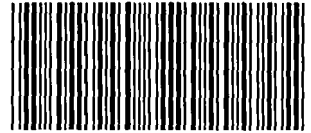


На правах рукописи



Синкевич Галина Ивановна



4857551

**ВАРШАВСКАЯ ШКОЛА ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ
И ТЕОРИИ МЕРЫ**

Специальность 07.00.10 – История науки и техники

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

2 0 ОКТ 2011

Москва – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Демидов Сергей Сергеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Виденский Виктор Соломонович;

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Петрова Светлана Сергеевна

Ведущая организация: Оренбургский государственный
педагогический университет

Защита состоится «29» ноября 2011 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 002.051.05 при Институте истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН по адресу: г. Москва, ул. Обручева, д. 30 а, корп. в.

С диссертацией можно ознакомиться в Дирекции или Отделе истории физико-математических наук Института истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН.

Автореферат разослан «27» сентя 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук



И. О. Лютер

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Представленная работа содержит результаты историко-научного исследования становления и развития польской математической школы теории множеств и теории меры периода 1918–1939 гг., анализ предпосылок её возникновения и научных результатов школы. Главное внимание уделено научной деятельности основателя школы В. Серпинского и работам его учеников.

Исследования выполнены в Институте истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН с 1985 по 2011 г.

Актуальность работы. Формирование и развитие крупнейших математических школ представляет собой одну из важнейших проблем истории математики XX в. Одной из ведущих в ряде разделов математики явилась польская школа 1918–1939 гг. Группа математиков Варшавы работала в области теории множеств, топологии и логики, а группа математиков Львова – преимущественно в области функционального анализа. Однако предпосылки становления польской школы, многие стороны её деятельности ещё изучены недостаточно, а порой и вовсе не исследованы, не имеется историко-научного анализа развития отдельных её направлений. Неполнота исследований приводит к недостаточно объективной оценке деятельности всей школы, её реального вклада в развитие мировой математики. Тем самым создаётся неадекватное представление о развитии математики в XX в.

Объектом диссертационного исследования является история становления и развития варшавской школы теории множеств.

Предметом диссертационного исследования являются работы математиков варшавской школы в области теории множеств и теории меры – В. Серпинского, К. Куратовского, О. Никодима, Э. Марчевского.

Целью работы являются изучение достижений варшавской школы, организационных особенностей её деятельности, а также анализ процесса её возникновения и развития. В связи с поставленной целью необходимо решить следующие задачи: выделить основные факторы ускоренного развития польской школы; установить, что позволило ей занять одно из ведущих мест в Европе; выявить специфические особенности, присущие лишь ей в силу различных (в том числе и политических) причин; отдельно рассмотреть связи с московской школой теории функций; осветить деятельность лидеров школы по организации научных исследований, выбору проблематики и руководству исследованиями; в историческом плане показать становление основных проблем в рассматриваемой области; дать краткое описание варшавской и львовской школ 1918–1939 гг. и основных результатов, полученных их представителями.

Особое внимание уделяется жизни и научной деятельности В. Серпинского – поиску им проблематики, его роли организатора и руководителя школы, его связям с представителями московской школы теории множеств и функций, главным образом с Н.Н.Лузиным; анализу наиболее значительных работ

В. Серпинского, выявлению их значения, равно как и значения ряда работ его учеников – О. Никодима, К. Куратовского, Э. Марчевского и некоторых других.

Методы исследования. Для решения поставленных задач применялись методы историко-научного анализа трудов польских математиков первой трети XX в. в контексте математики того времени (антикваристский подход) в сочетании с анализом их результатов с позиций современной математики (презентистский подход).

Научная новизна работы. Впервые в литературе исследованы предпосылки формирования и дан анализ деятельности варшавской школы, оценён вклад её основателя В.Серпинского в развитие методологии школы. Выявлена роль московской математической школы теории функций действительного переменного, и, прежде всего Н.Н.Лузина, в становлении и направленности научных трудов Серпинского.

Практическая ценность исследования. Собранный и проанализированный материал используется в курсе лекций по истории математики, читаемых автором в Санкт-Петербургском государственном архитектурно-строительном университете с 2001 г. по настоящее время, а также является базой для дальнейших исследований процессов, происходивших в математике в конце XIX – первой половине XX в. Возрастание роли изучения истории математики и включение курса истории математики в программы классических и педагогических университетов ставит задачу более глубокой разработки истории математики. Среди наименее разработанных тем находятся содержательный анализ деятельности школ восточно-европейских стран, выявление их приоритета в развитии той или иной отрасли математики, их взаимное влияние. В Польше этот вопрос изучен несколько односторонне. Встречается также и несколько пренебрежительная точка зрения вне Польши, когда польские учёные рассматриваются всего лишь как периферийная группа в европейской математике.

Приведённый анализ может служить основой дальнейшего изучения деятельности польской школы. В выполненной работе рассмотрены ранее не освещённые вопросы. Результаты исследования имеют значение для учебно-методической и преподавательской работы при подготовке курса истории математики, курса теории множеств, представляют интерес для историков математики и математиков. Объективный анализ деятельности варшавской школы позволяет более адекватно оценить её роль, а также полнее выявить взаимосвязи московской и варшавской школ. Работа вносит вклад в историю отношений польской и российской культур.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Предпосылками формирования как варшавской, так и всей польской школы были следующие:

- воссоединение Польши в 1918 г. как единого государства и широкий общественный подъём во многих областях культурной и научной жизни;
- традиции научной деятельности в Польше, постоянная тенденция к созданию научных ассоциаций;

- развитые международные связи, влияние русской математической школы; ассимиляция методов других школ;
- наличие сильной группы талантливых польских математиков, желающих создать свою собственную школу в рамках единого направления.

2. Причинами успешного развития польской школы были следующие:

- выбор единого и в то время активно развивавшегося направления – теории множеств, что соответствовало потребностям математики данного времени и позволило объединить ранее разрозненных математиков Польши;
- новая форма организации научной деятельности – создание первого узкоспециального международного математического журнала.

3. Значительные результаты польской школы 1918-1939 гг. были обусловлены следующим:

- использованием методологии, созданной Серпинским и основанной на широком применении аксиомы выбора, гипотезы континуума и изучении логически двойственных объектов, что позволяло восполнять пробелы в теоретических сведениях о них;
- в теории множеств – предпочтение вопросов теории меры;
- взаимная редукция методов теории множеств, топологии и логики;
- активное использование полученных теоретических результатов в приложениях.

Апробация результатов. Основные результаты доложены на 27, 28, 30 конференциях аспирантов и молодых специалистов по истории естествознания и техники в Институте истории естествознания и техники АН СССР в 1984–1987 гг., на Герценовских чтениях в Ленинградском педагогическом институте в 1986 г.; на заседании кафедры Ленинградского горного института 12.12.84; на конференции, посвящённой 40-летию Победы в ЛО ИИЕТ в 1985 г.; на республиканской научно-методической конференции по актуальным вопросам преподавания мат. анализа в Ленинградском педагогическом институте в 1985 г.; на научных семинарах ИИЕТ в Москве 26.04.85, 8.01.87, 17.04.2004, 26.04.2005, в Ленинграде 20.03.85, в Институте математики АН УССР 11.03.87; на XXIV конференции «Санкт-Петербург и мировая наука» 23–27.06.2003; на научной конференции в Польше «Математика XIX и XX вв.», Щецин, 25.04–01.05.90; на Международной конференции «Европейская математика последних веков» в Польше, 25-30.04.2004 в Международном Банаховском центре; на 25 Международной конференции по истории математики в Праге 25–31.08.04, Чехия; на Общероссийской научно-практической конференции «Дескриптивные практики в культуре» СПбГУ, 21–22 ноября 2008; на VII Международных Колмогоровских чтениях в мае 2009 г. в Ярославле, на VIII Международном Конгрессе по математическому анализу ISAAC 22–27 августа 2011 в Москве, а также в курсе лекций по истории математики, которые читаются автором с 2001 по настоящее время в Санкт-Петербургском государственном архитектурно-строительном университете.

Публикации: результаты диссертации опубликованы в 18 работах, в том числе в двух работах в изданиях, включённых в перечень ВАК.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и библиографии. Текст содержит 123 страницы, библиография включает 332 названия.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана связь между организацией математической деятельности и становлением независимого государства. Польша знала немало разделов. В конце 1918 г. в результате окончания Первой мировой войны, революции в России, распада Австро-Венгрии и национально-освободительного движения польские земли воссоединяются в единое государство. При этом территории Западной Украины со Львовом, Западной Белоруссии и Литвы с Вильнюсом также оказываются включёнными в состав Польши.

После объединения большая часть промышленности оставалась в руках иностранного капитала, не заинтересованного в развитии науки в Польше, государство же не могло выделить необходимые средства. Поэтому польские учёные сосредоточили свои усилия на областях, не требующих затрат на эксперименты и техническое оснащение – в частности, на логике, чему, кстати, способствовало и предвоенное (до 1914 г.) развитие логики в Польше. И здесь они добились впечатляющих успехов в 1918–1939 гг. Эти успехи были связаны с именами таких математиков, как Я.Лукаевич, Ст.Лесьневский, а позднее – А.Тарский, Л.Хвистек, А.Мостовский и другие.

Годы с 1918 по 1939 характеризуются развитием абстрактных областей, главным образом логики и теории множеств, тогда как в математике Польши после 1945 г. отчётлива тенденция к развитию прикладных направлений.

Вторая мировая война прервала деятельность многих научных школ Польши, в том числе и математической – прежде всего из-за геноцида, разрушения материальной базы научных учреждений и массовой эмиграции в страны Европы и Америки. За годы оккупации, по неполным данным, погибло более 700 профессоров и научных работников, а в целом Польша потеряла 22 % населения, было уничтожено 66 % школ и научных учреждений.

Глава 1. Обзор истории польской математики и образование Варшавской школы.

1.1. Развитие математики в Польше до XX в. Её учёные вписали немало славных страниц в мировую науку. Среди них – Витело, Н. Коперник, Я. Снядецкий, Ю.-М. Гёне-Вронский. С 1364 г. существует Ягеллонский университет в Кракове, позже возникают Академия Лубранского (1519, Познань), Замойская Академия (1559, Замостье), Рыцарская школа (1765, Варшава), Львовский университет (1784), Варшавский университет (1816) и многие другие академические и учебные заведения. Значительна тенденция к образова-

нию научных обществ – Общество любителей науки в Варшаве (1800), Краковское научное общество (1816), Академия знаний (1870-е гг., Краков), Общество любителей наук в Познани; благотворительные научные общества – например, «Касса Мяновского» (1881, Варшава). Возникли научные общества и среди поляков, проживавших за пределами Польши.

В той части Польши, которая принадлежала Австро-Венгрии (Краков, Львов), развитие хотя и не финансировалось, но не было препятствий к деятельности научных обществ, существовавших на благотворительной основе.

В той части Польши, которая принадлежала Пруссии, наука не получила развития.

Варшавский университет был основан в 1816 и к началу XX в. был одним из девяти российских университетов. Неоднократно закрывался по политическим причинам. До конца Первой мировой войны преподавание в нём велось по-русски, из курсов старательно изгонялось всё, связанное с польской наукой и культурой. Часть польской молодёжи, игнорируя русифицированные школы и университет, объединялась в кружки для самостоятельного обучения, чему способствовали и польские преподаватели, а также многочисленные научные общества как в Польше, так и за её пределами. Значительная часть польских студентов училась за рубежом, многие польские учёные большую часть своей жизни проводили за границей. Всё же для развития математики в Польше большое положительное значение имело то, что в начале XX в. в Варшавском университете работали такие выдающиеся русские математики, как Г. Ф. Вороной, В. А. Анисимов, Н. Н. Зинин, В. И. Романовский, В. П. Вельмин, Д. Д. Мордухай-Болтовской.

1.2. Факторы, повлиявшие на становление и развитие польской математической школы. Русская часть Польши с центром в Варшаве имела один университет, в котором в силу политических причин часто происходили волнения, забастовки и бойкоты со стороны польских студентов. Но и в этих сложных условиях русские университетские преподаватели приобщили к науке немало польских студентов. В частности, Серпинский благодаря своему учителю Г. Ф. Вороному на всю жизнь сохранил в исследованиях «петербургский стиль» – чёткую постановку задачи, подробно обоснованное решение, конкретность результата, удобного для дальнейшего применения. Московская школа теории функций действительного переменного также оказала огромное влияние на Серпинского, который провёл в Москве около трёх лет в тесном контакте с её представителями. Это существенно повлияло как на направление его собственного творчества, так и всей его школы.

Австро-Венгерская часть Польши с такими крупными научными центрами как Краков и Львов во многом отличалась от русской. Университет в Кракове был больше варшавского и обладал богатыми научными и учебными традициями. Преподавание велось на польском языке. В Австро-Венгрии существовали крупные научные коллективы. Значительных успехов добилась австрийская школа физики (Х. Допплер, Л. Больцман, Э. Шредингер) и венгерская

математическая школа, которая сформировалась во второй половине XIX в. в университетах Будапешта и Колошвара. Во главе её стоял Д.Кёниг, работавший в области математического анализа, алгебры и теории множеств. В Чехии с начала XIX в. существовало Чешское королевское общество наук. В Праге работали сильные геометры Ф.Студничка, Ф.Тильшер, В.Яролимек и др. После воссоединения в новой Польше слились различные школы, что, как известно, даёт мощный стимул дальнейшему развитию. Эта ассимиляция была важным фактором ускоренного развития польской науки.

Исторически Польша находилась в центре европейских торговых путей, традиционны её связи с другими крупными странами Европы. Издавна поляки посылали своих детей на обучение в крупнейшие университеты Европы, поддерживали научные связи с такими центрами как Рим, Париж, Геттинген. В Париже и Риме с XIX в. существовали так называемые научные станции, где постоянно работали польские учёные. Они приглашали в Польшу (в её австро-венгерскую часть) для выступления с лекциями иностранных учёных, обеспечивали условия для зарубежной научной деятельности своим соотечественникам. Помимо этого, за пределами Польши постоянно жило значительное количество эмигрантов. Они не прерывали связей со своей страной и способствовали поступлению научной информации как из европейских (а позднее, с XX в., и американских) стран в Польшу, так и обратно.

В XX в. регулярно проходят конгрессы учёных польского происхождения.

Таким образом, польская наука активно воспринимала все зарубежные научные достижения, а к началу XX в. в европейских странах сформировались сильные школы в области математики. Среди них французская школа теории функций, итальянские школы алгебраической геометрии и функционального анализа, немецкая школа теории множеств; петербургская и московская школы. В частности, Серпинский как учёный формировался под влиянием таких математиков, как Г. Ф. Вороной, Р. Бэр, Э. Борель, А. Лебег, Г. Кантор, В. Вольтерра, Д. Пеано, и особенно Н. Н. Лузин.

Три университета и многочисленные научные общества, имевшие периодические издания, представляли собой базу научной деятельности, на которой была основана польская наука XX в.

Во главе организуемой варшавской школы стояли три молодых математика – В. Серпинский, С. Мазуркевич и З. Янишевский. В 1918 г. они стали профессорами во вновь открытом Варшавском университете. Ещё с 1907 г. они обсуждали возможность создания национальной математической школы. В 1918 г. Серпинский, вдохновлённый идеями теории функций, приехал из Москвы. В Варшаве его уже ждали Янишевский и Мазуркевич. Оба они ранее работали ассистентами Серпинского во Львовском университете: Янишевский после защиты докторской диссертации по топологии в 1911 г. в Париже, где он испытал влияние идей Пуанкаре и Лебега, а Мазуркевич – после защиты докторской диссертации по теоретико-множественным вопросам топологии под руководством и по теме, предложенной Серпинским в 1913 г. во Львове.

Главную роль в создании школы сыграл начавший выходить в 1920 г. по инициативе Янишевского, Мазуркевича и Серпинского специализированный журнал. Он был посвящён теории множеств и рассчитан на международное сотрудничество. Журнальная деятельность не была ограничена классической проблематикой, а более ориентирована на современные научные требования; открывала возможность непосредственного обращения к широкой европейской аудитории; не требовала от членов научного коллектива перемены основного места работы и жительства. Когда в редакцию поступали статьи от ведущих европейских математиков, члены редколлегии имели возможность быстро опубликовать и саму статью, и свои отклики на неё. Журнал получил название «Fundamenta Mathematicae» (Основания математики). В 1929 г. проблематика функционального анализа, ранее включённая в материалы «Fundamenta Mathematicae», была выделена в самостоятельный журнал «Studia mathematicae», выходивший во Львове. В этом огромная заслуга Банаха, сыгравшего главную роль в формировании львовской школы и внесшего неоценимый вклад в развитие функционального анализа.

Чем был продиктован выбор теории множеств как основного направления варшавской школы? Теоретическое и логическое исследование основ математики было обусловлено потребностями самого математического анализа. На авансцену выходили новые методы теории меры.

Составными частями перестройки оснований анализа были работы Лебега, Бореля, Бэра и Цермело. Именно их проблематику развивают математики Варшавы.

Теория множеств не требовала предварительной специализации в других областях, но вместе с тем открывала возможность решения широкого класса новых задач, что привлекло к ней новое поколение математиков. К тому же Польша, не связанная консерватизмом традиций, предпочла новые направления математических исследований.

Вокруг журнала «Fundamenta Mathematicae» сплотились молодые талантливые математики: С. Банах, В. Вилкош, К. Куратовский, С. Лесьневский, С. Мазуркевич, С. Рузевич, В. Серпинский, Г. Штейнгауз, З. Янишевский.

Глава 2. Вацлав Серпинский – учёный и научный руководитель варшавской школы. Изучен процесс формирования проблематики и методологии исследований Серпинского. Создавая теоретическую платформу будущей школы, Серпинский видит необходимость упорядочения аксиоматики теории множеств, особенно в связи с аксиомой выбора, отношение к которой сформировалось у него под влиянием Лузина. И если Лузин впоследствии отказался от использования аксиомы Цермело, то Серпинский сделал её основным принципом исследований всей варшавской школы.

Деятельность Серпинского складывается из научных исследований (см. п.4.2), работы в университете в качестве декана и профессора, и редактирования журнала «Fundamenta Mathematicae».

Глава 3. Варшавская школа теории множеств. Ядром варшавской школы стала редакция только что названного журнала. Большую роль играл в журнале раздел «Проблемы», стимулировавший научные поиски.

Перечислим некоторые результаты варшавской школы за 1920–1939 годы: характеристика пеановских континуумов (Мазуркевич и Серпинский); изучение борелевских, аналитических и проективных множеств (Серпинский, Куратовский); аксиоматика топологии (Куратовский); исследование проблемы неразложимости континуумов (Б. Кнастер, он же продолжил разработку теории неприводимых континуумов, начатую З. Янишевским и впоследствии развитую Куратовским); пограничные вопросы логики и теории множеств (Тарский и Куратовский); введение и применения топологического понятия ретракта (К. Борсук); разработка общей теории интеграла (О. Никодим); установление связи между гипотезой континуума и аксиомой выбора (А. Тарский и А. Линденбаум); исследования в области теории меры и размерности (Э. Марчевский) и исследования в области теории меры, категорий и основ теории множеств (В. Серпинский).

Параллельно варшавской школе и отчасти при её поддержке (имеется в виду совместная научная деятельность в журнале «Fundamenta Mathematicae» в годы с 1920 по 1929) развивалась самобытная львовская математическая школа. В 1920 С. Банах защитил докторскую диссертацию «Операции в абстрактных множествах», которая послужила основой исследований по функциональному анализу математиками Львова. В 1929 г. С. Банах и Г. Штейнгауз основали журнал «Studia mathematicae», посвящённый проблемам функционального анализа. Г. Ауэрбах, С. Мазур, В. Орлич и Ю. Шаудер образовали коллектив, ставший ядром львовской математической школы. По существу здесь начинался новый этап развития функционального анализа: был намечен иной подход к теории вероятностей, развитый затем А.Н. Колмогоровым; на новую ступень была поднята теория интегрирования. Огромное значение имеет монография Банаха «Теория линейных операций» (так она называлась в первом издании). Банах, Куратовский и Улам исследовали общую проблему меры; А. Ломницкий и Г. Штейнгауз интерпретировали задачи исчисления вероятностей на основе теории меры; в самых различных задачах применялся метод категорий Бэра – в частности, в теории функций (С. Банах, С. Мазуркевич, Г. Ауэрбах, С. Качмаж, С. Сакс). В. Орлич и С. Мазур разработали новый тип линейных топологических пространств. Значительны работы Шаудера, который использовал топологический подход в функциональном анализе, и многое другое.

В отличие от Варшавы и Львова, в Кракове не сформировался коллектив математиков-единомышленников, хотя Ягеллонский университет имел несравненно более давние традиции.

Глава 4. Теория меры в трудах представителей варшавской школы.

4.1. Очерк развития проблематики меры до включения в её разработку представителей варшавской школы. Показано, что в рассматриваем-

мое время исследовались такие вопросы: представление функционала в виде интеграла, возможность кратного интегрирования и интегрирования в бесконечномерных пространствах; поиск степени общности теорем или возможность пренебрежения различными множествами; дифференцирование функций множества; изучение видов сходимости; дифференцирование и интегрирование последовательностей функций; определение меры различных множеств; изучение неизмеримых функций и множеств.

К концу второго десятилетия XX в. сложились основные направления теории меры. Задачи, стоявшие перед математиками двадцатых годов, были таковы: упорядочение основ теории меры в зависимости от гипотезы континуума и аксиомы выбора; расширение понятия меры в связи с включением в исследование более общих и специальных видов пространств; изучение измеримых функций и измеримых множеств, их связь со свойством Бэра; возможность пренебрежения различными видами множеств. Это определило тематику варшавской школы.

4.2. Главные результаты Серпинского.

4.2.1. Ранние работы. Контрпримеры. Поиск проблематики. Серпинский (вслед за Жордано, Пеано и другими) испытывает возможности классических методов на новом материале и постепенно убеждается в преимуществах теоретико-множественного подхода вообще и теории интеграла Лебега в частности. В период 1908–1916 гг. им созданы примеры знаменитых кривых – «универсальная», «треугольная», «ковёр» и некоторые другие.

4.2.2. Соавторство с Лузиным и вопросы эффективности. Подробно проанализировано, как в рассматриваемый период формировалась методология обоих учёных, их точки зрения на аксиому Цермело. В диссертации проведён анализ текста одной из работ, написанных Лузиным и Серпинским совместно. Показано, сколь тесным и плодотворным было это сотрудничество для обоих. В это время Серпинский ввёл новый способ доказательства – принцип минимума, роль которого оценил Лузин. Лузин, а также Серпинский, во многих построениях используют «множество Лузина» – несчётное множество первой категории на всяком совершенном множестве, расположенном в сегменте. Показана роль этого объекта в дальнейших исследованиях польских математиков.

4.2.3. Исследование непрерывности, измеримости и свойства Бэра. Инвариантность и свойство «S». Открытие Серпинским двойственности между мерой и категорией. Рассмотрен цикл работ Серпинского, приведший к открытию свойства «S» и двойственности между мерой и категорией. Серпинский исследовал сохранение различных свойств множеств при некоторых отображениях. Рассматривая измеримость, непрерывность, свойство Бэра, он пришёл к выводу, что они неинвариантны относительно общих гомеоморфизмов, и сформулировал условие, более слабое, нежели свойство Бэра, но инвариантное при не более чем счётном числе суперпозиций функции, им обладающей. (Функция обладает свойством «S», если любое совершенное не-

пустое множество P содержит совершенное непустое множество Q , на котором функция непрерывна).

Другая группа работ этого цикла посвящена аксиоме выбора и гипотезе континуума. В 1934 г. вышла монография Серпинского «Гипотеза континуума» на французском языке, в которой он собрал утверждения, эквивалентные и зависимые от гипотезы континуума, в том числе и свои собственные результаты. Так, для измеримых функций, и функций, обладающих свойством Бэра, многие теоремы звучат одинаково, но доказательства для них различны и существенно сложнее для последних (этот вопрос исследовался также Лебегом и Лузиним). Начиная с 1932 г. Серпинский подчёркивает возможность формулировки некоторых теорем как для множества меры нуль, так и для множеств первой категории. В 1934 он написал работу, в которой доказал основную теорему о двойственности: если верна гипотеза континуума, то существует взаимно-однозначное отображение $f(x)$ множества X всех действительных чисел на себя такое, что если E есть подмножество X первой категории, то $f(E)$ есть множество меры нуль, а если E есть подмножество X меры нуль, то $f^{-1}(E)$ будет множеством первой категории.

Здесь же Серпинский отмечает, что остаётся открытым вопрос: существует ли взаимно-однозначное преобразование прямой на себя, которое переводит все множества первой категории на все множества меры нуль и все множества меры нуль на все множества первой категории? Серпинский приложил немало усилий для решения этого вопроса, но окончательный ответ принадлежит венгерскому математику П.Эрдёшу, рассмотревшему в 1943 такую функцию f , что $f = f^{-1}$. Серпинский первым привёл случай неприменимости теоремы о двойственности, установил некоторые свойства функции f . Несмотря на то, что окончательный вариант результата принадлежит Эрдёшу, Серпинский проделал большую часть исследования: поставил и решил проблему одностороннего отображения, поставил проблему одновременного отображения, охарактеризовал функцию, осуществляющую отображение, рассмотрел зависимость теоремы от гипотезы континуума, а также показал ограниченность действия теоремы.

4.3. Некоторые результаты других польских учёных.

4.3.1. Значение открытия Серпинским двойственности между мерой и категорией и применение метода категорий в польской школе. Применение принципа двойственности смыкается с методом категорий Бэра, широко используемым в польской школе – в работах К. Куратовского, С. Банаха, Э. Марчевского, В. Орлича, С. Сакса, С. Качмажа, И. Марцинкевича. Преимущество метода категорий перед конструктивным методом в том, что он не требует сложных построений. Он, в частности позволяет доказать цикл теорем о несуществовании универсальной меры (Марчевский, Банах, Куратовский, Улам). Принцип двойственности применяется и в доказательстве теорем существования.

4.3.2. Развитие идеи двойственности в современной математике.

Приложения идеи двойственности лежат в эргодической теории, в основании которой – понятия метрической и топологической транзитивности. В определение первого понятия входит множество меры нуль, а во второе – множество первой категории. Непрерывным и дискретным аналогами друг друга являются также понятие потока и каскада. Наличие этих аналогий и связь с ними принципа двойственности отметил в 1937 г. Дж.Окстоби. Вместе с С.Уламом он на протяжении последующих лет исследовал этот вопрос, получив значительные результаты, обзор которых содержится в диссертации.

Учёные Японии, Польши, Бразилии пытались выделить пространства, в которых выполняется принцип Серпинского-Эрдёша. Но в целом вопрос о степени общности принципа Серпинского-Эрдёша остаётся открытым.

4.3.3. Работы К.Куратовского в области теории множеств и теории меры и его роль в польской школе. К.Куратовский был учеником Серпинского. Основным направлением математики, к которому относится большинство его работ, является топология: общая аксиоматика топологических пространств, топология плоскости, топология континуумов. Ему принадлежит также развитие понятия плоскости, исследование теории графов и пеановских континуумов. Крупным результатом совместной работы Банаха и Куратовского является теорема об общей проблеме меры (1929 г.), рассмотренная в диссертации. Проблема существования меры была поставлена Лебегом. Витали в 1905 г. доказал, что эта проблема не имеет решения. Банах и Куратовский показали, что существует более общая проблема, которая также не имеет решения. Доказательство было получено ими независимо друг от друга. Усиление этой теоремы было доказано Марчевским.

4.3.4. О вкладе Э.Марчевского в развитие теории множеств в Польше. Э. Марчевский (до 1944 г. носил фамилию Шпильрайн) тоже был учеником Серпинского. Тематика его работ обусловлена исследованиями варшавской математической школы в целом и Серпинского в частности. Марчевский в своих работах совмещал методы теории множеств, топологии и теории функций. Наиболее плодотворно он работал над пограничными проблемами. Самое значительное его открытие – связь между мерой и размерностью. В 1947 г. основал журнал «Colloquium Mathematicum». Ему принадлежат также и исторические исследования – статьи и монография «Развитие математики в Польше».

Работы Серпинского по исследованию двойственности привели Марчевского к мысли о возможности таких аналогий в частных случаях, чему он посвятил диссертацию (1932 г.) и несколько работ. Им рассмотрен так называемый расширенный принцип двойственности – между множествами, обладающими свойством Бэра, и измеримыми множествами. В работах 1935 г. Марчевский исследовал вопрос о существовании совершенного продолжения меры Лебега – любой другой меры, для которой выполняются условия Лебега (при этом в рассматриваемом классе должно содержаться неизмеримое по Лебегу

множество). Он же исследовал ряд вопросов теории меры, что освещено в диссертации.

4.3.5. Труды О.Никодима. Оттон Никодим также был учеником Серпинского. Его научная деятельность охватывала самые различные области: теорию потенциала, теорию множеств, теорию меры, теорию решёток, булевы алгебры, теорию действительных функций, вариационное исчисление, дифференциальные уравнения в частных производных, тензорное исчисление, дидактику и популяризацию математики, физики и логики. Наиболее известным результатом Никодима стала теорема Радона-Никодима. Как отмечалось в п. 4.1, необходимые и достаточные условия представимости данной функции в виде неопределённого интеграла Лебега от некоторой функции действительного переменного были даны Лебегом в 1904, а в 1905 г. Витали изучил класс функций, обладающих этим свойством и назвал их абсолютно непрерывными функциями. В 1919 г. И. Радон распространил условия Лебега на функции множеств. Но Радон рассматривал только аддитивные функции множеств, измеримых в смысле Бореля в евклидовом пространстве, причём мера определялась только через аддитивные функции сегментов. В 1930 г. Никодим доказал, что каждая счётно-аддитивная абсолютно непрерывная относительно некоторой меры функция множества может быть представлена в виде интеграла.

Заключение. Основные выводы. В диссертации определены следующие предпосылки формирования польской математической школы XX в.: многовековые традиции организации польской науки, тесные связи польских математиков с учёными других стран и активная деятельность в научных центрах Польши группы талантливых математиков, объединённых интересом к изучению различных аспектов теории множеств. В процессе изучения генезиса школы рассматривается вопрос о плодотворном освоении учёными Польши научных традиций зарубежных математических школ, прежде всего французской и русской. Проанализирована роль специализированного научного журнала «Fundamenta mathematicae» в процессе объединения творческих потенциалов учёных в рамках единой тенденции. В диссертации освещается многогранная деятельность признанного лидера Варшавской школы теории множеств Вацлава Серпинского. В ходе исследования внимание уделено рассмотрению и систематизации результатов таких выдающихся математиков, как К.Куратовский, Э.Марчевский и О.Никодим.

В диссертации произведён анализ причин бурного подъёма польских математических исследований 1918–1939 годов. В этой связи показано, что в конце XIX – начале XX в. в математике в целом происходят принципиальные изменения, возникают новые теории и методы, разрабатываемые Бэром, Борелем, Лебегом и Цермело. Именно их методологию и проблематику активно осваивала формирующаяся варшавская школа, лидеры которой новаторски искали пути создания научных коллективов с современной ориентацией и способы образования широкой среды общения учёных-математиков.

Изменения в области математической науки, углубление подхода к фундаментальным проблемам на рубеже XIX–XX вв. повлекли за собой как появление новых понятий, так и обновление старых. Именно в этот период формируется новый взгляд на структуру множества, усложняются наши представления о строении различных классов функций, а открытие аксиомы выбора порождает новые способы доказательств. Одновременно обостряются противоречия традиционных способов доказательства. Открывается возможность решать проблемы существования значительно быстрее, в то время как в рамках конструктивных методов обнаруживалось усложнение доказательств.

Математики варшавской школы чётко оформили перспективные направления исследований, и деятельность этой школы способствовала возникновению крупной самобытной львовской школы функционального анализа во главе со Стефаном Банахом. Существенным является то обстоятельство, что в рамках как варшавской, так и в целом польской школы, непрерывно происходило взаимное проникновение, и как следствие, углубление и конкретизация методов – геометрических, теоретико-множественных, топологических, теоретико-числовых, логических. Важную роль в этом процессе играли исследования в области логики, проводившиеся во Львовском и Варшавском университетах.

В целом взаимное обогащение методов обуславливалось, с одной стороны, самой природой теории множеств как науки фундаментальной, а с другой – человеческим фактором, неформальными отношениями, сложившимися среди учёных в польской математической школе, сплочённостью научных коллективов.

Принципиальное значение имеет также обоснованное в диссертации положение о том, что бурному развитию неэффективного метода способствовал особый подход Серпинского к исследованию основ, особенно аксиомы выбора и гипотезы континуума. Основание для получения математиками Польши значительных научных результатов явилось также обнаружение в тридцатые годы аналогий в явлениях и объектах в теории функций и множеств, что позволило, связывая логически двойственные объекты, восполнять пробелы в теоретических сведениях о них. Указанные черты отличали польскую школу как менее традиционную и консервативную по сравнению с другими. Новаторство в избрании единой темы, методах и организации её исследования обусловили выдвигание польской математической школы в разряд ведущих школ XX в.

Результаты исследования опубликованы в журналах и изданиях, рекомендованных ВАК:

1. *Синкевич Г.И.* Вацлав Серпинский и создание варшавской школы теории множеств и теории меры // «Вопросы истории естествознания и техники», №1, М, 2011. – С.71–82.

2. *Синкевич Г.И.* Развитие типов определений от Кантора до Серпинского // «История науки и техники», №5, М, 2011. – С.26–33.

В других изданиях:

3. *Синкевич Г.И.* Об одной малоизвестной работе Серпинского «Введение в теорию определённого интеграла» // Исследования в области истории науки и техники. Комплексные историко-научные работы. Л, 1987. – С.132–133.

4. *Синкевич Г.И.* Открытие Серпинским двойственности между мерой и категорией // Историко-математические исследования. М, 1986. – Вып. XXX. С.113–123.

5. *Синкевич Г.И.* Варшавская школа теории множеств. Серпинский и Лузин // Препринт ИИЕТ АН СССР №2, М, 1987. – С.1 – 40.

6. *Синкевич Г.И.* Идеи польской математики в эргодической теории // Вернадский и отечественная наука. Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции по истории науки и техники. Киев, 1988. – С.131–132.

7. *Синкевич Г.И.* Предыстория венгерской математической школы // Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции «Современное состояние, проблемы и перспективы Энергетики». Иваново, 1989. – С.188–189.

8. *Синкевич Г.И.* О взаимном влиянии Серпинского и Лузина // *Matematyka przełomu XIX i XX wieku. Materiały z IV Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki.* Szczecin 1990. S.135–140.

9. *Sinkewicz G.* O współpracy Wacława Sierpińskiego z Mikołajem Łuzinem // *Kwartalnik historii nauki i techniki.* Warszawa, 1995 № 1, S. 41–58.

10. *Синкевич Г.И.* Влияние петербургской и московской математических школ на творчество В. Серпинского // Наука и техника: вопросы истории и теории. Материалы XXIV годичной конференции Санкт-Петербургского отделения Российского национального комитета по истории и философии науки и техники. «Санкт-Петербург и мировая наука», 23–27 июня 2003. – Выпуск XIX. СПб, 2003. С. 212–215.

11. *Синкевич Г.И.* Дескриптивное направление в математике // Материалы общероссийской научно-практической конференции «Дескриптивные практики в культуре», 21–22 ноября 2008. СПб философское общество, факультет философии и политологии СПбГУ. – 0,1 п.л.

12. *Синкевич Г.И.* Массовая математическая культура России XVIII века // Математика. Информационные технологии. Образование. Сборник научных трудов. – Оренбург, 2008. – С. 141–147.

13. *Синкевич Г.И.* История одной идеи Лузина: Вера Богомолова и её теорема // Труды VII Колмогоровских чтений. Сборник статей. – Ярославль, 2009. – С. 389–393.

14. *Синкевич Г.И.* Старинные польские задачи // Эл. Журнал «Полином» 2009, №4. Электронный ресурс <http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-4-view.pdf>. С.4–7.

15. *Синкевич Г.И.* Различие взглядов Лузина и Серпинского на теорию множеств // Наука и техника: Вопросы истории и теории. Тезисы XXXI международной конференции Санкт-Петербургского отделения Российского национального комитета по истории и философии науки и техники РАН

22–26 ноября 2010 г. Выпуск XXVI. СПб, 2010. – С. 199–200.

16. *Синкевич Г.И.* Эволюция определений// IX Международные Колмогоровские чтения, Ярославский ГПУ, Ярославль 17–20 мая 2011 г., – 0,3 п.л.

17. *Sinkevich G.* The concept of continuity in the XIX century and its development of Sierpinski. Proceedings of the 8th Congress of the ISAAC, 2011. – 0,3 quire.

18. *Sinkevich G.* Development of definitions in analysis // Proceedings of the 8th Congress of the ISAAC, 2011. – 0,3 quire.

Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати 20.09.11. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.

Усл.-печ. л. 1,2. Тираж 120 экз. Заказ 105.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.

Отпечатано на ризографе СПбГАСУ. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 5.