитывает необходимость обеспечить не только требуемую точность результата, но и экономичность расчетов. В предположении, что результирующая зависимость $\delta(\tilde{t})$ может быть аппроксимирована достаточно гладкой функцией, для решения (8) на каждом шаге предложено использовать известный, достаточно простой, метод численного интегрирования дифференциальных уравнений – метод Эйлера-Коши.

Предложены методики (на основе МДКЭ) вычисления долговечности СРСС по условиям прочности, жесткости и устойчивости. Методики предполагают при пошаговом приращении времени, по результатам решения, выполнять проверку условий прочности, жесткости и устойчивости конструкций. Исчерпанию долговечности конструкции соответствует прекращение удовлетворения одного из перечисленных условий. Критическую нагрузку, необходимую для проверки условия

устойчивости СРСС, предлагается вычислять энергетическим методом с использованием критерия устойчивости в форме Брайана.

Наконец, для уменьшения объема вычислительных операций при решении задачи о локальном коррозионном разрушении предложена методика на основе конечно-элементного приема «статической конденсации». В соответствии с предложенной методикой, при пошаговом приращении времени выполняется пересчет матриц жесткости *только* ДКЭ, относящихся к корродируемой области конструкции.

В главе 6 приведены результаты решения десяти числовых примеров. Результаты некоторых решений сравниваются с решениями по МКЭ (каждая балка СРСС – отдельный ДКЭ в виде изгибаемого стержня, 6 степеней свободы). Примеры решены с использованием оригинального программного пакета ELEMENT, реализующего расчеты по МДКЭ и модернизированного по результатам данной работы. Контрольные расчеты по МКЭ выполнены с использованием известного конечно-элементного программного комплекса «ЛИРА».

В примере 1 решена задача изгиба корродирующей прямоугольной сетчатой пластинки с шарнирным опиранием контура. Математическая модель коррозионного разрушения (материал коррозионного слоя полностью утрачивает работоспособность) принята в виде выражения $\delta(t) = 0,001 \times \ln(\tilde{t})$.

Решение выполнено с использованием сетки 8×8, 16×16, 32×32 ДКЭ прямоугольной формы. По результатам решения построен график изменения прогиба центральной точки корродирующей сетчатой пластины во времени с использованием сетки 32×32 ДКЭ. Для оценки точности решения по предложенной методике, выполнено решение той же задачи по МКЭ (точное решение). Погрешности полученного по решению МДКЭ: для сетки 8×8 ДКЭ ≈14,82%, для сетки ДКЭ 16×16 ≈2,65%, для сетки 32×32 ДКЭ ≈0,49%.

В примере 2 решена задача изгиба прямоугольной сетчатой пластинки с точечным опиранием по четырем углам. Модель коррозионного разрушения принята

в виде: $\delta_y(t, |\sigma|) = 0,006 \times \left\{ 1 - e^{-0,2t} + 0,09 \times |\sigma(t)_y| \right\}$. Приведен график изменения во времени прогиба центральной точки.

В примере 3 решена задача изгиба прямоугольной корродирующей сетчатой пластинки. Модель коррозионного разрушения включает использование функции сплошности. Приведены графики изменения во времени прогиба центральной точки при использовании различных форм функции сплошности.

В примере 4 решена задача расчета изгиба корродирующей сетчатой пластинки *треугольной формы*. Модель коррозионного разрушения – как в примере 1. Используются 36 ДКЭ прямоугольной и треугольной формы. Выполнено (точное) решение той же задачи по МКЭ. Максимальная погрешность определения перемещений базовых узлов по МКЭ $\approx 4,5\%$.

В примере 5 решена задача изгиба корродирующей сетчатой пластинки с учетом работы крутящих моментов в сечениях балок. Приведены графики изменения во времени прогиба центральной точки корродирующей пластинки и изгибающих моментов в сечениях балок, совпадающих с этой точкой, вычисленные с учетом и без учета кручения. Показан существенный вклад работы крутящих моментов в определение прогиба корродирующей сетчатой пластинки.

В примере 6 решена задача изгиба сетчатой пластинки в условиях *неравномерного нагрева* и действия агрессивной среды, вызывающей как локальное, так и глобальное коррозионное разрушение. Модель глобального коррозионного разрушения принята в виде: $\delta(t) = 0,00011 \times \ln^3(t) + 0,00021 \times \ln^2(t) + 0,00032 \times \ln(t)$.

В примере 7 вычислена долговечность полой сетчатой корродирующей оболочки по условию прочности.

В примере 8 решена задача изгиба сетчатой пластинки с учетом *одностороннего* коррозионного разрушения.

Наконец, в примерах 8 и 9 решена задача изгиба сетчатой пластины с учетом «косого изгиба» балок и задача определения долговечности сетчатой пластинки по условию устойчивости.

Основные результаты и выводы.

- 1). Установлена высокая эффективность метода дискретных конечных элементов в решении задач расчета сложных регулярных стержневых систем с учетом воздействия агрессивной среды.
- 2). Предложены методики вычисления параметров жесткости сечений балок *при изгибе и продольной деформации* с учетом развивающегося во времени процесса коррозионного разрушения как для случая, когда тип формы сечения балки не изменяется с развитием процесса разрушения, так и для случая, когда с течением времени воздействия агрессивной среды (АС) тип формы сечения изменяется.
- 3). Получены соотношения для вычисления изменяющихся с течением времени параметров жесткости (при изгибе и продольной деформации) корродирующих балок как с сечениями элементарной формы (прямоугольник, окружность, эллипс и их комбинации), так и с сечениями самого общего вида.
- 4). Предложены методики вычисления жесткости корродирующих балок при кручении для сечений элементарной формы (окружность, эллипс), для сечений в форме прямоугольника, для сечений общего вида.
- 5). Предложена методика вычисления параметров жесткости (при продольной деформации, изгибе, кручении) корродирующих балок с сечениями в форме тонкостенных профилей (швеллер, двутавр, т.п.).
- 6). Разработаны методики и получены необходимые соотношения для вычисления матриц жесткости дискретных конечных элементов в виде корродирующих (сплошная коррозия) сетчатых пластинок и оболочек, и структурных плит:
 - а) для варианта коррозионного разрушения балок, не сопровождающегося изменением типа формы сечения;
 - б) для варианта разрушения, сопровождающегося изменением типа формы сечения и приводящего к возникновению состояния косоугольного изгиба (только для ДКЭ в форме сетчатых пластинок и оболочек).
 - с) для варианта двухсторонней коррозии балок;

d) для варианта *односторонней* коррозии балок, приводящего к возникновению дополнительных продольных усилий в балках.

- 7). Разработаны методика и получены необходимые соотношения для вычисления матриц жесткости дискретных конечных элементов в форме сетчатых пластинок и оболочек, а также структурных плит, коррозионное разрушение балок (стержней) которых носит локальный характер.
- 8). Разработана методика и получены необходимые соотношения для решения задачи термоупругости сложных регулярных стержневых систем на основе МДКЭ.
- 9). Разработаны методика и предложены алгоритмы решения задач расчета сложных регулярных стержневых систем, находящихся в процессе коррозионного разрушения:
 - a) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения представлена алгебраическим соотношением;
 - b) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения представлена дифференциальным (интегральным) соотношением;
 - c) в случае, когда математическая модель коррозионного разрушения предполагает зависимость скорости коррозионного разрушения от параметров напряженно-деформированного состояния конструкции.
- 0). Предложены методика и получены соотношения для вычисления долговечности регулярной стержневой системы по условиям прочности, жесткости и устойчивости.
- 1). Предложена методика применения конечно-элементного способа «статической конденсации» для уменьшения объема вычислений при решении задачи о локальном коррозионном разрушении стержневых конструкций.
- 2). Решением десяти числовых примеров подтверждены широкие возможности, высокая точность и эффективность предложенных методик расчета сложных регулярных стержневых конструкций, контактирующих с агрессивной средой.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

- 1) Андропова В.А., Андронов В.А. Прогнозирование долговечности сетчатых пластинок и оболочек с учетом влияния агрессивной среды на основе метода дискретных конечных элементов. //Сборник докладов 1-ой международной конференции «Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности металлоконструкций и методы их решения», 28–30 ноября 1995 г., СПбГТУ. – С.Петербург: СПбГТУ, 1995 .С. 13–17 .
- 2) Андропова В.А. Анализ напряженно-деформированного состояния сетчатых пластинок с учетом сплошной коррозии методом дискретных конечных элементов. //Сборник трудов 50-ой международной научно-технической конференции молодых ученых и студентов, 13–16 мая 1996 г., СПбГАСА – С.Петербург: . СПбГАСА, 1996 г. С. 109–114 .
- 3) Андронов В.А., Андропова В.А. Прогнозирование долговечности металлоконструкций, контактирующих с агрессивной средой, методом дискретных конечных элементов. //Сборник трудов 1-ой международной конференции «Информационные технологии в производственных, социальных и экономических процессах «ИНФОТЕХ 96», 28–30 мая 1996 г. – Череповец: ЧГУ, 1996 г. С. 134–150 .
- 4) Андропова В.А., Андронов В.А Анализ напряженно – деформированного состояния сетчатых пластинок и оболочек в условиях локальной коррозии на основе МДКЭ.//Сборник трудов 51-ой международной научно-технической конференции молодых ученых и студентов, 13–16 мая 1996 г., СПбГАСА – С.Петербург: СПбГАСА, 1997 г. С. 54–56 .
- 5) Андронов В.А., Андропова В.А. Расчет сетчатых пластинок и оболочек в условиях сплошной односторонней коррозии с использованием МДКЭ. //Сборник трудов 11-ой военно-научной конференции Череповецкого высшего военно-инженерного училища радиоэлектроники, 14–16 февраля

- 1996 г. Череповецкое высшее военно-инженерное училище радиозлектроники. – Череповец: изд. ЧВВИУРЭ, 1996 г. С. 47–49.
- 6) Андронов В.А., Андропова В.А. Расчет сетчатых пластин и оболочек в условиях локальной коррозии суперэлементным подходом к методу дискретных конечных элементов. //Сборник трудов 12-ой военно-научной конференции Череповецкого высшего военно-инженерного училища радиозлектроники, февраль 1997 г. Череповецкое высшее военно-инженерное училище радиозлектроники. – Череповец: изд. ЧВВИУРЭ, 1997 г. С. 51–56.
- 7) Андронов В.А, Андропова В.А. Решение задачи термоупругости сетчатых пластинок и оболочек методом дискретных конечных элементов. //Тепловые процессы в технологических системах: Сборник научных трудов. Выпуск 2. – Череповец: ЧГУ, 1996 г. С. 130–134.
- 8) Андропова В.А., Андронов В.А. Прогнозирование долговечности сетчатых конструкций в условиях неравномерного нагрева и влияния агрессивной среды методом дискретных конечных элементов. //Тепловые процессы в технологических системах: Сборник научных трудов. Выпуск 2. – Череповец: ЧГУ, 1996 г. С.135–142.
- 9) Андронов В.А., Андропова В.А. Прогнозирование долговечности динамически нагруженных сетчатых пластин и оболочек, работающих в агрессивной среде. //Тезисы докладов 2-й международной научно – технической конференции «Динамика систем, механизмов и машин». – Омск: ОГТУ, 1997. С. 42–45.
- 10) Андронов В.А., Андропова В.А. Прогнозирование долговечности сетчатых конструкций при работе в агрессивной среде с использованием конечно-элементной имитационной модели //Сборник трудов VII Международной научно – технической конференции «Оптические, радиоволновые, тепловые методы и средства контроля природной среды, материалов и промышленных изделий». – Череповец: ЧГУ, 1997. 68–70 с.

- 11) Андропова В.А. Анализ кинетики напряженно-деформированного состояния структурных плит, находящихся под воздействием агрессивной среды. / Сборник научных работ молодых ученых Череповецкого государственного университета. – Череповец: изд. ЧГУ, 1998. С.26-30.

АНДРОНОВА Вера Анатольевна

**АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
СЛОЖНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ,
КОНТАКТИРУЮЩИХ С АГРЕССИВНОЙ СРЕДОЙ, С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ КОНЕЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ.**

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Подписано в печать 14.05 98 г. Объем 1 п.л. Тир. 100 экз.

162600, г. Череповец, Советский пр., 8.

РИО Череповецкого государственного университета.
