

10 000

На правах рукописи
УДК 536.24

ГЕДЖАДЗЕ ИГОРЬ ЮРЬЕВИЧ

**МЕТОДЫ ОПЕРАТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕПЛОВЫХ
РЕЖИМОВ В КОНСТРУКЦИЯХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Специальность: 05.07.11 "ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ
АППАРАТОВ;
05.13.14 "СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И
УПРАВЛЕНИЯ".

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата технических наук

МОСКВА - 1998

Работа выполнена в Московском государственном авиационном институте (техническом университете)

Научный руководитель:

доктор технических наук **Алифанов О.М.**

Официальные оппоненты:

доктор технических наук **Елисеев В.Н.**

доктор технических наук **Красильщиков М.Н.**

Ведущая организация: **ЦНИИМАШ**

Защита состоится "26" ноября 1998г. на заседании Диссертационного Совета ССД 053.04.13 при Московском государственном авиационном институте (техническом университете), Волоколамское шоссе, д.4.

Ваш отзыв в 2х экземплярах, заверенный печатью, просим прислать по адресу: Москва 125871, Волоколамское шоссе, д.4, Московский государственный авиационный институт (технический университет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного авиационного института (технического университета).

Автореферат разослан "27" октября 1998г.

Ученый секретарь Диссертационного
совета ССД 053.04.13,
доктор технических наук



Курмазенко Э.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Прогресс во многих отраслях современной промышленности связан с интенсификацией теплоэнергетических процессов, оптимизацией тепловых режимов изделий, их тепловыми испытаниями. Для многих технических объектов характерно наличие элементов конструкций и агрегатов, работающих в условиях экстремального теплового нагружения, при этом тенденция состоит в дальнейшем ужесточении условий их функционирования при одновременном повышении требований к надежности и ресурсу. В первую очередь сказанное относится к объектам авиационной и ракетно-космической техники. Перспективным направлением в исследовании и отработке теплонагруженных конструкций, а также технологий производства, связанных с реализацией требуемых тепловых процессов, является методология, основанная на решении обратных задач теплообмена (ОЗТО). Причина широкого применения данных методов связана, в частности, с возможностью учета эффектов нестационарности, нелинейности, и пространственного характера теплообменных процессов. Кроме того, данный подход позволяет проводить экспериментальные исследования в условиях, близких к натурным или непосредственно на этапе эксплуатации, во многих случаях является более информативным по сравнению с классическими методами, что позволяет ускорить проведение экспериментальных работ и тем самым уменьшить цикл отработки нового изделия.

Среди множества подобных задач можно выделить подкласс, когда весьма существенную роль играет время решения. Это либо задачи наблюдения параметров теплообмена и тепловых состояний исследуемых объектов, возникающие при необходимости управления с обратной связью, либо задачи их оперативной идентификации в масштабе времени, близком к реальному, или экспресс-анализ. Итак, актуальность рассматриваемой темы определяется широким спектром приложений методологии ОЗТО и существованием совокупности задач, требующих решения в режиме *on-line*, или близком к нему.

Цель исследования. Выполненные в диссертационной работе исследования имеют целью специальную адаптацию методов решения ОЗТО для приложения к задачам наблюдения и экспресс-обработки результатов измерений. В работе рассматривается один подкласс проблем ОЗТО, а именно:

граничные обратные задачи теплопроводности (ОЗТ). Суть этих задач состоит в определении граничного условия или теплового состояния (температурного поля) объекта на основе измерений температуры в заданных точках объекта. Процесс передачи тепла в теле осуществляется посредством теплопроводности.

В работе поставлены и решены следующие основные задачи:

- разработка алгоритма наблюдения в случае, когда модель процесса задается уравнением теплопроводности с постоянными коэффициентами;
- разработка алгоритма наблюдения в случае, когда модель процесса точно задается квазилинейным уравнением теплопроводности;
- разработка алгоритма наблюдения для моделей, приближенно описывающих исследуемый процесс.

Основным методом исследования в данной работе является вычислительный эксперимент. Поскольку классические методы решения ОЗТ уже достаточно хорошо изучены и проверены на множестве реальных экспериментов, основным критерием достоверности будет служить степень совпадения результатов, полученных этими методами и предлагаемым методом.

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

- предложен новый способ организации последовательной процедуры решения граничной ОЗТ, основанный на переходе к гранично-ретроспективной постановке на скользющем (малом) временном интервале, эффективный для существенно нестационарных (несподимых к регулярным режимам) тепловых процессов, характерных для конструкций ЛА;
- предложен быстрый алгоритм решения линейной гранично-ретроспективной ОЗТ с использованием техники сингулярного разложения;
- впервые в практике решения ОЗТ применяется метод оценки точности, построенный на анализе передаточных функций регуляризованного фильтра;
- разработано комплексное правило выбора параметра регуляризации, эффективное в случае построения оценки на базе малой выборки;
- показана актуальность задачи планирования измерительной схемы при решении гранично-ретроспективной ОЗТ и приведены некоторые оптимальные сочетания измерительных схем и параметров фильтра, а также даны рекомендации по конструкции датчиков теплового потока, широко

используемых в практике исследований процессов теплообмена на поверхности и внутри конструкций ЛА;

- обоснована возможность применения регуляризованного метода последовательных приближений для решения нелинейной ОЗТ в ряде важных случаев, актуальных для тепловых режимов ЛА;

- предложен метод построения алгоритмов, устойчивых к ошибкам математического описания, основанный на формулировке расширенной проблемы оптимального управления и разработан экономичный алгоритм решения возникающей при этом двухпараметрической задачи наименьших квадратов.

Практическая ценность работы состоит:

- в возможности экспресс-обработки тепловых измерений с целью оперативной идентификации граничных условий на существующих экспериментальных комплексах при отработке тепловых режимов конструкций ЛА;
- в возможности создания и применения новых измерительных устройств, измерительных технологий и тепловых процессов, в том числе, использующих управление с обратной связью, которые могут найти применение как на экспериментальных стендах, так и непосредственно на ЛА;
- в возможности некоторых упрощений при проведении тепловых экспериментов, которые обусловлены свойствами рассматриваемых алгоритмов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: Международном Астронавтическом Конгрессе (Турин, Италия, октябрь 1997г.); международных научных конференциях "Обратные задачи и идентификация динамических систем" (Санкт-Петербург, август 1994г, Москва-Санкт-Петербург, июль 1998г.).

Отдельные результаты докладывались на научных семинарах: в Московском авиационном институте (руководитель проф. О.М. Алифанов); в Институте вычислительной математики (руководитель проф. Е.Е. Тынтышников); в ВЦ МГУ (руководитель проф В.А. Морозов).

Внедрение результатов работы: Созданные алгоритмы внедрены в МАИ, как составная часть экспериментально-вычислительного комплекса ПАРМ, а также в НПО им. Лавочкина (как алгоритмы экспресс-обработки результатов измерений при тепловакуумных испытаниях космических аппаратов), что подтверждается соответствующими актами внедрения.

Публикации. Основные результаты работы изложены в восьми опубликованных статьях, а также в научно-технических отчетах МАИ, выполненных по заказу РКА.

Объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и содержит 133 стр, включая 32 рис., 1 табл.; список литературы включает 34 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, ее цель, решаемые задачи, основные защищаемые положения, научная новизна и практическая значимость результатов. Приведен обзор возможных приложений и рассматриваются некоторые перспективные устройства, требующие соответствующего математического и алгоритмического обеспечения. Дается также обзор литературных источников.

В первой главе предлагается общий способ организации последовательной процедуры решения граничной ОЗТ, составляющий основу всех рассматриваемых в работе алгоритмов. Суть подхода состоит в следующем.

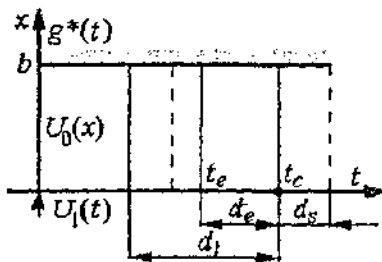


Рис. 1. Схема временных интервалов

Рассмотрим схему задачи на рис. 1.

Пусть t_c — текущий момент времени. Предшествующий t_c интервал, величина которого d_i предположительно мала по сравнению с полным временем наблюдения процес-

са теплопроводности, назовем интервалом оценивания. Распределе-

ние температуры при $t_0 = t_c - d_i$ будем считать неизвестным и определять его совместно с искомым на интервале граничным условием. Выберем на интервале оценивания некоторую точку t_e , и значение граничного условия в этот момент будем считать искомой точечной оценкой, а величину $d_e = t_c - t_e$ назовем запаздыванием оценки относительно текущего момента времени. По мере движения текущего момента по оси времени получается последовательность точечных оценок, которые дискретно воссоздают иско-

мое граничное условие на полном интервале наблюдения процесса. Таким образом, мы приходим к формулировке на скользящем временном интервале гранично-ретроспективной постановки ОЗТ. Очевидно, что подобный подход избавляет от необходимости задания начального распределения температуры, и, как следствие, позволяет:

- произвольно включать и выключать алгоритм наблюдения;
- использовать произвольный шаг сдвига между интервалами оценивания (что допускает различные временные затраты на вычисление текущей оценки - свойство, удобное при решении нелинейных задач, где используются итерационные процедуры с неизвестным заранее числом итераций);
- отбраковывать недостоверные оценки;
- избежать передачи и накопления ошибок.

Далее рассматривается метод решения гранично-ретроспективной ОЗТ на интервале оценивания в случае, когда модель процесса представляет собой уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами. Пусть $\tau = t - (t_c - d_i)$, и, кроме того, τ и x - безразмерные и определяются по формулам типа $\tau' = \tau\lambda / (Cb^2)$, $x' = x/b$. Тогда математическая постановка такой задачи имеет вид

$$T_\tau = T_{xx}, \quad x \in [0, 1], \quad \tau \in [0, d_i], \quad (1)$$

$$T(0, x) = U_0(x), \quad x \in (0, 1), \quad \mu T(\tau, 0) - \nu \lambda T_x(\tau, 0) = U_1(\tau), \quad \tau \in (0, d_i), \quad (2)$$

$$-\lambda T(\tau, 1) = g^*(\tau), \quad \tau \in (0, d_i), \quad (3)$$

$$T(\tau, x_k) + \xi_k(\tau) = f_k^*(\tau), \quad k = \overline{1, N}, \quad \tau \in (0, d_i), \quad (4)$$

где $T(\tau, x)$ - температура, μ, ν - параметры, равные нулю или единице, x_k - координаты расположения датчиков температуры, $\xi_k(\tau)$ - погрешность измерения датчиков, $k = \overline{1, N}$ - номер датчика, λ и C - коэффициенты теплопроводности и теплоемкости. Необходимо определить вектор-функцию $U = \{U_0(x), U_1(\tau)\}$, используя данные измерений $f_k^*(\tau)$ и $g^*(\tau)$.

Единственность решения подобной задачи в случае, когда на границе $x = b$ заданы условия Коши, следует из теоремы Е.М.Ландиса. Поскольку задача (1)-(4) является некорректной, решение рассматриваемой ОЗТ будем определять из условия минимума функционала А.Н.Тихонова:

$$J_{\alpha} = \sum_{k=1}^N \int_0^{d_k} (T(\tau, x_k) - f_k^*(\tau))^2 d\tau + \alpha^2 \left\{ \|U_0(x)\|_{W_2^2}^2 + \|U_1(\tau)\|_{W_2^2}^2 \right\}. \quad (5)$$

Приведем задачу к конечномерной форме. Для этого аппроксимируем искомые зависимости в виде

$$U_0(x) = \sum_{j=1}^{n_1} \beta_j \phi_j(x), \quad x \in (0, 1), \quad U_1(\tau) = \sum_{j=1}^{n_2} \gamma_j \psi_j(\tau), \quad \tau \in (0, d_1) \quad (6)$$

и возьмем на интервале оценивания m равноотстоящих отсчетов данных. В этом случае конечномерный аналог функционала (5) будет иметь вид

$$J_{\alpha} = \|A\bar{p} - \bar{z}\|_{R^M}^2 + \alpha^2 \|F\bar{p}\|_{R^n}^2, \quad \bar{p} = \{\bar{\beta}, \bar{\gamma}\}, \quad M = mn, \quad n = n_1 + n_2. \quad (7)$$

Если использовать сингулярное разложение матрицы $AF^{-1} = USV^T$, где U , V - ортогональные матрицы, а $S = \text{diag}\{s_i\}$ - диагональная матрица, элементы которой s_i - суть сингулярные числа, решение, минимизирующее (7), может быть представлено в виде:

$$\hat{\bar{p}} = B(\alpha)\bar{z} = V^* S_{\alpha} \bar{g}_1, \quad (8)$$

где \bar{g}_1 - первые n элементов вектора M - мерного вектора \bar{g} :

$$\bar{g} = U^T \bar{z}, \quad S_{\alpha} = \text{diag}\{s_{\alpha i} = s_i / (s_i^2 + \alpha)\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad V^* = F^{-1}V, \quad (9)$$

а невязка задачи (7) определяется по формуле

$$\omega(\alpha) = \|A\hat{\bar{p}} - \bar{z}\|_{R^M}^2 = \sum_{i=1}^n g_i^2 \alpha^2 / (\alpha + s_i^2)^2 + \sum_{i=n+1}^M g_i^2. \quad (10)$$

Если интервал оценивания d_1 и координаты установки датчиков x_k не изменяются, матрицы A и F , и, следовательно, V^* , U , s_i могут быть вычислены заранее. Тогда для получения оценки требуется порядка $(M+n+1) \times n$ элементарных вычислительных операций (типа сложение + умножение), где l - число итераций при поиске нужного значения α .

Далее в первой главе рассматривается проблема выбора параметра регуляризации. Специфика состоит в том, что, во-первых, оценка получается на базе выборки малого объема, и, во-вторых, норма наблюдаемого тренда в сравнении с нормой шума также уменьшается при уменьшении величины интервала оценивания. Это создает определенные проблемы при применении широко используемого в практике решения ОЗТ критерия невязки В.А. Морозова. Поэтому, предложено ограничивать область возмож-

ного изменения параметра α , исходя из соображений достижения гарантированной точности решения. С указанной целью представим нашу задачу в виде линейной системы, показанной на рис.2.

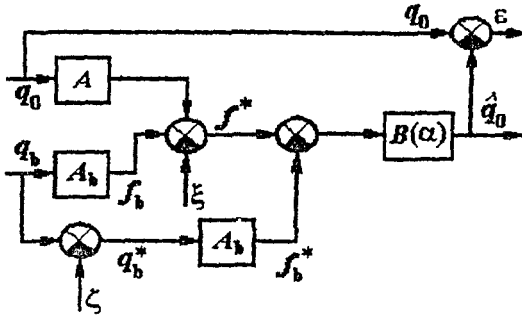


Рис. 2. Блок-схема системы оценивания

Пусть, в дальнейшем, $q_0(t)$, $q_b(t)$ - граничные условия в точках $x=0$ и $x=b$, A , A_b - операторы, преобразующие соответственно $q_0(t)$, $q_b(t)$ в $T(x,t)$, $f^*(t)$ - результаты измерений температуры, $\xi(t)$ - погрешность измерений, $q_b^*(t)$ - оценка граничного условия в точке $x=b$, $\zeta(t)$ - погрешность этой оценки, $B(\alpha)$ - некоторый алгоритм решения ОЗТ, $\hat{q}_0(t)$ - оценка искомого граничного условия, $\epsilon(t)$ - ошибка оценивания. Рассмотрим линейные операторы: $\epsilon(\alpha) = H_1(\alpha)q_0$, $\epsilon(\alpha) = H_2(\alpha)\xi$, $\epsilon(\alpha) = H_3(\alpha)\zeta$. Пусть $q_b = 0$ и $\zeta = 0$. Подавая на входы q_0 и ξ единичный сигнал, для параметров, определяющих конкретный вид оператора $B(\alpha)$, получим передаточные функции $H_1(\omega, \alpha)$, $H_2(\omega, \alpha)$ (рис.3(а,б)), $H_3(\omega, \alpha)$. Предположим, что спектральная плотность входного сигнала u одинакова и отлична от нуля только на интервале $[0,1)$ Гц, а спектральная плотность шумов одинакова на всех частотах. С учетом этого вычислим коэффициенты усиления:

$$K_1(\alpha) = \int_0^{1/\omega_0} H_1(\omega, \alpha) d\omega, \quad K_2(\alpha) = \int_0^{0.5} H_2(\omega, \alpha) d\omega, \quad (11)$$

В этом случае можно записать выражение для относительной ошибки

$$\tilde{\epsilon}(\alpha) = \sqrt{K_1^2(\alpha) + K_2^2(\alpha)k_1^2\sigma^2}, \quad (12)$$

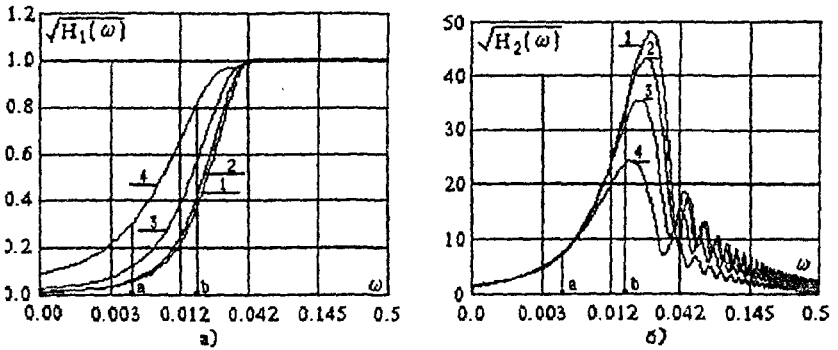


Рис. 3. Передаточные функции системы оценивания

где k_1 – коэффициент, учитывающий среднее по времени соотношение между искомым граничным условием и максимальной измеряемой температурой, а $\tilde{\sigma}$ – коэффициент, задающий погрешность измерений в процентах от этой температуры. Положим, к примеру, $k_1 = 0.5$, $\tilde{\sigma} = 5\%$. Функции $\tilde{\epsilon}(\alpha)$ для различных значений запаздывания приведены на рис. 4 (оценивается тепловой поток). Видно, что $\tilde{\epsilon}(\alpha)$ имеет область минимальных значений, причем для некоторых d_e существует область изменения α , для которых

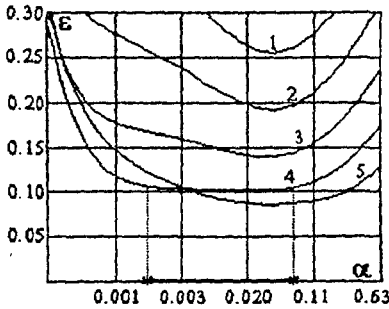


Рис. 4. Относительная ошибка оценивания

величина относительной ошибки примерно одинакова. Зададим приемлемый уровень ошибки оценивания ϵ_{max} , и выделим область изменения параметра α , для которой $\tilde{\epsilon} \leq \epsilon_{max}$. Будем называть эту область интервалом гарантированного оценивания и обозначим Ξ_e . Пусть Ξ_α – интервал изменения параметра α , на котором

статистика

$$r_w(\alpha) = \bar{e}^T(\alpha) (V_z E^T(\alpha))^{-1} \bar{e}(\alpha), \quad M[r_w(\alpha)] = mN \quad (13)$$

принадлежит доверительному интервалу

$$\Theta_{mN}(\gamma) = \left[\chi_{\gamma/2}^2(mN), \chi_{1-\gamma/2}^2(mN) \right]. \quad (14)$$

Здесь $\bar{v}(\alpha)$ - вектор невязки, $E(\alpha) = I - AB(\alpha)$, V_{ξ} - ковариационная матрица шума измерений. Интервал Ξ_{Θ} задает множество статистически непротиворечивых решений. Таким образом, можно сформулировать следующее правило выбора параметра регуляризации α :

$$\forall \alpha \in \Xi = \Xi_{\Theta} \cap \Xi_{\varepsilon}. \quad (15)$$

Если Ξ - пустое множество, то возможность решения задачи по имеющейся информации на данном временном шаге отвергается. Среднее значение $\bar{\varepsilon}(\alpha)$ на интервале Ξ_{ε} , а также величина Ξ_{ε} могут служить критерием оптимальности при выборе величин интервала оценивания d_t , запаздывания d_e , и числа отсчетов m .

Во второй главе рассматриваются вопросы построения практически реализуемых измерительных схем и их оптимизации с учетом особенностей тепловых режимов ЛА. Одна из проблем, возникающих при переходе к гранично-ретроспективной постановке, состоит в необходимости задания на поверхности $x = b$ условий Коши для обеспечения единственности решения задачи. На первый взгляд может показаться, что это в значительной степени ограничивает возможности применения рассматриваемого подхода на практике. В действительности, существуют измерительные схемы, когда нарушения данного требования вполне допустимы и не приводят к существенным ошибкам при решении. Таким образом возникает задача оптимального планирования измерительной схемы датчика.

Воспользуемся методом оценки точности решения, основанном на анализе передаточных функций системы оценивания, изображенной на рис. 2, и рассмотрим оператор $\varepsilon(\alpha) = H_3(\alpha)\zeta$, связывающий ошибку оценивания с погрешностью ζ задания известного граничного условия $q_b(t)$, и соответствующую передаточную функцию. Предположим также, что спектральная плотность шума ζ одинакова на всех частотах (белый шум) и вычислим коэффициент усиления $K_3(\alpha)$ по формуле (11). В этом случае по аналогии с (12) можно записать выражение для относительной ошибки оценивания

$$\bar{\varepsilon}(\alpha) = \sqrt{K_1^2(\alpha) + K_2^2(\alpha)k_1^2\tilde{\sigma}_1^2 + K_3^2(\alpha)k_2^2\tilde{\sigma}_2^2}, \quad (16)$$

где k_2 - коэффициент, учитывающий среднее по времени соотношение

между $q_0(t)$ и $q_b(t)$, $\bar{\sigma}_2$ - коэффициент, определяющий относительную погрешность задания $q_b(t)$.

Исследуем теперь влияние нарушения условий Коши на ошибку оценивания. На рис. 5 приведены схемы датчиков теплового потока, в которых предполагается одномерность переноса тепла в их чувствительных элементах (ЧЭ). Подобные ЧЭ часто используются при исследовании процессов теплообмена в конструкциях ЛА на различных этапах обработки.

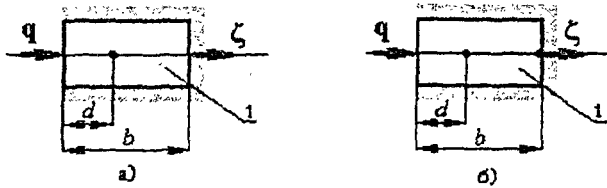


Рис. 5. Схемы датчиков тепловых потоков. 1 - чувствительный элемент.

Рассмотрим следующие варианты:

- 1) температура на границе $x = b$ не задается (рис. 5а);
- 2) тепловой поток на границе $x = b$ задается с погрешностью ζ (рис. 5б), в том числе может быть $\zeta = q_b^*$, т.е. задание потока может быть фиктивным.

Как показывают расчеты в первом случае, поведение коэффициентов усиления при уменьшении координаты d в области $0.5 \leq d < 1$ соответствует ожидаемой логике и ошибка $\bar{\epsilon}(\alpha) \ll 1$. Однако, при дальнейшем уменьшении d передаточные функции $H_1(\omega, \alpha)$ содержат резонансные пики и при наличии подобных частот в сигнале q_0 ошибка $\bar{\epsilon}(\alpha) \rightarrow 1$. Следовательно, нарушение такого рода допустимо, если $d > 0.5$. Во втором случае условия Коши формально выполнены всегда, поэтому вопрос состоит только в том, с каким коэффициентом усиления погрешность ζ переходит в $\bar{\epsilon}(\alpha)$.

Если для обработки результатов измерений используется алгоритм, основанный на решении граничной ОЗТ, теоретически оптимальной является такая измерительная схема, когда обе термодпары располагаются на границах, т.е. $d_1 = 0$, $d_2 = b$. При решении гранично-ретроспективной ОЗТ ситуация более сложная. Первая причина состоит в наличии входа ζ , и, следовательно, еще одной составляющей ошибки оценивания, причем

коэффициент усиления $K_3(\alpha)$ имеет ярко выраженный минимум в точке $d \cong 0.3$ (рис.6а). К примеру, если $q_b(t) \approx q(t)$, а при решении задачи предполагается, что $q_b(t) \equiv 0$, то это приведет к ошибке порядка 2% в случае, если $d \cong 0.3$, и ошибке порядка 6%, если $d \cong 0.2$. Вторым нюансом состоит в том, что коэффициент $K_2(\alpha)$ также начинает возрастать в области $d < 0.2$ (рис.6б). Следовательно, в отличие от случая решения граничной ОЗТ, приближение датчика к поверхности $x = 0$ на расстояние, меньшее $d \cong 0.3$, требует учета параметров погрешностей.

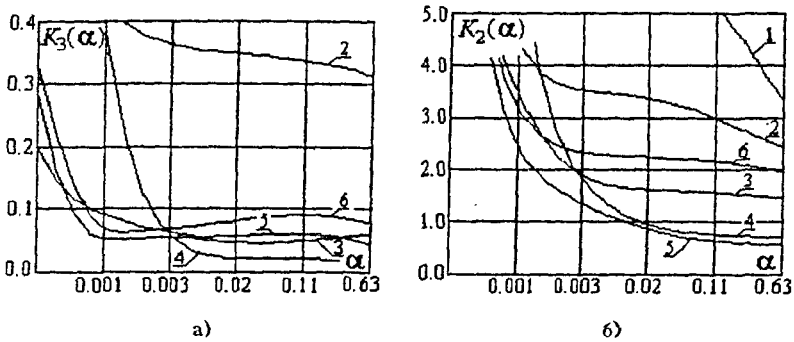


Рис. 6. Коэффициенты усиления $K_3(\alpha)$, $K_2(\alpha)$ для значений координаты из списка $d \in \{1.0, 0.7, 0.5, 0.3, 0.2, 0.1\}$; параметры алгоритма: $d_t = 0.32$, $d_e = d_t/2$, $m = 32$.

Некоторые результаты расчетов относительной ошибки оценивания $\bar{\epsilon}(\alpha)$ приведены на рис. 7(а,б), в предположении, что $\bar{\sigma}_1 = 5\%$, $k_1 = 0.5$.

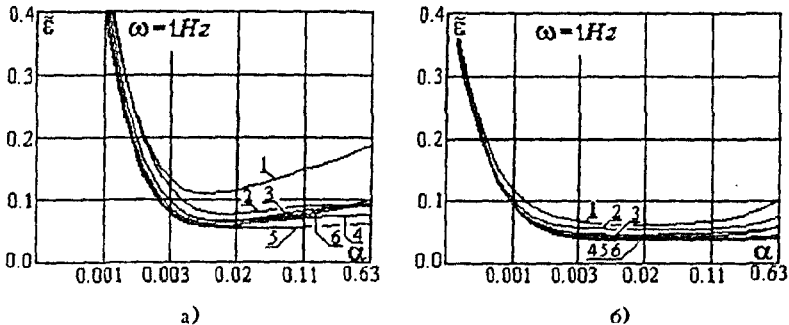


Рис. 7. Относительная ошибка оценивания для значений запаздывания из списка $d_e \in \{1/8, 2/8, 3/8, 4/8, 5/8, 6/8\}$; параметры измерительной схемы и алгоритма: а) - $d \cong 0.3$, $d_t = 0.24$, $d_e = 3/8d_t$; б) - $d \cong 0.2$, $d_t = 0.16$, $d_e = 3/8d_t$; $m = 32$.

Если $q_b(t) \approx q(t)$, а при решении задачи предполагается, что $q_b(t) \equiv 0$, т.е. относительная точность задания $q_b(t)$ составляет 100%, оптимальной в смысле точности является схема, когда $d \approx 0.3$, $d_f = 0.24$, $d_e \geq 3/8d_f$ (рис.7(а)). Если точность задания $q_b(t)$ составляет 20–30%, оптимальной является уже такая схема, где $d = 0.2$, $d_f = 0.16$, $d_e \geq 3/8d_f$ (рис.7(б)). Можно видеть, что если $\omega \leq 1$ Гц, величина $\bar{\epsilon}$ не должна превосходить 5–6% в рабочей области изменения α . Допустим, что ЧЭ изготовлен из меди. При температуре 1000°С температуропроводность меди составляет $a = 90 \times 10^6$. Выберем $b = 5$ мм, тогда коэффициент пропорциональности $\rho = 0.28$. Следовательно, для параметров последней схемы в реальном времени получим: $\bar{\omega} = 3.6$ Гц, $\bar{d}_f = 0.045$ сек, $\bar{d}_e \geq 0.016$ сек, $\bar{\omega}_0 = 1400$ Гц.

Далее исследуется влияние на точность решения задачи тепловых потоков через боковую поверхность. На элемент боковой поверхности δ цилиндрического ЧЭ радиуса r , расположенный на расстоянии x_δ от тепловоспринимающей поверхности $x = 0$, подается тепловой поток $q_r = 1.0$, действующий в течении интервала времени δ , (рис.8). Остальная поверхность ЧЭ при этом предполагается теплоизолированной. Импульс теплового потока порождает функции отклика в точках измерения температуры, расположенных на вертикальной оси цилиндра, а эти функции, в свою очередь, служат в качестве исходных данных для алгоритма $B(\alpha)$ решения одномерной ОЗТ. Результат решения есть ошибка $\epsilon_i(t)$ определяющая теплового потока $q(t)$, вызванная действием этого импульса.

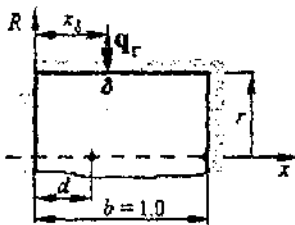


Рис.8. Цилиндрический ЧЭ

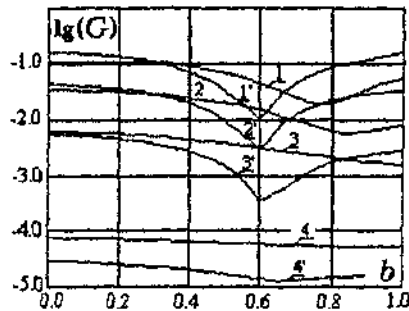


Рис.9. Функция влияния $G(x)$

Будем характеризовать эту ошибку величиной $G_j = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_i^2(t) dt$. Изменяя величину x_0 от нуля до единицы с шагом δ , получим набор функций $\{\epsilon_i(t)\}$ и функцию $G(x)$. Вычисления производились для различных значений r/b и d . На рис.9 рассматривается поведение функций $G(x)$ в зависимости от соотношения r/b из списка $\{1/4, 1/2, 1, 2\}$. Кривые без штриха соответствуют случаю, когда $d = 0.3$, $d_t = 0.24$, а кривые со штрихом - $d = 0.2$, $d_t = 0.16$. Предполагается, что $d_e = d_t/2$, $\alpha = 0.02$.

На основании результатов моделирования можно сделать следующие выводы. Во-первых, с уменьшением r/b влияние потоков через боковую поверхность на результаты оценивания возрастает. Во-вторых, на боковой поверхности имеется сечение, в котором влияние потоков q_r является минимальным. В-третьих, положение этого сечения изменяется в зависимости от координаты датчика d и величины r/b . Например, для измерительной схемы, где $d = 0.2$, данная точка соответствует $x \approx 0.6$ для любых r/b , а для схемы, где $d = 0.3$ приближается к поверхности $x = 1$ по мере возрастания r/b . Наличие сечения малой чувствительности весьма удобно использовать при конструировании датчика. Очевидно, что ЧЭ должен быть закреплен в корпусе датчика, и по крайней мере в одном сечении цилиндра должен быть обеспечен силовой контакт с конструкцией, а также обеспечиваться необходимая герметичность. В остальных сечениях может оставаться очень малый зазор, который служит неплохой теплоизоляцией.

В третьей главе рассматривается следующая гранично-ретроспективная постановка нелинейной ОЗТ:

$$C(T)T_x - (\lambda(T)T_x)_x = 0, \quad x \in [0, b], \quad \tau \in [0, d_t], \quad (17)$$

$$T(0, x) = U_0(x), \quad T(\tau, 0) = U_1(\tau), \quad x \in (0, b), \quad \tau \in (0, d_t), \quad (18)$$

$$\lambda(T(\tau, b))T_x(\tau, b) = g^*(\tau), \quad \tau \in (0, d_t), \quad (19)$$

$$T(\tau, x_k) + \xi_k(\tau) = f_k^*(\tau), \quad k = \overline{1, N}, \quad \tau \in (0, d_t), \quad (20)$$

где $\lambda(T)$ и $C(T)$ - соответственно, зависящие от температуры коэффициенты теплопроводности и теплоемкости. Необходимо определить вектор-

функцию $U = \{U_0(x), U_1(\tau)\}$, используя данные измерений $f_k^*(\tau)$ и $g^*(\tau)$. Такая постановка задачи, во многих случаях, оказывается вполне приемлемой при обработке данных температурных измерений в элементах конструкций ЛА и при проведении модельных экспериментов на тепловых газодинамических стендах и установках с лучистым нагревом.

В результате ряда преобразований и перехода к безразмерным переменным (с сохранением предыдущих обозначений), исходная задача (17)-(20) может быть представлена в виде

$$R_\tau - R_{xx} = -(\rho\tilde{C}(R) - 1)R_\tau, \quad x \in [0, 1], \quad \tau \in [0, d_t], \quad (21)$$

$$R(0, x) = R_0(x), \quad R(\tau, 0) = R_1(\tau), \quad x \in (0, 1), \quad \tau \in (0, d_t), \quad (22)$$

$$R_x(\tau, 1) = \tilde{g}^*(\tau), \quad \tau \in (0, d_t), \quad (23)$$

$$R_k^*(\tau) = R(\tau, x_k) + \zeta_k(\tau), \quad (24)$$

где $R(\tau, x_k) = 1 + vP(T(\tau, x_k))$, $P(T) = \int_0^T \lambda(T) dT$, $\zeta_k(\tau) \equiv v\lambda(f_k^*(\tau))\xi_k(\tau)$

$\tilde{C}(R) = C(R)/\lambda(R)$, v , ρ - некоторые константы. Необходимо определить вектор-функцию $\tilde{R} = \{R_0(x), R_1(\tau)\}$, используя измерения $R_k^*(\tau)$ и $\tilde{g}^*(\tau)$.

Используем для решения нелинейной ОЗТ (21)-(24) следующий итерационный процесс:

а) задается l -е приближение краевых условий $R_0^l(x)$ и $R_1^l(\tau)$;

б) решается нелинейная прямая задача теплопроводности

$$R_\tau^l - R_{xx}^l = -(\rho\tilde{C}(R^l) - 1)R_\tau^l,$$

$$R^l(0, x) = R_0^l(x), \quad R^l(\tau, 0) = R_1^l(\tau), \quad R_x^l(\tau, 1) = \tilde{g}^*(\tau),$$

т.е. по заданным краевым условиям определяется поле $R^l(\tau, x)$;

с) вычисляется невязка

$$J_1(\alpha) = \sum_{k=1}^N \int_0^{d_t} (R^l(\tau, x_k) - R_k^*(\tau))^2 d\tau$$

и в зависимости от значения $J_1(\alpha)$ принимается решение о прекращении или продолжении итераций;

с) решается линейная обратная задача теплопроводности, аппроксимирующая нелинейную (21)-(24)

$$R_\tau - R_{xx} = -\left(\rho \tilde{C}(R^l) - 1\right) R_\tau^l$$

$$R(0, x) = R_0^{l+1}(x), \quad R(\tau, 0) = R_1^{l+1}(\tau),$$

$$R_\tau(\tau, l) = \tilde{g}^*(\tau), \quad R(\tau, x_k) = R_k^*(\tau), \quad k = \overline{1, N}, \quad \tau \in (0, d_l).$$

Решение данной задачи осуществляется в смысле оптимального управления, т.е. требуется найти вектор-функцию $\tilde{R} = \{R_0^{l+1}(x), R_1^{l+1}(\tau)\}$ минимизирующую функционал Тихонова

$$J(\alpha) = \sum_{k=1}^N \int_0^{d_l} \left(R^{l+1}(\tau, x_k) - R_k^*(\tau) \right)^2 d\tau + \alpha^2 \left\{ \|R_0^{l+1}(x)\|_{W_2^2}^2 + \|R_1^{l+1}(\tau)\|_{W_2^2}^2 \right\}.$$

д) осуществляется возврат к б).

Процесс а)-д) представляет собой метод последовательных приближений, где каждой итерации необходимо решить линейную ОЗТ, а метод решения линейной задачи рассматривается в 1-й главе. Такой подход позволяет отказаться от использования градиентных методов, требующих для вычисления градиента функционала невязки решения сопряженных уравнений и заметно упростить алгоритм решения.

Далее в 3-й главе проводится анализ сходимости метода последовательных приближений, приводятся оценки точности, а также рассматриваются следующие важные вопросы практической реализации метода:

- метод выбора опорной линейной задачи, наилучшим образом аппроксимирующей исходную нелинейную (выбор параметра ρ);
- способ выбора параметра регуляризации α при решении опорной линейной ОЗТ на текущей итерации;
- правило останова итерационного процесса;
- способ экономичного расчета температурного поля и невязки.

Кроме того, в третьей главе приводятся некоторые результаты моделирования, а также восстановления тепловых потоков по результатам реальных измерений, полученных в ходе теплового эксперимента. Для решения использовались данные некоторых тепловых экспериментов проведенных ранее сотрудниками Теплового отдела кафедры 601 МАИ при отработке

методологии решения ОЗТ. В частности, речь идет об испытаниях неохлаждаемых датчиков теплового потока в соплах ЖРД, и плазмотрона на установке ТС-1. Степень совпадения результатов восстановления тепловых потоков, полученных с использованием предлагаемого подхода и градиентных методов, работающих по полной выборке, следует признать вполне удовлетворительной.

В четвертой главе рассматривается способ построения алгоритмов, устойчивых к погрешности описания модели. В частности, способ применяется для линеаризации нелинейной задачи и построения приближенного безитерационного метода решения нелинейной ОЗТ. В целом, использование подобных алгоритмов позволяет упростить условия постановки тепловых экспериментов, и, тем самым, расширить возможности проведения исследований при летных испытаниях или на этапе эксплуатации ЛА без существенной конструктивной доработки.

Обозначим $Q(\tau, x) = (\rho \bar{C}(R) - 1)R$, и перепишем (21) в виде

$$R_{\tau} - R_{xx} = -Q(\tau, x). \quad (25)$$

Добавляя уравнения (22)-(24), получим новую формулировку ОЗТ, где необходимо определить вектор-функцию $\{R_0(x), R_1(\tau), Q(\tau, x)\}$, используя измерения $R_k^*(\tau)$ и $\bar{g}^*(\tau)$. Таким образом, за счет увеличения степени неопределенности исходная обратная задача для квазилинейного уравнения теплопроводности переформулирована в задачу для однородного линейного уравнения теплопроводности с дополнительной неизвестной величиной - распределенным источником. Идея подобной линеаризации восходит к некоторым работам в области калмановской фильтрации (И.А. Богуславский), где аналогичный прием используется для линеаризации уравнений объекта и наблюдения в приложении к динамической системе в пространстве состояний. Следуя терминологии этих работ, будем называть $Q(\tau, x)$ неопределенной возмущающей функцией.

Поскольку исходная задача является некорректной, она должна решаться с использованием дополнительных условий. Если воспользоваться методом регуляризации Тихонова и наложить на искомые функции некото-

рые априорные ограничения, можно получить множество квазирешений, в той или иной степени близких к искомому, и, далее, на этом множестве выбрать наилучшее в смысле заданного критерия. Поэтому поставим для задачи (25), (21)-(24) следующую задачу оптимального управления: необходимо найти вектор-функцию $\{R_0(x), R_1(\tau), Q(\tau, x)\}$, минимизирующую функционал Тихонова:

$$J(\alpha, \theta) = \sum_{i=1}^{N d_i} \int \left(R(\tau, x_k) - R_k^*(\tau) \right)^2 d\tau + \alpha^2 \left\{ \|R_0(x)\|_{W_2^2}^2 + \|R_1(\tau)\|_{F_2^2}^2 + \theta^2 \|Q(\tau, x)\|_{L_2}^2 \right\}. \quad (26)$$

При фиксированных значениях параметров α и θ существует единственное решение задачи, минимизирующее (26).

Аппроксимируем неопределенную возмущающую функцию в виде

$$Q(\tau, x) = \sum_{j=1}^{n_3} \eta_j \phi_j(\tau, x), \quad (27)$$

а также проведем дискретизацию по времени. С учетом аппроксимации (7), конечномерный аналог функционала (26) может быть записан в виде

$$J(\alpha, \theta) = \|A\hat{p} + B\hat{\eta} - \bar{z}\|_{R^{mN}}^2 + \alpha^2 \left(\|F\hat{p}\|_{R^{n_1+n_2}}^2 + \theta^2 \|F_3\hat{\eta}\|_{R^{n_3}}^2 \right), \quad (28)$$

где $i = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, N}$, $\hat{p}^{[n_1+n_2]} = [\bar{\beta}, \bar{\gamma}]^T$, $z_{i \times k} = R_k^*(\tau_i)$.

Составим для задачи (28) систему нормальных уравнений

$$\begin{bmatrix} A^T A + \alpha^2 F^T F & A^T B \\ B^T A & B^T B + (\alpha\theta)^2 F_3^T F_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T \bar{z} \\ B^T \bar{z} \end{bmatrix}.$$

и запишем уравнение для определения компоненты решения \bar{p} :

$$\Lambda \hat{p} = A^T \bar{z} - A^T B \left(B^T B + (\alpha\theta)^2 F_3^T F_3 \right)^{-1} B^T \bar{z}, \quad (29)$$

где матрица Λ (дополнение Шура) равна

$$\Lambda = A^T A + \alpha^2 F^T F - A^T B \left(B^T B + (\alpha\theta)^2 F_3^T F_3 \right)^{-1} B^T A. \quad (30)$$

Пусть $B F_3^{-1} = U_B S_B V_B^T$ есть сингулярное разложение матрицы $B F_3^{-1}$, где U_B , V_B - ортогональные матрицы, а $S_B = \text{diag}\{s_B\}$. С учетом этого выражение (29) принимает вид

$$\Lambda \hat{\bar{p}} = \left(A^T U_B \bar{R}^2 U_B^T A + \alpha^2 F_1^T F \right) \hat{\bar{p}} = A^T U_B \bar{R}^2 U_B^T \bar{z}, \quad (31)$$

где

$$\bar{R} = \text{diag}\{R_i\}, \quad R_i = \begin{cases} (\alpha\theta) / \sqrt{(\alpha\theta)^2 + s_B^2}, & i \leq n3 \\ 1, & \text{Mn} \geq i > n3 \end{cases}. \quad (32)$$

Теперь выведем выражение для ошибки оценивания. Обозначим $\bar{\epsilon} = \hat{\bar{p}} - \bar{p}$. С учетом аппроксимации (7), (27) получим

$$\bar{\epsilon} = A\bar{p} + B\bar{\eta} + \bar{\zeta} + \bar{\zeta}_a. \quad (33)$$

Здесь ζ_a ошибка, возникающая в результате усечения рядов. Будем полагать, что $\zeta_a \ll \zeta$. Подставим (33) в (31). Тогда можно записать выражение для ошибки

$$\left(A^T U_B \bar{R}^2 U_B^T A + \alpha^2 F_1^T F \right) \bar{\epsilon} = \alpha^2 F_1^T F_1 \bar{p} + A^T U_B \bar{R}^2 U_B^T B \bar{\eta} + A^T U_B \bar{R}^2 U_B^T \bar{\zeta}. \quad (34)$$

Далее нам следует убедиться в том, что существуют такие значения параметров, при которых ошибка $\bar{\epsilon}$ имеет приемлемую величину. Можно видеть, что $\bar{\epsilon}$ состоит из трех компонент: смещения $\bar{\epsilon}_p$, случайной ошибки $\bar{\epsilon}_\zeta$, и ошибки $\bar{\epsilon}_\eta$, порожденной неопределенным возмущающим вектором $\bar{\eta}$. Выпишем выражение для ошибки $\bar{\epsilon}_\eta$:

$$\Lambda \bar{\epsilon}_\eta = A^T \left(U_B \bar{R}^2 U_B^T B \right) \bar{\eta}. \quad (35)$$

Можно показать, что

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \left\| U_B \bar{R}^2 U_B^T B \right\|_E = 0, \quad \partial \left\| U_B \bar{R}^2 U_B^T B \right\|_E / \partial \theta = v_1 < 0, \quad \partial \|\Lambda\|_E / \partial \theta = v_2 > 0, \\ \lim_{\theta \rightarrow 0} \left\| U_B \bar{R}^2 U_B^T B \right\|_E = mN - n3, \quad \partial \left\| U_B \bar{R}^2 U_B^T B \right\|_E / \partial \theta = v_3 \leq 0, \quad |v_1| > |v_2|.$$

Следовательно, по мере уменьшения весового параметра θ норма правой части задачи (35) монотонно уменьшается, асимптотически стремясь к нулю, причем быстрее, чем возрастает норма Λ^{-1} , т.е. происходит подавление неопределенного возмущающего вектора $\bar{\eta}$. Платой за это является увеличение смещения $\bar{\epsilon}_p$, величина которого зависит от θ только через Λ^{-1} , а поведение случайной ошибки $\bar{\epsilon}_\zeta$ определяется взаимодействием двух противоположных тенденций.

Проведем численный анализ для ретроспективной ОЗТ, где неизвестным является только начальное условие $R_0(x)$. Выберем в качестве базиса собственные функции оператора R_{xx} :

$$R_0(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^n p_k \cos(\pi k x) \quad (36)$$

Предположим, что интервал d_t мал, и неопределенная возмущающая функция зависит в основном от координаты, т.е. $Q(\tau, x) \approx Q(x)$. Тогда аппроксимируем $Q(x)$ в том же базисе, т.е.

$$Q(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{n3} \eta_k \cos(\pi k x). \quad (37)$$

Для более наглядного представления результатов будем рассматривать не $\bar{\varepsilon}_p$, $\bar{\varepsilon}_\eta$ и $\bar{\varepsilon}_p$, которые являются векторами, а интегральные коэффициенты K_{1j} , K_{2j} , K_3 , связанные с $\bar{\varepsilon}_p$, $\bar{\varepsilon}_\eta$ и $\bar{\varepsilon}_p$ следующими соотношениями:

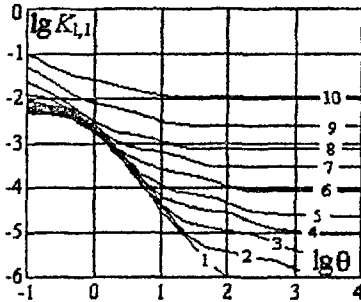
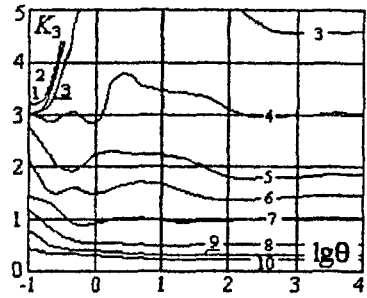
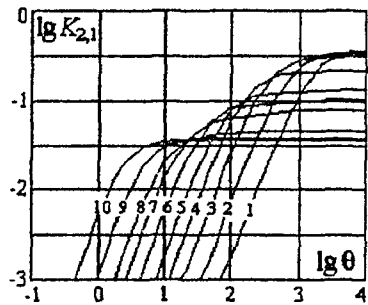
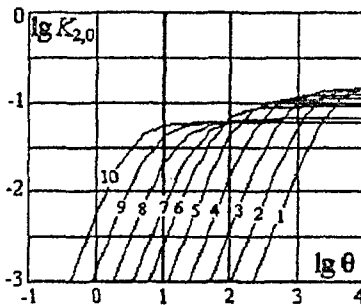
$$\sqrt{2} \int_0^1 \left| \sum_{k=0}^n \varepsilon_{p,k} \cos(\pi k x) \right| dx = K_{1j} |p_j|, \quad \sqrt{2} \int_0^1 \left| \sum_{k=0}^n \varepsilon_{\eta,k} \cos(\pi k x) \right| dx = K_{2j} |\eta_j|,$$

$$\sqrt{2} \int_0^1 \left\| \sum_{k=1}^n \varepsilon_{\zeta,k} \cos(\pi k x) \right\|_E dx = K_3 \sigma,$$

где $\sigma^2 = M[\bar{\zeta}^T \bar{\zeta}]$. Результаты расчета коэффициентов $\lg K_{1j}$, $\lg K_{2j}$, K_3 в зависимости от $\lg \theta$ для различных значений параметра регуляризации α приведены на рис. 10-12. Кривой с номером j соответствует значение $\lg \alpha = -4.0 + (j-1)/3$. Предполагается, что наблюдения производятся в трех точках с координатами $x_k = \{0.2, 0.6, 1.0\}$, интервал оценивания $d_t = 0.08$, число наблюдений на интервале $m = 24$, порядок аппроксимации $n = 8$.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть искомое начальное распределение содержит только одну компоненту разложения (36) с номером $k = 1$. Предположим, что $\alpha = 0.01$. Этому случаю на графиках соответствуют кривые с номером 7. Как видно на рис. 11, $K_3 \cong 1$, т.е. случайная составляющая ошибки оценивания имеет порядок инструментальной погрешности. При уменьшении весового параметра θ от 10^4 до 10^1 смещение возрастает (рис. 10) вдвое, однако его абсолютная величина не превосходит в резуль-

тате десятой доли процента. При этом влияние первых компонент разложения (37) неопределенной возмущающей функции (рис.12) уменьшается примерно в следующих пропорциях: $1/15$, $1/9$.

Рис. 10. Коэффициент условия K_1 Рис. 11. Коэффициент условия K_3 Рис. 12. Коэффициенты условия K_2

Итак, исходная ОЗТ (21)-(24) является нелинейной. Мы интерпретируем ее как обратную задачу для линейной системы, имеющей дополнительный вход $Q(\tau, x)$. За счет включения $Q(\tau, x)$ в состав искомой вектор-функции строится система оценивания, чувствительность которой к данному входу управляется параметром θ . В ряде случаев удастся подавить влияние $Q(\tau, x)$ на результат, при условии, что прочие компоненты ошибки оценивания остаются в допустимых пределах.

В Приложении А приводится экономичный алгоритм решения задачи минимизации функционала (28), построенный с использованием ортогональных разложений, основная часть которых вычисляется заранее.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложен и обоснован метод построения последовательной процедуры решения граничной ОЗТ, состоящий в переходе к гранично-ретроспективной постановке задачи на малом скользящем временном интервале. Данный метод эффективен именно для существенно нестационарных (нерегулярных) тепловых процессов, характерных для конструкций ЛА и удобен для создания системы наблюдения.

2. Впервые в практике решения ОЗТ для оценки точности решения использован подход, основанный на анализе передаточных функций регуляризованного фильтра. Тем самым, получен объективный критерий качества алгоритмов, применяемый для оптимизации и выбора параметров.

3. Предложен метод выбора параметра регуляризации, актуальный в случае, когда оценка вычисляется на базе выборки малого объема. Метод основан на статистическом критерии, однако область изменения параметра ограничивается исходя из необходимости достижения некоторой гарантированной точности решения.

4. Показана актуальность задачи планирования измерительной схемы при решении гранично-ретроспективной задачи. Приведены некоторые оптимальные сочетания измерительных схем и параметров фильтра для датчика теплового потока, а также рекомендации по конструкции датчика.

5. Предложен эффективный алгоритм решения нелинейной гранично-ретроспективной ОЗТ на базе метода последовательных приближений и разработаны основные детали его использования. Необходимость решения нелинейной задачи связана с тем, что температурные диапазоны работы систем и агрегатов ЛА могут быть весьма широкими, а теплофизические характеристики большинства материалов, используемых в конструкциях ЛА, зависят от температуры.

6. Предложен метод построения алгоритмов, устойчивых к ошибкам описания исследуемого процесса, основанный на формулировке расширенной проблемы оптимального управления за счет введения низкочастотных компонент этих ошибок в круг искомых величин. Использование подобных алгоритмов позволяет упростить условия постановки тепловых экспериментов, и, тем самым, расширить возможности проведения исследований при летных испытаниях или на этапе эксплуатации ЛА без существенной

конструктивной доработки. Разработан алгоритм решения двухпараметрической задачи НК, возникающей при применении данного подхода.

7. Создан программный комплекс в стандарте Fortran 90, позволяющий синтезировать алгоритмы и оптимизировать их параметры.

8. С учетом рекомендаций и результатов работы в МАИ разработан и изготовлен охлаждаемый датчик теплового потока, рассчитанный на длительное наблюдение нестационарных потоков мощностью до 15×10^4 Квт/м² и содержащих частоты до 5Гц. Комбинация двух таких датчиков позволяет наблюдать параметры конвективного теплообмена: температуру газообразной (жидкой) среды и коэффициент теплоотдачи.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Alifanov O.M, Gejadze I.Yu. Thermal Loads Identification Technique for Materials and Structures in Real Time // Acta Astronautica. Vol. 41, Nos 4-10, pp. 255-265, 1997.
2. Алифанов О.М., Геджадзе И.Ю. Об одном методе оперативной идентификации тепловых нагрузок // ИФЖ. 1998. Т. 71. №1. С.30-40.
3. Алифанов О.М., Геджадзе И.Ю. Об одном перспективном направлении в технике тепловых измерений // "Проблемы машиностроения", Харьков. 1998. №1.
4. Артюхин Е.А., Геджадзе И.Ю. Об одном методе решения задачи наблюдения для нестационарного температурного поля (линейный случай) // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1998. №4.
5. Геджадзе И.Ю., Шутяев В.П. Обоснование метода возмущений для квазилинейной задачи теплопроводности // ЖВМ и МФ. 1998. Т.38. №6. С.948-955

Заказ 2325. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии Издательства МАИ
125871, Москва, Волоколамское шоссе, 4